Uniwersytet Morski w Gdyni

Wydział Mechaniczny

Rozprawa doktorska

Adam Czaban

Analiza hydrodynamicznego smarowania ferroolejami stożkowego łożyska ślizgowego

Promotor pracy: **Dr hab. inż. Andrzej Miszczak, prof. nadzw. UMG**

Gdynia 2019

Składam Serdeczne Podziękowania Panu Dr. Hab. Inż. Andrzejowi Miszczakowi
za Wszelką Pomoc i Wskazówki Udzielone Mi w Trakcie Pisania Niniejszej Pracy

Pracę Dedykuję Mojej Żonie Angelice
oraz Moim Dzieciom,
Synowi Igorowi i Córce Marcelinie

Streszczenie

Niniejsza praca dotyczy teoretycznej i numerycznej analizy stacjonarnego hydrodynamicznego smarowania ferroolejem stożkowego łożyska ślizgowego. W pracy została postawiona i zweryfikowana teza mówiąca o tym, że zastosowanie ferrooleju jako cieczy smarującej stożkowe łożysko ślizgowe, daje możliwość wpływania na parametry przepływowe i eksploatacyjne podczas pracy łożyska, poprzez oddziaływanie na ferroolej zewnętrznym polem magnetycznym. Osiągnięcie głównego celu pracy wymagało zrealizowania kilku celów szczegółowych, czyli:

- wyprowadzenie modelu matematycznego, opisującego przepływ ferrooleju w szczelinie smarnej łożyska, w polu magnetycznym i zapisanie uzyskanych równań w postaci bezwymiarowej,
- opracowanie i napisanie programu obliczeniowego w środowisku Matlab, opartego na metodzie Newtona z metodą różnic skończonych,
- uwzględnienie zmian lepkości ferrooleju od temperatury, szybkości ścinania, ciśnienia i wartości indukcji pola magnetycznego, na podstawie przyjętych i zaproponowanych modeli oraz wartości współczynników, uzyskanych na drodze dopasowania funkcji opisanych tymi modelami do dostępnych w literaturze danych doświadczalnych,
- przeprowadzenie obliczeń numerycznych dla przyjętych bezwymiarowych długości łożyska i kątów stożka przy różnych mimośrodowościach względnych,
- zbadanie wpływu ssącego działania wirującego czopa oraz właściwości nienewtonowskich ferrooleju na parametry przepływowe i eksploatacyjne stożkowego łożyska ślizgowego.

Rozdział pierwszy zawiera wprowadzenie, omówienie wybranych właściwości ferrocieczy oraz przegląd literatury dotyczący smarowania łożysk ślizgowych ferrocieczami. Następnie przedstawiono tezę, cele i metody stosowane w pracy.

W rozdziale drugim przedstawiono wyprowadzenie modelu matematycznego, opisującego stacjonarne hydrodynamiczne smarowanie stożkowych łożysk ślizgowych z

gładką panewką, o pełnym kącie opasania. Równania zasady zachowania pędu, ciągłości strugi, zachowania energii oraz równania Maxwella zapisano w stożkowym układzie współrzędnych, a następnie sprowadzono je do postaci bezwymiarowej. Całkowanie tych równań doprowadziło do uzyskania bezwymiarowego równania typu Reynoldsa, funkcji składowych wektora prędkości i funkcji rozkładu temperatury. W rozdziale również przedstawiono przyjęte modele lepkościowe.

Rozdział trzeci dotyczył weryfikacji uzyskanych w obliczeniach numerycznych wyników. Do napisania własnego programu obliczeniowego wykorzystano środowisko Matlab firmy MathWorks. Zaimplementowano iteracyjną metodę Newtona, w której pierwsze i drugie pochodne oraz pochodne mieszane, przybliżono różnicami skończonymi. Otrzymywane w symulacjach wyniki porównano z wartościami uzyskiwanymi na podstawie znanych z literatury rozwiązań, dla uproszczonych przypadków smarowania nieskończenie długich oraz bardzo krótkich łożysk walcowych. Ponadto dokonano konfrontacji wyników, z rezultatami otrzymywanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z pakietu Ansys Workbench, gdzie przeprowadzono obliczenia dla łożysk smarowanych nienewtonowskim ferroolejem z uwzględnieniem wpływ zmian temperatury na lepkość, ale z pominięciem wpływu ciśnienia i pola magnetycznego.

W rozdziale czwartym przedstawiono wyniki symulacji dla rozpatrywanych stożkowych łożysk ślizgowych. Analizowano przypadki, gdy wartość indukcji pola magnetycznego była stała w obszarze szczeliny smarnej i przyjmowała różne wartości oraz przypadki, gdy wartość indukcji liniowo rosła lub malała względem współrzędnej wzdłużnej. Przedstawiono trójwymiarowe rozkłady ciśnienia oraz rozkłady ciśnienia w przekroju poprzecznym i podłużnym. Pokazano także trójwymiarowe rozkłady temperatury na panewce łożyska. Uzyskane rozkłady ciśnienia posłużyły do wyznaczenia składowych sił nośnych w kierunku poprzecznym i wzdłużnym. Następnie, wykorzystując obliczone wartości prędkości, wyznaczono siły tarcia, na podstawie których określono wartości umownego współczynnika tarcia. Dokonano również analizy wpływu uwzględniania członów nieliniowych w równaniach ruchu i rozkładu temperatury, wynikających z ssącego działania wirującego czopa oraz zbadano znaczenie uwzględniania właściwości nienewtonowskich ferrooleju.

W rozdziale piątym zawarto podsumowanie i wnioski wynikające z przeprowadzonych analiz. Wyszczególniono osiągnięte w pracy cele. Przedstawiono planowane kierunki dalszych badań.

Przedstawione w pracy rozważania dają podstawę do traktowania stożkowego łożyska ślizgowego smarowanego ferroolejem, jako łożyska inteligentnego, ponieważ dzięki zastosowaniu ferrooleju i zewnętrznego pola magnetycznego, można sterować

mimośrodowością względną (czyli zmieniać rozkład wysokości szczeliny smarnej), tak aby uzyskać najkorzystniejsze warunki pracy danego łożyska ślizgowego. Poprzez oddziaływanie zewnętrznym polem magnetycznym można wpływać na jego parametry przepływowe i eksploatacyjne, natomiast uzyskiwana w łożysku siła nośna posiada składową promieniową oraz wzdłużną, więc umożliwia jednoczesne przenoszenie obciążeń działających prostopadle oraz wzdłuż osi obrotowej czopa. Pomimo przyjętych w modelu matematycznym uproszczeń, przeprowadzona analiza daje dobry wgląd w elementy i efekty występujące w procesie smarowania hydrodynamicznego łożyska stożkowego.

Abstract

Title:
An analysis of the hydrodynamic lubrication of a conical slide bearing with ferro-oil

This work concerns the theoretical and numerical analysis of stationary hydrodynamic lubrication of a slide conical bearing with ferro-oil. The thesis that the use of ferro-oil as a lubricating oil for a conical slide bearing, gives the possibility of influencing the flow and operating parameters during the bearing operation, by acting on the ferro-oil with an external magnetic field, was verified. Achieving the main objective of the work required the implementation of several specific objectives, namely:

- derivation of a mathematical model, describing the flow of ferro-oil in the lubrication gap of the conical bearing, in the magnetic field and presentation of the obtained equations in a dimensionless form,
- development and writing of a computational algorithm in the Matlab software, based on the Newton method with the finite difference method,
- considering the changes in ferro-oil viscosity as a function of temperature, shear rate, pressure and magnetic field induction, based on adopted and proposed models and values of coefficients, obtained by fitting function described by these models, to the experimental data available in the literature,
- performing simulations for assumed dimensionless bearing lengths and cone angles at different relative eccentricities,
- investigation of the inertia forces effect, resulting from the rotation of the conical shaft and also, the influence of ferro-oil non-Newtonian properties.

The first chapter contains an introduction, a discussion of selected ferro-oil properties and a literature review, concerning the lubrication of slide bearings with ferro-fluids. Next, the thesis, goals and methods used at work were presented.

The second chapter presents the derivation of a mathematical model describing stationary hydrodynamic lubrication of conical slide bearings. Equations of the principle of conservation of momentum, stream continuity, energy conservation and Maxwell's equations, were written in a conical coordinate system, and then, they were reduced to a dimensionless form. Integration of these equations resulted in obtaining a dimensionless Reynolds type equation, velocity vector component functions, and temperature distribution function. The chapter also presents the adopted viscosity models.

The third chapter concerned the verification of results obtained in numerical calculations. Matlab from MathWorks, was used to write code for simulations. The iterative Newton's method has been implemented, in which the first and second derivatives and mixed derivatives are approximated by finite differences. The results obtained in simulations, were compared with the values obtained with the solutions for simplified cases: of infinitely long and very short journal bearings. In addition, the results were compared with the results obtained using the CFD Fluent software from the Ansys Workbench platform, where calculations were made for bearings lubricated with non-Newtonian ferro-oil, taking into account the effect of temperature changes on viscosity, but omitting the influence of pressure and magnetic field.

The fourth chapter presents the simulation results for the considered conical slide bearings. The constant magnetic induction in the lubrication gap, was concerned and also the cases, where the magnetic induction increases or decreases linearly in the longitudinal direction. Three-dimensional pressure distributions and pressure distributions in cross-section and longitudinal section, were presented. The obtained pressure distributions were used to determine the components of the load carrying capacities in the transverse and longitudinal directions. Using the calculated velocity values, friction forces were determined and the values of friction coefficient were obtained. The analysis of the influence of taking into account the nonlinear effects in the equations of motion and temperature distribution, resulting from the inertia forces generated by the rotation of the conical shaft, was also performed and the importance of considering the non-Newtonian properties of ferro-oil was examined.

The fifth chapter contains a summary and conclusions resulting from the carried out analyzes. The achieved goals in this work, were specified. There were also presented the planned further research.

The investigations presented in this dissertation show, that the conical slide bearing lubricated with ferro-oil can be considered as an smart bearing, because due to the use of ferro-oil and external magnetic field, relative eccentricity can be controlled (i.e. distribution of the lubrication gap height) to gain bearing optimal

operating conditions. The conical slide bearing load carrying capacity has a radial and longitudinal components, thus it enables simultaneous transfer of loads acting perpendicularly and along the shaft axis. Despite the simplifications adopted in the mathematical model, the conducted analysis gives a good insight into the effects occurring in the hydrodynamic lubrication with ferro-oil of the conical slide bearing.

Spis treści

Spis ważniejszych symboli i oznaczeń

$\mathbf{A}_1$	–	tensor prędkości deformacji, którego składowe są w [s^{-1}],
b	–	połowa długości łożyska mierzona wzdłuż osi czopa w [m],
$\vec{B}$	–	wektor indukcji magnetycznej,
$B_{1_{ind}}$	–	bezwymiarowa wartość wektora indukcji magnetycznej,
B_{ind}	–	wartość wektora indukcji magnetycznej w [T],
Br	–	bezwymiarowa liczba Brinkmana,
C_{1L}	–	bezwymiarowa wartość siły nośnej w kierunku wzdłużnym,
C_{1T}	–	bezwymiarowa wartość siły nośnej w kierunku poprzecznym,
$C_{1\sum}$	–	bezwymiarowa wypadkowa wartość siły nośnej,
C_L	–	wartość siły nośnej w kierunku wzdłużnym, w [N],
C_T	–	wartość siły nośnej w kierunku poprzecznym, w [N],
$C_\sum$	–	wypadkowa wartość siły nośnej, w [N],
Fr_1	–	całkowita bezwymiarowa wartość siły tarcia,
$Fr_{1\varphi}$	–	bezwymiarowa wartość siły tarcia w kierunku obwodowym,
Fr_{1x_1}	–	bezwymiarowa wartość siły tarcia w kierunku wzdłużnym,
Fr	–	całkowita wartość siły tarcia, w [N],
Fr_φ	–	wartość siły tarcia w kierunku obwodowym, w [N],
Fr_x	–	wartość siły tarcia w kierunku wzdłużnym, w [N],
h_{p_1}	–	bezwymiarowa wysokość szczeliny smarnej,
h_p	–	wysokość szczeliny smarnej, w [m],
h_φ, h_y, h_x	–	współczynniki Lame'go dla układu stożkowego,
Gz	–	liczba Graetza,
$\vec{H}$	–	wektor natężenia pola magnetycznego,
H_0	–	charakterystyczna wartość natężenia pola magnetycznego, w [A/m],
H_1, H_2, H_3	–	bezwymiarowe składowe wektora natężenia pola magnetycznego,
$H_\varphi, H_{y_1}, H_{x_1}$	–	składowe wektora natężenia pola magnetycznego, w [A/m],
$k_{\dot{\gamma}}$	–	współczynnik w modelu Crossa, wyrażany w [s],
$\mathbf{I}$	–	tensor jednostkowy,
$\mathbf{L}$	–	tensor gradientu z wektora prędkości, którego składowe są w [s^{-1}],

L	–	połowa długości łożyska, mierzona wzdłuż powierzchni czopa, w [m],
L_1	–	bezwymiarowa długość łożyska,
n	–	liczba obrotów czopa łożyska w ciągu minuty ([obr/min]),
$n_{\dot{\gamma}}$	–	bezwymiarowy współczynnik w modelu Crossa,
$\vec{N}$	–	wektor namagnesowania ferrocieczy,
N_1, N_2, N_3	–	bezwymiarowe składowe wektora namagnesowania ferrocieczy,
N_φ, N_y, N_x	–	składowe wektora namagnesowania ferrocieczy, w [A/m],
N_0	–	charakterystyczna wartość wektora namagnesowania, w [A/m],
p	–	wartość ciśnienia, w [Pa],
p_0	–	charakterystyczna wartość ciśnienia, w [Pa],
p_1	–	bezwymiarowa wartość ciśnienia,
q_c	–	strumień ciepła na powierzchni czopa, w [W/m^2],
q_{c_1}	–	bezwymiarowa wartość strumienia ciepła na powierzchni czopa,
Q_{Br}	–	bezwymiarowy współczynnik określający zmiany bezwymiarowej lepkości w funkcji bezwymiarowej temperatury,
Q_p	–	współczynnik określający zmiany bezwymiarowej wartości lepkości w funkcji ciśnienia, w [m^2/N],
R_0	–	promień czopa w połowie długości łożyska, w [m],
R_0'	–	promień panewki w połowie długości łożyska, w [m],
Re	–	liczba Reynoldsa,
R_f	–	liczba ciśnienia magnetycznego,
$\mathbf{S}$	–	tensor naprężeń w ferrocieczy, którego składowe są w [Pa],
T	–	wartość temperatury, w [K],
T_1	–	bezwymiarowa wartość temperatury,
T_p	–	temperatura ferrocieczy przy powierzchni panewki, w [K],
T_{p_1}	–	bezwymiarowa wartość temperatury ferrocieczy przy powierzchni panewki,
U_0	–	wartość prędkości liniowej na powierzchni czopa w połowie długości łożyska,
$\vec{v}$	–	wektor prędkości ferrocieczy,
v_1, v_2, v_3	–	bezwymiarowe składowe wektora prędkości ferrocieczy,
$v_\varphi, v_{y_1}, v_{x_1}$	–	wartości składowych wektora prędkości ferrocieczy, w [m/s],
x	–	współrzędna w kierunku wzdłużnym w układzie stożkowym, mierzona wzdłuż powierzchni czopa, wyrażana w [m],
x_1	–	bezwymiarowa współrzędna wzdłużna,
y	–	współrzędna w kierunku poprzecznym w układzie stożkowym, mierzona prostopadle i od powierzchni czopa, w [m],

y_1	–	bezwymiarowa współrzędna poprzeczna,
δ_{B_1}	–	współczynnik określający wpływ wartości indukcji pola magnetycznego na wartość lepkości, w [T^{-1}],
δ_T	–	współczynnik określający wpływ temperatury na lepkość ferrocieczy, w [K^{-1}],
γ	–	kąt definiujący stożek czopa i panewki,
$\dot{\gamma}$	–	szybkość ścinania, w [s^{-1}],
$\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$	-	funkcje pomocnicze
$\Gamma_c, \Gamma_d, \Gamma_m$	–	funkcje pomocnicze,
ε	–	luz promieniowy mierzony w kierunku promieniowym (prostopadle do osi obrotu czopa), wyrażany w [m],
ε_s	–	luz promieniowy, mierzony w kierunku zmiennej y (prostopadle do powierzchni czopa), wyrażany w [m],
η_0	–	charakterystyczna wartość lepkości, w [Pa s],
η_1	–	bezwymiarowa lepkość pozorna,
η_{1_B}	–	bezwymiarowa lepkość zależna od wartości indukcji magnetycznej,
η_{1_p}	–	bezwymiarowa lepkość zależna od wartości ciśnienia,
η_{1_T}	–	bezwymiarowa lepkość zależna od wartości temperatury,
$\eta_{1_{\dot{\gamma}}}$	–	bezwymiarowa lepkość zależna od szybkości ścinania,
η_{1_0}	–	bezwymiarowa wartość lepkości w modelu Crossa, wyznaczona przy bardzo małych szybkościach ścinania,
$\eta_{1_{inf}}$	–	bezwymiarowa wartość lepkości w modelu Crossa, wyznaczona przy bardzo dużych szybkościach ścinania,
η_p	–	lepkość pozorna ferrocieczy, w [Pa s],
Θ	–	współczynnik Lame'go w układzie stożkowym, w postaci bezwymiarowej,
κ	–	współczynnik przewodności cieplnej ferrocieczy, w [W/(m·K)],
κ_0	–	charakterystyczna wartość współczynnika przewodności cieplnej, w [W/(m·K)],
κ_1	–	bezwymiarowy współczynnik przewodności cieplnej,
λ	–	mimośrodowość względna,
$\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$	–	funkcje pomocnicze,
μ_r	–	umowny współczynnik tarcia,
ϱ	–	gęstość ferrocieczy, w [kg/m^3],
ϱ_0	–	charakterystyczna wartość gęstość ferrocieczy, w [kg/m^3],
ϱ_1	–	bezwymiarowa gęstość ferrocieczy,
φ	–	współrzędna obwodowa, w [°],
ψ	–	względny luz promieniowy,
ω	–	prędkość kątowa, w [s^{-1}].

1 Wprowadzenie

W niniejszym rozdziale przedstawione zostaną podstawowe informacje na temat ferrocieczy i ich właściwości lepkościowych. Następnie omówiony zostanie aktualny stan wiedzy na temat smarowania łożysk ślizgowych ferrocieczami, a w szczególności stożkowych łożysk ślizgowych. W dalszej kolejnej części rozdziału przedstawiono tezę i cele niniejszej pracy.

1.1 Ferrociecze

Ferrocieczą nazywa się substancję, która w obecności pola magnetycznego ulega silnemu namagnesowaniu, a zjawisko takie nazywa się *superparamagnetyzmem*. Najczęściej[1] spotykane są koloidalne ferrociecze, czyli takie, gdzie cząstki materiału o właściwościach ferro- lub ferrimagnetycznych (czynnik rozpraszany) umieszczone są w płynnym medium bazowym (czynnik rozpraszający). Stężenie cząstek magnetycznych jest rzędu 10^{24} na metr sześcienny. Dodatkowo, taki koloid zawiera środek powierzchniowo czynny, który przywierając do cząsteczek czynnika rozpraszanego, zapobiega ich przywieraniu do siebie[2] (jest to tzw. *surfaktant*). Rozmiary cząstek magnetycznych są rzędu $3-15\,\mathrm{nm}$ [126, 156, 160] (w odróżnieniu od cząstek magnetycznych w cieczach magnetoreologicznych, które są o 3 rzędy wielkości większe). Udziały objętościowe cząstek w fazie stałej w takim koloidzie, nie przekraczają 10% [70]. Głownie spotyka się ferrociecze, gdzie czynnikiem rozpraszanym są tlenki metali, takich jak żelazo, gadolin, nikiel, kobalt [53, 55, 57, 126] w niemagnetycznym czynniku rozpraszającym, którym zazwyczaj jest olej mineralny lub syntetyczny [12]. Zdarzają się również ferrociecze, gdzie czynnikiem rozpraszanym są cząsteczki niklu, kobaltu lub gadolinu [53, 126]. Cieczą bazową może też być woda [69] czy poliestry i polietery [53, 59, 83].

Zjawiskiem przepływu ferrocieczy zajmuje się wprowadzony przez Rosensweiga

[1] Jak pisze Ronenswieig [156], nie spotkano się z występowaniem koloidalnych ferrocieczy w naturze.

[2] Wyróżnia się również tzw. *jonowe ferrociecze* [6, 7, 160], gdzie nie jest wymagany surfaktant, ponieważ cząstki magnetyczne odpychają się od siebie na skutek oddziaływań elektrostatycznych.

[156] dział mechaniki płynów, który można nazwać *ferrohydrodynamiką* (z ang. *FHD - ferrohydrodynamics*). Ferrociecze, tak jak i ciecze magnetoreologiczne (w skr. ciecze MR, którymi zajmuje się magnetohydrodynamika, z ang. *magnetohydrodynamics* - MHD) i elektroreologiczne (w skr. ciecze ER, którymi zajmuje się elektrohydrodynamika, z ang. *electrohydrodynamics* - EHD), można sklasyfikować jako *ciecze inteligentne*, czyli takie, których właściwości reologiczne (w szczególności, ich lepkość) można zmieniać poprzez oddziaływanie zewnętrznym polem, odpowiednio elektrycznym lub magnetycznym. Ferrociecze wyróżnia to, że nie przewodzą prądu elektrycznego (brak wolnych ładunków) a efekty oddziaływań są znacznie mniejsze, niż w przypadku cieczy ER, a ponadto, w obecności silnych pól magnetycznych, ich lepkość nie rośnie tak bardzo, jak w przypadku cieczy MR, które zachowują się wówczas jak lepkosprężyste ciała stałe, natomiast ferrociecze, nawet dla względnie dużych wartości pól magnetycznych, zachowują właściwości płynu [156, 160].

Pomimo, że pierwsze doniesienia J. Rabinowa (1948) [15, 150] dotyczące cieczy zawierających magnetyczne mikrocząsteczki, których lepkość można kontrolować zewnętrznym polem magnetycznym (późniejsze ciecze MR), sięgają późnych lat czterdziestych XX wieku, to ferrociecze pojawiły się dopiero 20 lat później, gdy S. Papell (1964) na zlecenie Narodowej Agencji Aeronautyki i Przestrzeni Kosmicznej rządu Stanów Zjednoczonych Ameryki Płn. (w skr. NASA), badał ciecze zawierające magnetyczne nanocząsteczki w celu przygotowania paliwa, którego ruch można kontrolować, tak aby doprowadzać je do silnika rakietowego w stanie zerowej grawitacji [15, 84]. Rozwiązanie to nie zostało wprowadzone[3], jednak ferrociecze znalazły praktyczne zastosowanie w wielu dziedzinach. Wykorzystuje się je, m.in. jako:

- uszczelnienia (zwane *dynamicznymi*) [U6, 152, 157, 160], np. w dyskach twardych i napędach optycznych [126],
- vacuum feedthrough [U1],
- zastępstwo klasycznych tłumików drgań w wysokiej klasy głośnikach i systemach audio [U1, U2, U5],
- markery podczas badania przy użyciu rezonansu magnetycznego oraz jako tzw. SPIONs (z ang. *superparamagnetic iron oxide nanoparticles*), czyli *nośniki leku*, które są wykorzystywane podczas chemioterapii i dają możliwość jego dostarczenia bezpośrednio do komórek rakowych [111, 177, 184],

[3] W silnikach rakietowych doprowadza się paliwo do komory spalania poprzez wtryskiwacz (w postaci aerozolu) [60, 202], a ponadto, ferrociecze zawierają elementy, które mogłyby szkodliwie wpływać na zaawansowany technologicznie silnik rakietowy.

Ostatnio zainteresowanie naukowców budzi fakt występowania w ferrocieczach tzw. *zjawiska rozszerzonego przepływu ciepła* [66, 103, 167, 169], gdzie poprzez działanie zewnętrznym polem magnetycznym, można kontrolować procesy transportu energii termicznej w ferrocieczy. Daje to możliwość ich zastosowania jako *inteligentnego* medium chłodzącego w urządzeniach o skali mikro, np. elementach elektronicznych, głośnikach [160]. Inne możliwości zastosowania ferrocieczy, to wykorzystanie ich np. w silnikach elektrycznych [43, 126, 131], generatorach [19, 128], transformatorach [17, 126, 180], miernictwie [126, 146], przetwornikach zamieniających energię mechaniczną na elektryczną [11], czy w sztuce.

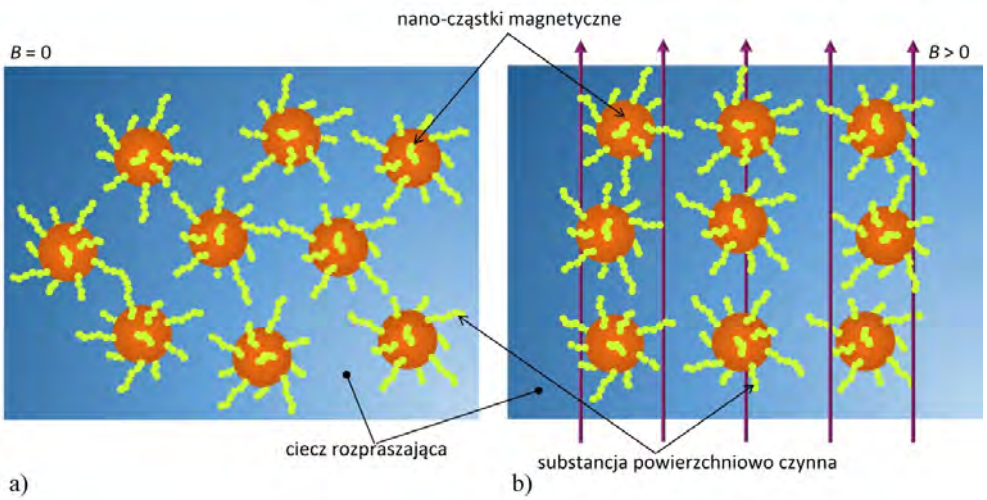
W pracy [75] (2017) B. Jackson, K. Terhune i L. King omawiają właściwości jonowej ferrocieczy, które dają możliwość jej wykorzystania do budowy sterów strumieniowych, służących do pozycjonowania małych satelit, znajdujących się na orbicie okołoziemskiej [U4]. Na powierzchni ferrocieczy, poddanej działaniu pola magnetycznego, tworzą się kształty mogące przypominać igły[4] - zjawisko to nazywa się *niestabilnością Rosensweiga*. Zadziałanie, wówczas silnym polem elektrycznym na tak ukształtowaną ferrociecz powoduje, że każda z igieł emituje jony (strumień jonów) i może pracować jako odrzutowy mikro-silnik.

Ferrociecze znalazły również zastosowanie w smarowaniu łożysk ślizgowych. Szczegółowe omówienie i badania dotyczące tej tematyki zostaną przedstawione w dalszej części pracy.

1.1.1 Właściwości lepkościowe ferrocieczy

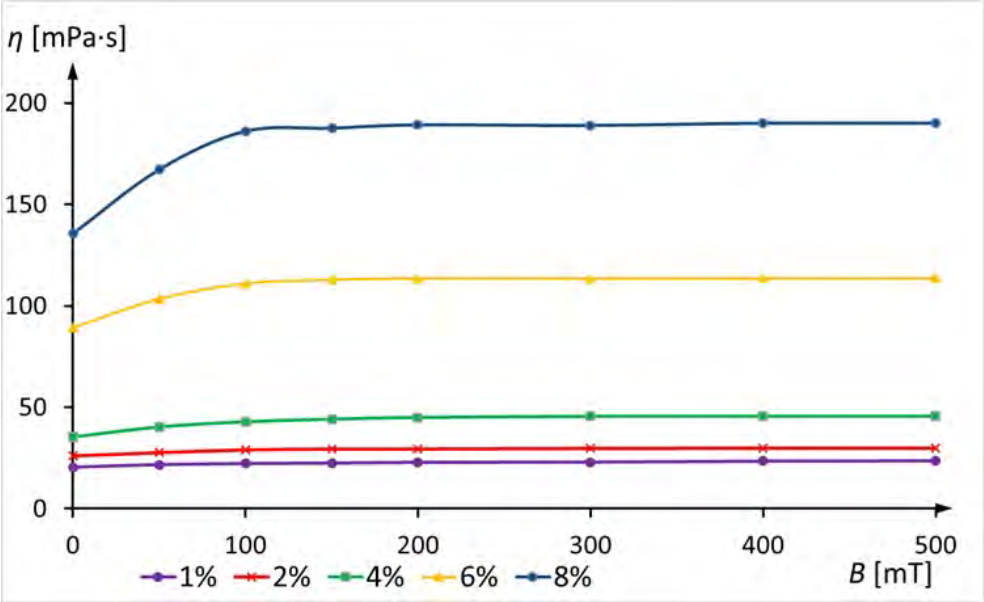
Działanie polem magnetycznym na ferrociecz powoduje, że zawarte w niej cząsteczki magnetyczne ustawiają się zgodnie z kierunkiem linii pola magnetycznego (Rys. 1.1), czego efektem jest zmiana jej właściwości fizycznych. Podobnie jak w przypadku niemagnetycznych koloidów zawierających stałe cząstki, lepkość ferrocieczy nie poddanej działaniu pola magnetycznego osiąga większe wartości, niż lepkość samej substancji bazowej [156]. Efekt dyssypacji energii jest również bardziej intensywny. Zmiany wartości lepkości ferrocieczy w zależności od stężenia cząstek magnetycznych, bez działania zewnętrznym polem magnetycznym, badano m.in. w pracach [46, 50–52], natomiast w obecności pola magnetycznego w pracach [23, 27, 49, 84, 112].

[4]Każdy układ fizyczny dąży do stanu, w którym jego energia osiąga najniższą wartość. W ferrocieczy powstaje balans pomiędzy energią napięcia powierzchniowego a energią oddziaływań magnetycznych [45, 156], czego efektem są różne kształty powstające na powierzchni ferrocieczy.



Rys. 1.1. Wpływ pola magnetycznego na ustawienie cząstek magnetycznych względem siebie w ferrocieczy: a) brak pola magnetycznego, b) działanie zewnętrznym polem magnetycznym

Lepkość ferrocieczy (ferrooleju[5]) w zależności od wartości indukcji magnetycznej, dla różnych stężeń objętościowych ferrocząstek, pokazuje Rys. 1.2 (wykorzystano wyniki pomiarów przedstawione w artykule [23, 27]).

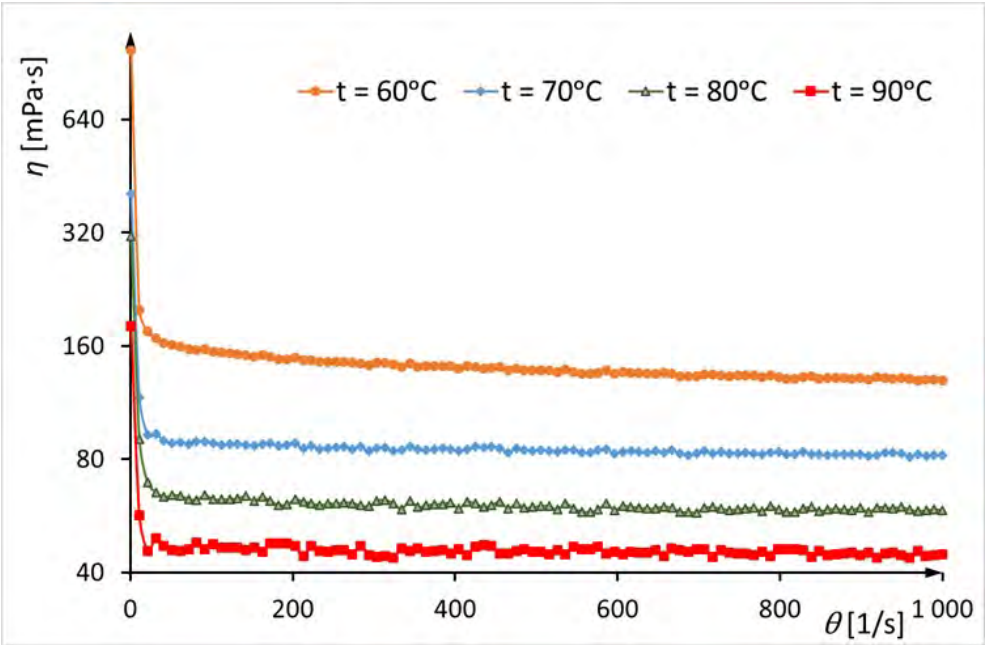


Rys. 1.2. Zmiany lepkości dynamicznej η ferrocieczy o różnym udziale objętościowym ferrocząstek, w zależności od wartości indukcji magnetycznej B, przy temperaturze $t = 90\,^{\circ}\mathrm{C}$ i szybkości ścinania $\theta = 100\,1/\mathrm{s}$ (na podstawie [23, 27])

[5]W tym przypadku można użyć określenia *ferrolej*, ponieważ czynnikiem bazowym (rozpraszającym) był klasyczny olej, stosowany w silnikach pojazdów samochodowych.

Pole magnetyczne powoduje, że lepkość ferrocieczy zmienia się, gdyż nano-cząstki grupują się w łańcuchy, które zwiększają opory przepływu, a ponadto na nano-cząstki oddziałują momenty magnetyczne, wpływając na ich ruch obrotowy i moment mechaniczny [72, 126, 141, 160, 163] (związane jest to z mechanizmem *relaksacji Browna* oraz *relaksacji Neéla* [14, 95]). W związku z tym, lepkość ferrocieczy charakteryzuje się również pewnym rodzajem anizotropowości, gdyż zależy ona także od kierunku działającego pola magnetycznego w stosunku do kierunku przepływu [3, 64, 115, 138, 168].

Na Rys. 1.3 przedstawiono zmiany lepkości ferrocieczy (przy udziale objętościowym cząstek magnetycznych wynoszącym 4%) poddanej działaniu pola magnetycznego, w zależności od szybkości ścinania, dla różnych temperatur[6].



Rys. 1.3. Zmiany lepkości dynamicznej η ferrocieczy (4 % obj. udziału ferrocząstek) w zależności od szybkości ścinania, dla różnych temperatur (na podstawie [23]) - oś rzędnych jest przedstawiona w skali logarytmicznej

Pionierami w opisie zjawiska przepływu ferrocieczy w polu magnetycznym są J. Neuringer i R. Rosensweig, którzy przedstawili układ równań ([73, 133]) dla lepkiej, nieściśliwej, nieprzewodzącej prądu elektrycznego, cieczy magnetycznej, uwzględniając w równaniu pędu (Naviera-Stokesa) dodatkowy człon sił masowych, który określa oddziaływanie cieczy z zewnętrznym polem magnetycznym.

[6]W pracy [23] przedstawiono wyniki pomiarów przeprowadzonych na reometrze rotacyjnym, gdy zewnętrzne pole magnetyczne posiadało jedynie składową prostopadła do kierunku ruchu ferrocieczy.

1.2 Smarowanie hydrodynamiczne łożysk ślizgowych

W niniejszym podrozdziale dokonano skrótowego opisu literatury dotyczącej ogólnego zagadnienia hydrodynamicznego smarowania łożysk ślizgowych. Przytoczono wybrane pozycje dotyczące różnych aspektów hydrodynamicznego smarowania. Na opis prac, dotyczących smarowania łożysk ślizgowych ferrocieczami oraz smarowania łożysk stożkowych, poświęcono osobne podrozdziały, przedstawione w dalszej części.

Eksperyment przeprowadzony przez Towera w 1883 roku [71, 178, 179] oraz równolegle prowadzone badania Petrova (1883) [65, 145], doprowadziły do odkrycia powstawania ciśnienia hydrodynamicznego i klina smarnego w oleju znajdującym się pomiędzy dwiema poruszającymi się względem siebie powierzchniami. Zapoczątkowało to rozwój dziedziny związanej z hydrodynamicznym smarowaniem łożysk ślizgowych. W ciągu trzech lat od tego odkrycia pojawia się praca Reynoldsa (1886) [153], gdzie autor wykorzystując równania Naviera-Stokes'a oraz równanie ciągłości strugi, uzyskuje równanie określające ciśnienie hydrodynamiczne w zmniejszającej się szczelinie, nazywane dzisiaj *równaniem Reynoldsa.* Od tego momentu powstało wiele prac dotyczących hydrodynamicznego smarowania łożysk ślizgowych. Bardzo liczną grupę stanowią prace dotyczące hydrodynamicznego smarowania łożysk ślizgowych cieczami o właściwościach newtonowskich, przy przepływie laminarnym. Ciekawe krajowe prace, zajmujące się tym zagadnieniem, to przykładowo pozycje [13, 67, 74, 89, 149, 173], natomiast w literaturze zagranicznej są to prace [10, 44, 71, 147, 155]. Dostępne są również publikacje dotyczące hydrodynamicznego smarowania z modelowaniem przepływu turbulentnego [20, 100, 119, 129, 171, 176, 192, 193].

W pracy [37] (1959) Dowson i Higginson prezentują rozwiązanie problemu izotermicznego smarowania elastohydrodynamicznego (EHD) pomiędzy dwoma cylindrami. Inne prace dotyczące smarowania elastohydrodynamicznego, to: [4, 16, 18, 36, 38, 41, 76, 90, 164, 182]. Ważnym aspektem przy modelowaniu hydrodynamicznego smarowania łożysk ślizgowych, jest wpływ właściwości nienewtonowskich oleju smarującego. Badania nad wpływem właściwości nienewtonowskich na hydrodynamiczne smarowanie dla dwóch sztywnych cylindrów [38], rozpoczęli Milne [118] (1957) i Tanner [174] (1960). Wykazali oni, że dla zadanej geometrii szczeliny, uwzględnienie właściwości nienewtonowskich powoduje zmniejszenie wartości siły nośnej, a zwiększenie wartości siły tarcia. Wybrane prace, dotyczące smarowania nienewtonowskim olejem, to:

- publikacje [79, 113, 135, 148, 175] dotyczą smarowania olejem o modelu potęgowym,
- publikacje [96, 108, 165, 185, 189] zajmują się smarowaniem olejem o modelu mikropolarnym,
- prace [56, 77, 78, 144] dotyczą smarowania olejem o modelu Binghama,
- prace [9, 63, 121, 122, 126, 154, 191, 196–199, 204] dotyczą hydrodynamicznego smarowania lepko-sprężystym olejem.

W literaturze dostępne są też prace dotyczące występowania innych efektów podczas smarowania hydrodynamicznego, między innymi, kawitacji [110, 114, 203], wpływu chropowatości współpracujących powierzchni łożyska [107, 181, 186], wpływu zastosowania porowatych materiałów łożyskowych [34, 42, 116], czy modelowania procesów niestacjonarnych [105, 130, 166].

1.3 Smarowanie łożysk ślizgowych ferrocieczami

Koniec XX i początek XXI wieku przyniósł znaczną intensyfikację badań dotyczących wykorzystania ferrocieczy jako medium smarnego w łożyskach ślizgowych. Jako prekursora wykorzystania cieczy oddziałujących magnetycznie, do hydrodynamicznego smarowania łożysk, uważa się D. Kuzmę [101] (1963). Wśród polskich badaczy jako jedni z pierwszych, ferromagetycznym przepływem smarującym, zajmowali się R. Janiszewski i K. Wierzcholski [81] (1980), a następnie A. Miszczak [120, 123, 124, 194].

Większość dostępnych w literaturze badań z dziedziny hydrodynamicznego smarowania łożysk ślizgowych, dotyczy teoretycznego opisu tego procesu, natomiast mniej jest prac, w których przeprowadzono badania eksperymentalne. Poniżej opisano kilka wybranych prac dotyczących hydrodynamicznego smarowania ferrocieczami łożysk walcowych.

W pracy [140] (2001) T. Osman bada hydrodynamiczne smarowanie ferrocieczą walcowego łożyska ślizgowego, przyjmując w modelu, że oś obracającego się czopa jest nierównoległa do osi panewki, co powoduje, że rozkład wysokości szczeliny smarnej jest nie tylko funkcją kąta opasania, ale także położenia mierzonego wzdłuż czopa (panewki) łożyska. Autor przedstawia wyniki obliczeń numerycznych (przeprowadzonych z użyciem metody różnic skończonych) generowanej siły nośnej, siły tarcia, momentów powstających na czopie (wynikających z nierównoległego położenia osi

czopa, względem osi panewki), kąta pomiędzy linią środków a linią działania obciążenia oraz wartości wydatków oleju na brzegach szczeliny smarnej. Obliczenia przeprowadzono przyjmując, zarówno netwonowski, jak i nienewtonowski model lepkości cieczy smarującej. Autor wnioskuje, że stosowanie ferrocieczy zamiast klasycznego oleju, poprawia parametry pracy łożyska.

W pracy [126] (2006) A. Miszczak obszernie analizuje hydrodynamiczne smarowanie ferrocieczą poprzecznych łożysk ślizgowych. Badania przeprowadzono zarówno od strony analityczno-numerycznej, jak i otrzymywane wyniki zostały potwierdzone na drodze doświadczalnej. W rozważaniach, właściwości fizyczne ferrocieczy zostały uogólnione, gdyż uwzględniono możliwość wykazywania przez nią właściwości lepkosprężystych i były one opisywane modelem płynu 2 rzędu przy pomocy tensorów Rivlina-Ericksena zapisanych w układzie walcowym. Model ponadto zakładał wpływ innych parametrów, takich jak niestacjonarność procesu, wpływ chropowatości i odkształceń termicznych panewki, nierównoległość osi czopa i panewki. Rozwiązanie równania typu Reynoldsa dla poprzecznego łożyska ślizgowego polegało na wykorzystaniu metody różnic skończonych wraz z metodą małego parametru. Obliczenia oraz wyniki doświadczalne potwierdziły wpływ działania zewnętrznego pola magnetycznego na parametry eksploatacyjne poprzecznego łożyska ślizgowego smarowanego ferroolejem.

Praca [82] (2014) dotyczy badań doświadczalnych, w których W. Jianmei, K. Jianfeng, Z. Yanjuan H. Xunjie za pomocą zaprojektowanej cewki indukcyjnej oddziałują na ferrociecz smarującą łożysko ślizgowe. Autorzy analizują otrzymywane wartości ciśnienia hydrodynamicznego, temperatury, wartości natężenia pola magnetycznego i ich wpływu na wartości lepkości ferrocieczy, uzyskując charakterystyki określające zmiany parametrów w zależności od zadanych wartości pola magnetycznego wytwarzanego przez cewkę. We wnioskach, autorzy zaznaczają, że zastosowanie ferrocieczy w polu magnetycznym może wpłynąć na poprawę wartości uzyskiwanej siły nośnej w łożysku, dzięki możliwości kontrolowania wartości lepkości ferrocieczy oraz daje to możliwość skompensowania spadku lepkości wywołanego przyrostami temperatury czynnika smarującego.

W pracy [102] (2017) S. Laghrabli, M. El Khlifi, M. Nabhani i B. Bou-Saïd zajmują się modelowaniem hydrodynamicznego smarowania ferrocieczą łożyska ślizgowego, przy wykorzystaniu modelu Jenkinsa. Za parametry kontrolne przyjmują *współczynnik siły magnetycznej* oraz *lepkość Jenkinsa*. Wyniki obliczeń numerycznych porównują z wartościami wyznaczonymi dla modelu Neuringera i Rosensweiga. Przeprowadzone badania pokazały, że dla łożysk z małą i średnią mimośrodowością, zwiększanie wartości parametrów kontrolnych powoduje wzrost ciśnienia, siły no-

śnej, kąta pomiędzy linią środków a linią działania obciążenia i wydatku wypływu smaru ze szczeliny smarnej, natomiast zmniejszenie wartości współczynnika tarcia. W łożyskach o dużej mimośrodowości, zwiększanie parametru lepkości Jenkinsa, powoduje pomniejszenie siły nośnej łożyska i zwiększenie współczynnika tarcia.

W badaniach opisanych w pracy [143] (2017) N. Patel, D. Vakharia i G. Deheri zajmowali się hydrodynamicznym smarowaniem łożyska walcowego na zbudowanym przez nich stanowisku pomiarowym. Jako czynnik smarujący w mosiężnym łożysku, wykorzystano ferroolej. Czop łożyska został namagnesowany, a wytwarzane przez niego pole oddziaływało na smarujący łożysko ferroolej. Badania potwierdziły, że w celu uzyskania większych wartości sił nośnych przy dużych prędkościach obrotowych czopa, można w łożysku zastosować ferroolej na który działa zewnętrzne pole magnetyczne. Uzyskany przez autorów przyrost maksymalnej wartości ciśnienia, był rzędu 60 %. Wykazano również, że smarowanie ferroolejem powoduje generowanie niższych wartości temperatury w szczelinie smarnej, w stosunku do smarowania klasycznym olejem niemagnetycznym.

Praca M. Fycza [53] (2018) szeroko opisuje właściwości fizyczne ferrocieczy. W rozprawie doświadczalnie rozpatrzono zmiany lepkości ferroolejów o różnych stężeniach objętościowych cząstek magnetycznych, w zależności od takich parametrów jak temperatura, szybkość ścinania, ciśnienie, wartość indukcji oddziałującego pola magnetycznego, stężenie cząstek magnetycznych. Zbadano też wartości gęstości i współczynnika podatności magnetycznej ferrooleju. Autor również zaproponował kilka modeli zmian lepkości w funkcji zmian wymienionych parametrów oraz dopasował zależności opisane tymi modelami do wyników doświadczalnych. Następnie, autor przedstawił model smarowania ferroolejem poprzecznego łożyska ślizgowego w polu magnetycznym i wykonał obliczenia numeryczne, w celu uzyskania parametrów eksploatacyjnych badanego łożyska.

1.4 Stożkowe łożyska ślizgowe

Stożkowe łożyska ślizgowe można sklasyfikować jako *łożyska o nieklasycznych powierzchniach*. Literatura dotycząca łożysk ślizgowych smarowanych hydrodynamicznie, w których czop lub czop i panewka mają stożkowy kształt, nie jest tak obszerna, jak w przypadku łożysk walcowych. W dostępnej autorowi literaturze, nie odnaleziono prac eksperymentalnych dotyczących smarowania ferrocieczą stożkowych łożysk ślizgowych, natomiast udało się odnaleźć kilka prac teoretycznych i numerycznych, w których prowadzono badania dotyczące hydrodynamicznego smarowania stożkowych łożysk ślizgowych.

W pracy [135] (1984) Z. Nowak i K. Wierzcholski jako pierwsi dokonują teoretycznego opisu nienewtonowskiego smarowania stożkowego łożyska ślizgowego o skończonej długości, gdzie lepkość cieczy smarującej zależy od prędkości ścinania zgodnie z *modelem potęgowym*. Autorzy wstępnie prezentują model hydrodynamicznego smarowania łożyska ślizgowego w dowolnym krzywoliniowym układzie współrzędnych, a następnie zapisują równania podstawowe w stożkowym układzie współrzędnych. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego w szczelinie smarnej wyznaczany jest numerycznie dla symetrycznej szczeliny, przy uwzględnieniu zmian temperatury, a zatem również lepkości, we wszystkich kierunkach (tzn. również w kierunku wysokości szczeliny smarnej). Podobnie w pracy [134] autorzy formułują problem hydrodynamicznego smarowania stożkowego łożyska ślizgowego, gdzie uwzględniają zmiany temperatury oleju i ich wpływ na wartości lepkości. W przeprowadzonej analizie, zmiany lepkości pod wpływem zmian temperatury są opisane za pomocą funkcji wykładniczej. Efektem prac jest uzyskanie rozwiązań, pozwalających obliczyć rozkłady ciśnienia hydrodynamicznego oraz wartości sił nośnych rozpatrywanego łożyska.

D. Verma, P. Sinha i P. Chandra w publikacji [97] (1992) zajmują się hydrodynamicznym smarowaniem łożysk sferycznych i stożkowych, na które oddziałuje zewnętrze pole magnetyczne, a kierunek wektora natężenia pola jest prostopadły do kierunku ruchu cieczy smarującej. Nieliniowe równania ruchu cieczy, w których uwzględniono bezwymiarowy parametr określający czas relaksacji Browna, rozwiązano z wykorzystaniem metody perturbacyjnej. W modelu, łożysko stożkowe przenosiło obciążenia wzdłużne. Dzięki analizie numerycznej, uzyskano szereg wielkości określających jak pole magnetyczne i wartość określająca czas relaksacji, wpływa na rozkład ciśnienia hydrodynamicznego i wartości sił nośnych łożyska sferycznego i stożkowego. Kontynuacją badań jest praca [98] (1993), gdzie autorzy w podobny sposób prowadzą rozważania wraz z obliczeniami dla klina smarnego pomiędzy dwoma cylindrycznymi dyskami oraz dla łożyska stożkowego przenoszącego obciążenia wzdłużne, lecz dodatkowo zakładają, występowanie zwiększonej zewnętrznie wartości ciśnienia hydrostatycznego. Z wykonanych symulacji wynika, że oddziaływanie zewnętrznym polem magnetycznym i uwzględnienie współczynnika relaksacji Browna ma znikomy wpływ na uzyskiwane wartości ciśnienia hydrodynamicznego i siły nośnej.

Stacjonarny przepływ nieściśliwej, nienewtonowskiej cieczy, poddanej oddziaływaniu stałego pola magnetycznego, wykorzystanej do smarowania stożkowego łożyska ślizgowego, został teoretycznie zbadany przez G. M. Abdel-Rahmana w pracy [1] (2004). W pracy przyjęto nieizotermiczne smarowanie cieczą, której wartość lepkości zależy od szybkości ścinania zgodnie z *modelem potęgowym* opisanym równaniami

Reinera-Rivlina. Wprowadzono krzywoliniowy (stożkowy) układ współrzędnych, w którym jedna z osi układu jest zgodna z kierunkiem wysokości szczeliny smarnej, co w związku z względnie niewielką wysokością szczeliny smarnej, pozwoliło uprościć równania opisujące przepływ. Opis matematyczny hydrodynamicznego smarowania przedstawiono w formie bezwymiarowej. Wprowadzono zmodyfikowaną liczbę Reynoldsa, związaną z siłami odśrodkowymi, które w łożysku stożkowym mogą mieć istotne znaczenie, ponieważ powodują „wypychanie" cieczy smarującej w kierunku rozszerzającego się czopa (panewki). Przeprowadzono obliczenia numeryczne dla różnych wartości współczynnika opisującego pole magnetyczne oraz dla różnych wartości wykładnika w modelu potęgowym, zaznaczając, że wyniki uwzględniają zmiany lepkości związane ze zmianą temperatury i szybkości ścinania w kierunku wysokości szczeliny smarnej. Wnioskiem wynikającym z badań jest to, że uwzględnienie efektów nienewtonowskich powoduje otrzymanie wyników, w których przyrosty temperatury w cieczy smarującej są większe i jest to związane z efektami dyssypacyjnymi. W pracy nie uwzględniono jednak, że siły obciążające łożysko mogą być nierównoległe do osi obrotu czopa, tzn. pokazano wyniki jedynie dla osiowo-symetrycznego przepływu cieczy smarującej (stałej wysokości szczeliny smarnej).

M. Koprowski w pracy [91] (2006) prezentuje teoretyczny model smarowania stożkowego łożyska ślizgowego, uwzględniający wpływ wpływ pola magnetycznego, ciśnienia i temperatury na lepkość dynamiczną cieczy, w niesymetrycznej szczelinie smarnej. Równania podstawowe doprowadzono do postaci bezywmiarowej. Model zakłada, że zawarcie w nim wpływu każdego z tych parametrów na smarowanie hydrodynamiczne, będzie dokonane poprzez zastosowanie *metody małego parametru*. Dodatkowo uwzględniono możliwość występowania efektów lepkosprężystych poprzez przyjęcie związku konstytutywnego dla cieczy 2-go rzędu [39]. Autor wyprowadził wzór opisujący zmienną wysokość szczeliny smarnej, który oprócz uwzględnienia powstawania mimośrodowości pomiędzy czopem i panewką łożyska, na skutek działania składowej poprzecznej obciążenia, bierze pod uwagę również nierównoległość osi czopa i panewki (w jednej płaszczyźnie) oraz możliwość występowania różnych wartości kątów rozwarcia pomiędzy stożkiem czopa a stożkiem panewki. W przeprowadzonych obliczeniach numerycznych, których wyniki są przedstawione w pracy, przyjęto smarowanie newtonowskim olejem i pominięto wpływ temperatury, ciśnienia oraz pola magnetycznego.

W artykule [92] (2006) M. Koprowski analizuje wpływ nierównoległości pomiędzy osią czopa i panewki stożkowego łożyska ślizgowego na smarowanie hydrodynamiczne. Podobnie jak w pracy [91] zakłada, że nierównoległość pomiędzy tymi osiami, występuje w jednej płaszczyźnie i określona jest poprzez wartość kąta po-

między tymi osiami. Ponadto, w pracy autor uwzględnia możliwość występowania różnych kątów rozwarcia pomiędzy stożkiem czopa a stożkiem panewki. Funkcję zmian wysokości szczeliny smarnej przedstawia w postaci bezwymiarowej, tak jak i równania podstawowe, opisujące ruch lepkosprężystej cieczy smarującej, poddanej działaniu sił magnetycznych. Autor zaznacza, że równania są zapisane w takiej formie, aby poprzez przyjęcie jedynie odpowiedniej wartości kątów określających rozwarcie stożków czopa i panewki, otrzymać zależności opisujące smarowanie hydrodynamiczne łożysk walcowych.

Praca [93] (2007) M. Koprowskiego, dotyczy przepływu cieczy smarnej w niesymetrycznej szczelinie stożkowego łożyska ślizgowego. Autor skupia się na analizie numerycznej (bezwymiarowa postać równań) i przedstawia wyniki obliczeń (tzn. wartości ciśnień i sił nośnych) dla łożysk o różnych mimośrodowościach względnych, różnych kątach rozwarcia stożka czopa i stożka panewki, a także uwzględnia nierównoległość pomiędzy osią czopa a osią panewki, które leżą w jednej płaszczyźnie. Autor wnioskuje, że zmiana wartości kąta pomiędzy osiami czopa i panewki, powoduje zmniejszenie wartości generowanych sił nośnych.

W pracy [85] (2009) M. Kaneko, Y. Nakamura, K. Miyazaki i H. Tsukamoto zajmują się modelowaniem pracy pompy do krwi, zbudowanej z wykorzystaniem dwóch stożkowych łożysk ze spiralnymi rowkami. Autorzy prowadząc symulacje CFD wraz z wielokryterialną optymalizacją algorytmem genetycznym, badają zależności pomiędzy wymiarami geometrycznymi i wydajnością pompy, w celu uzyskania optymalnych parametrów jej pracy, pozwalających na uniknięcie powstawiania niechcianych efektów prowadzących do powstawania skrzepów. Wyniki obliczeń numerycznych konfrontują z wartościami uzyskanymi na drodze doświadczalnej oraz wnioskują, że optymalizacja przy zastosowaniu algorytmów genetycznych jest dobrym narzędziem przy projektowaniu pomp krwi.

Praca [94] dotyczy hydrodynamicznego smarowania olejem stożkowych łożysk ślizgowych wykorzystywanych w turbinach. Autor pracy A. Korneev zaznacza, że jest to kontynuacja badań opisanych w dziewięciu poprzednich artykułach, dotyczących projektowania stożkowych łożysk ślizgowych. W symulacjach rozpatrywano trzy rodzaje łożyska: o niedzielonej panewce, o panewce podzielonej na segmenty oraz łożysko z panewką hybrydową, czyli częściowo pokrytą segmentami. W wynikach przedstawiono wartości obliczanych sił nośnych, wydatków objętościowych, strat wywołanych tarciem i przepływem oleju smarnego.

W artykule [35] (2013) G. Deheri, R. Patel i H. C. Patel zajmują się modelowaniem matematycznym i symulacjami smarowania hydrodynamicznego pomiędzy dwiema stożkowymi, chropowatymi powierzchniami w układzie przenoszącym obcią-

żenia wzdłużne. W metodzie przedstawiają i rozwiązują zmodyfikowane równanie Reynoldsa. Autorzy wskazują, że zastosowanie ferrooleju, jako czynnika smarującego, daje wymierne korzyści w stosunku do łożyska smarowanego zwykłym olejem, gdyż pogarszanie się parametrów eksploatacyjnych łożyska, wywołanych chropowatością współpracujących powierzchni, może zostać osłabione poprzez oddziaływanie na ferroolej zewnętrznym polem magnetycznym. Autorzy wnioskują, że będzie to miało istotny wpływ dla takich łożysk zastosowanych w przemyśle, gdyż znacząco zmniejszy awaryjność podzespołów maszyn.

W arytukule [2] (2014) G. M. Abdel-Rahman i A. M. Al-Hanaya, podobnie jak w pracy [1] rozważają stacjonarne smarowanie stożkowego łożyska ślizgowego, jednak w tym przypadku, dodatkowo uwzględniają, że ciecz smarująca, poddana działaniu pola magnetycznego, przepływa przez porowaty materiał oraz jest cieczą przewodzącą prąd elektryczny. Badania pozwoliły autorom przedstawić podobne wnioski jak w pracy [1], tzn. uwzględnienie tego, że ciecz jest nienewtonowska daje wyniki, w których przyrosty temperatury są większe, niż gdy przyjęto model cieczy newtonowskiej. W tym przypadku również uwzględniono jedynie osiowo-symetryczny przepływ i przenoszenie jedynie obciążeń wzdłużnych przez łożysko (wzdłuż osi obrotu czopa).

W książce [187] (2017) A. Walickiej można znaleźć ogólny i bardzo dokładny opis zjawisk dotyczących przepływów cieczy nienewtonowskich. Autorka przedstawia ogólny zestaw równań ruchu i równań konstytutywnych dla płynów o różnych właściwościach reologicznych, w kilku układach współrzędnych krzywoliniowych, również dla płynów magnetycznych i elektro-reologicznych. Podane są również przykłady przepływów cieczy lepkosprężystych drugiego stopnia i polarnych, pomiędzy obracającymi się, osiowo-symetrycznymi powierzchniami, porowatymi i nieporowatymi. Rozważono również metody rozwiązywania równań przepływu oraz zastosowanie reologii w tribologii w kwestii wykorzystania różnych nienewtonowskich płynów w smarowaniu zakrzywionych łożysk wzdłużnych.

W pracy [142] (2017) J. Patel, M. Shimpi i G. M. Deheri rozpatrują stożkowe łożysko ślizgowe smarowane ferrocieczą, uwzględniając wpływ chropowatości współpracujących powierzchni łożyska. W badaniach przyjęto, że łożysko jest obciążane wzdłuż osi obrotu czopa. Zastosowano model stochastyczny, który pozwolił uwzględnić zmiany wysokości szczeliny smarnej, w związku z występowaniem chropowatości. Następnie, wyznaczono rozkłady ciśnienia w łożysku oraz siłę nośną, poprzez rozwiązanie *stochastycznego równania Reynoldsa*. Na podstawie wyników badań teoretyczno-numerycznych, postawiono wniosek, że przy modelowaniu pracy łożyska, należy uwzględnić chropowatość powierzchni łożyska, jako czynnika, który ma

istotne znaczenie na smarowanie hydrodynamiczne oraz że smarowanie ferrocieczą w polu magnetycznym, może w pewnych okolicznościach korzystnie wpłynąć na parametry pracy łożyska (w pracy, autorzy przedstawili taką hipotezę dla modelu, w którym chropowatość zwiększa wysokość szczeliny smarnej - występuje tylko wgłąb materiału, mierząc od powierzchni nominalnej).

1.4.1 Dorobek autora w temacie smarowania stożkowych łożysk ślizgowych

Publikacje autora niniejszej pracy, które dotyczyły zagadnienia hydrodynamicznego smarowania łożysk ślizgowych dotyczyły symulacji CFD wpływu różnych czynników na parametry pracy łożyska. Zbadano wpływ następujących czynników:

- w pracy [21] panewka rozpatrywanego łożyska pokryta była mikrorowkami,
- w artykule [22] uwzględniono właściwości nienewtonowskie oleju smarującego,
- praca [24] dotyczyła uwzględnienia w symulacjach wpływu chropowatości powierzchni czopa i panewki łożyska,
- w badaniach opisanych w pracy [25] uwzględniono jednocześnie wpływ temperatury i jej zmian wywołanych tarciem wewnętrznym w oleju oraz jego właściwości nienewtonowskie,
- w badaniach w [28] wzięto pod uwagę wpływ nierównoległości osi czopa, w stosunku do osi panewki, występującej w płaszczyźnie określonej przez linię środków i nominalną oś obrotu czopa łożyska,
- w artykule [30] przedstawiono porównanie otrzymywanych wielkości, przy wykorzystaniu różnych modeli opisujących właściwości cieczy nienewtonowskich,
- w pracy [29] symulacje dotyczyły łożyska o różnych kątach rozwarcia stożka czopa i stożka panewki,
- praca [31] uwzględniała w symulacjach występowanie nierównoległości osi czopa do osi panewki w płaszczyźnie obróconej względem nominalnej osi czopa i ustawionej pod niezerowym kątem do linii środków,
- badania przedstawione w pracy [32] dotyczyły wpływu odległości czopa od panewki łożyska stożkowego, mierzonej wzdłuż osi jego obrotu,
- w pracy [33] rozpatrywano wpływ współczynnika przewodzenia ciepła materiału panewki na uzyskiwane parametry pracy łożyska.

W przeprowadzonych w pracach symulacjach, współczynniki odpowiednich modeli określano na podstawie dopasowania funkcji opisanych tymi zależnościami, do danych doświadczalnych prezentowanych w innych publikacjach autora lub na podstawie badań innych autorów.

1.5 Geneza, teza i cele pracy

Zaleta stosowania łożysk ślizgowych wynika ze sposobu przenoszenia obciążeń pomiędzy czopem a panewką, które odbywa się poprzez medium ciekłe, dzięki czemu łożyska są ciche, w stosunku do łożysk tocznych, a ponadto uzyskuje się względnie małe współczynniki tarcia oraz efekt tłumienia drgań, co ma znaczący wpływ na pracę maszyn. Stożkowe łożysko ślizgowego przenosi jednocześnie obciążenia występujące w kierunku promieniowym oraz osiowym. Zastosowanie takiego łożyska lub układu dwóch przeciwnie ustawionych do siebie łożysk, wspierających znajdujący się pomiędzy nimi wał, w projektowanym węźle tarcia ślizgowego, umożliwia jednoczesne przenoszenie znacznych obciążeń w obu tych kierunkach. Zmiana położenia czopa łożyska stożkowego w stosunku do jego panewki, wzdłuż osi jego obrotu i zwiększenie odległości między współpracującymi powierzchniami powoduje, że może ono być traktowane i modelowane jak łożysko o innej wartości luzu promieniowego. Efekt taki nie występuję w przypadku łożysk walcowych.

Z dostępnej literatury wiadomo, że zastosowanie ferrocieczy jako czynnika smarującego łożysko ślizgowe, czyni z niego tzw. *łożysko inteligentne*, gdyż generuje to możliwość wpływania na jego parametry przepływowe i eksploatacyjne. Oddziałując zewnętrznym polem magnetycznym na ferrociecz, wywołuje się zmiany jej lepkości, czyli jednego z podstawowych parametrów projektowych łożysk ślizgowych. Zmiany lepkości cieczy smarującej rzutują na uzyskiwane wartości ciśnień hydrodynamicznych w szczelinie smarnej, a zatem i na wartości generowanych sił nośnych i tarcia. Stwarza to perspektywę kontrolowania mimośrodowości pracującego łożyska, czy też ustalenie jej zadanej wartości, dla różnych obciążeń statycznych.

W dostępnej literaturze niewiele jest prac dotyczących hydrodynamicznego smarowania stożkowych łożysk ślizgowych i głównie dotyczą badań teoretycznych. Jeszcze mniejsza jest ilość prac dotyczących smarowania stożkowych łożysk ślizgowych, gdzie jako środek smarujący wykorzystano ferrociecz. Dostępnych jest jedynie kilka artykułów, w których rozpatrywane jest smarowanie ferrocieczą stożkowych łożysk ślizgowych przenoszących jednoczenie obciążenia osiowe i promieniowe.

Znajomość wartości lepkości oleju smarnego w szczelinie smarnej łożyska stożkowego ma kluczowe znaczenie przy projektowaniu łożyska, obliczaniu wartości ci-

śnienia oraz parametrów eksploatacyjnych, dlatego w celu otrzymania precyzyjnych wyników, ważne jest dokładne modelowanie zmian lepkości w szczelinie smarnej. Literatura donosi, że tak jak w przypadku klasycznych olejów, lepkość ferroolejów, czyli ferrocieczy wytrzorzonej na bazie oleju, silnie zależy od temperatury, a ponadto wykazuje właściwości nienewtonowskie. Niebagatelną rolę odgrywa też wpływ ciśnienia. Istotne jest także określenie zmian wartości lepkości ferrooleju w funkcji zmian indukcji pola magnetycznego. W dostępnej literaturze nie odnaleziono badań, w których uwzględniono wpływ wszystkich tych czynników na hydrodynamiczne smarowanie ferroolejem stożkowego łożyska ślizgowego, gdzie modelowane zmiany lepkości opierały by się na zależnościach uzyskanych na podstawie dopasowania do realnych danych uzyskanych na drodze doświadczalnej.

W teorii hydrodynamicznego smarowania stożkowego łożyska ślizgowego ważne jest uzyskanie modelu uwzględniającego *ssące działanie wirującego czopa*, które powoduje powstanie efektów nie występujących w przypadku łożysk cylindrycznych. Z literatury również wynika, że pomimo niewielkiej wysokości szczeliny smarnej i pominięcia zmian ciśnienia w kierunku jej wysokości, niezbędne jest uwzględnienie zmian temperatury i szybkości ścinania w kierunku jej wysokości, czyli również zmian wartości lepkości oleju smarnego w kierunku wysokości szczeliny.

Biorąc pod uwagę atuty stosowania stożkowych łożysk ślizgowych smarowanych ferroolejami, przy oddziaływaniu zewnętrznego pola magnetycznego, autor niniejszej pracy prowadzi badania, których celem utylitarnym jest znalezienie ich praktycznego wykorzystania w zastosowaniach specjalnych lub w przemyśle. Poprzedzone to musi być licznymi badaniami teoretycznymi, numerycznymi, a zwłaszcza powinny one być poparte poprzez eksperyment. Obecnym etapem prac autora jest przygotowanie modelu teoretycznego oraz bazującego na nim oprogramowania, na podstawie którego możliwe będzie dokładne wyznaczanie rozkładów ciśnień w szczelinie smarnej, obliczanie wartości temperatur, modelowanie zmian lepkości, w celu otrzymania dokładnych wartości parametrów eksploatacyjnych, takich jak siły nośne, siły tarcia i współczynnik tarcia.

Na podstawie przeprowadzonych badań literaturowych, przedstawionych uwag, tendencji występujących w przemyśle i technice do poszukiwania innowacyjnych rozwiązań oraz rozszerzonych możliwości wynikających ze stosowania ferrocieczy w łożyskach ślizgowych, autor stawia następującą tezę:

Zastosowanie ferrooleju jako czynnika smarującego w stożkowym łożysku ślizgowym stwarza możliwość regulacji i sterowania parametrami przepływowymi i eksploatacyjnymi łożyska oraz wpływania na wartość mimośrodowości, poprzez oddziaływanie na ferroolej zewnętrznym po-

lem magnetycznym.

Powyższa teza będzie udowodniona poprzez badania analityczno-numeryczne oraz realizację celów pracy wymienionych w kolejnym podrozdziale.

1.5.1 Cele i metody przyjęte w pracy

Podstawowym celem niniejszej pracy jest przeprowadzenie analizy teoretyczno-numerycznej, dotyczącej hydrodynamicznego smarowania ferroolejami stożkowych łożysk ślizgowych, prowadzącej do uzyskania modelu matematycznego przepływu ferrooleju w szczelinie smarnej łożyska, w polu magnetycznym, na podstawie którego zbudowany zostanie program do obliczeń numerycznych, służący do wyznaczania parametrów przepływowych i eksploatacyjnych. Cele szczegółowe są następujące:

- wyprowadzenie zmodyfikowanego równania typu Reynoldsa w postaci bezwymiarowej, w stożkowym układzie współrzędnych, w którym uwzględnia się ssące działanie wirującego czopa i zmiany lepkości w kierunku wysokości szczeliny smarnej, wywołane wpływem temperatury i szybkości ścinania,
- uzyskanie funkcji określających składowe wektora prędkości ferrooleju w szczelinie łożyska,
- analityczne rozwiązanie równania energii i uzyskanie funkcji rozkładu temperatury w szczelinie smarnej, uwzględniającego efekty nieliniowe,
- zaproponowanie modeli zmian lepkości w funkcji temperatury, ciśnienia, szybkości ścinania, wartości indukcji pola magnetycznego,
- wykorzystanie danych z literatury, w których doświadczalnie uzyskano charakterystyki lepkościowe, dopasowanie do nich modeli zmian lepkości oraz uzyskanie odpowiednich współczynników dla przyjętych modeli,
- opracowanie programu obliczeniowego opartego na metodzie Newtona, w celu numerycznego rozwiązywania uzyskanego równania typu Reynoldsa, czyli nieliniowego zagadnienia brzegowego z równaniami różniczkowymi cząstkowymi II rzędu,
- weryfikacja uzyskiwanych wyników symulacji na podstawie porównania z rezultatami otrzymywanymi z analitycznych rozwiązań dla uproszczonych przypadków hydrodynamicznego smarowania (łożyska bardzo krótkie i niekończenie długie) oraz z wartościami uzyskanymi przy wykorzystaniu komercyjnego oprogramowania CFD,

- przeprowadzenie symulacji dla przyjętych pól magnetycznych, długości łożyska, kątów opisujących stożek, mimośrodowości, na podstawie których możliwe będzie zbadanie wpływu pola magnetycznego na hydrodynamiczne smarowanie ferrocieczą stożkowego łożyska ślizgowego,
- analiza wpływu członu opisującego ssące działanie czopa, zewnętrznego pola magnetycznego, temperatury, ciśnienia i szybkości ścinania na zmianę lepkości dynamicznej oraz parametry przepływowe i eksploatacyjne stożkowego łożyska ślizgowego.

Symulacje numeryczne, z wykorzystaniem przedstawionego modelu matematycznego, realizowano napisanym przez autora programem obliczeniowym, który został wykonany w środowisku Matlab, firmy Mathworks, natomiast uzyskiwane wyniki skonfrontowano wykorzystując do obliczeń oprogramowanie Ansys Workbench z pakietem CFD: Fluent.

1.6 Ograniczenia przyjętej metody

Przyjęty model zakłada, że smarowanie jest stacjonarne, więc pominięte zostają takie efekty jak drgania, wędrówka środka czopa, zmienne wartości obciążenia i indukcji magnetycznej lub fluktuacje prędkości obrotowej. Przyjmuje się, że smarowanie jest laminarne, powierzchnie czopa i panewki gładkie, bez odkształceń i nie występuje zjawisko poślizgu. Obliczenia przeprowadza się dla stałej wartości gęstości i współczynnika przewodzenia ciepła ferrooleju. W modelu matematycznych pomija się część członów w równaniach ruchu przyjmując, że są one rzędu wielkości promieniowego luzu względnego. Pomija się zmiany namagnesowania nasyconego ferrooleju względem zmian temperatury. Podatność magnetyczna jest traktowana jako wielkość skalarna o stałej wartości. Modele lepkości pomimo, że dobrze opisują jej zmiany w otoczeniu punktu odniesienia, mogą generować większe rozbieżności przy rozpatrywaniu szerszych zakresów wartości zmiennych niezależnych. Zastosowano model uwzględniający zmiany lepkości w zależności od wartości wektora indukcji magnetycznej, bez rozpatrywania wpływu kierunku jego działania.

W metodzie numerycznej konieczne jest działanie odwracania macierzy składającej się z $(n \times m) \times (n \times m)$ elementów, gdzie n i m to ilość kroków obliczeniowych w kierunku obwodowym i osiowym. Przyjmując siatkę o wymiarach 51×51, uzyskujemy macierz współczynników zawierającą 6 765 201 elementów. Dodatkowo, w programie zdefiniowane i wyliczane były elementy trójwymiarowych tensorów, zawierających wartości prędkości, lepkości, temperatury i szybkości ścinania, a w

każdym węźle siatki przeprowadzano całkowanie w granicach określonych przez wysokość szczeliny smarnej, podzielonej na 11 przedziałów całkowania.

2 Model matematyczny

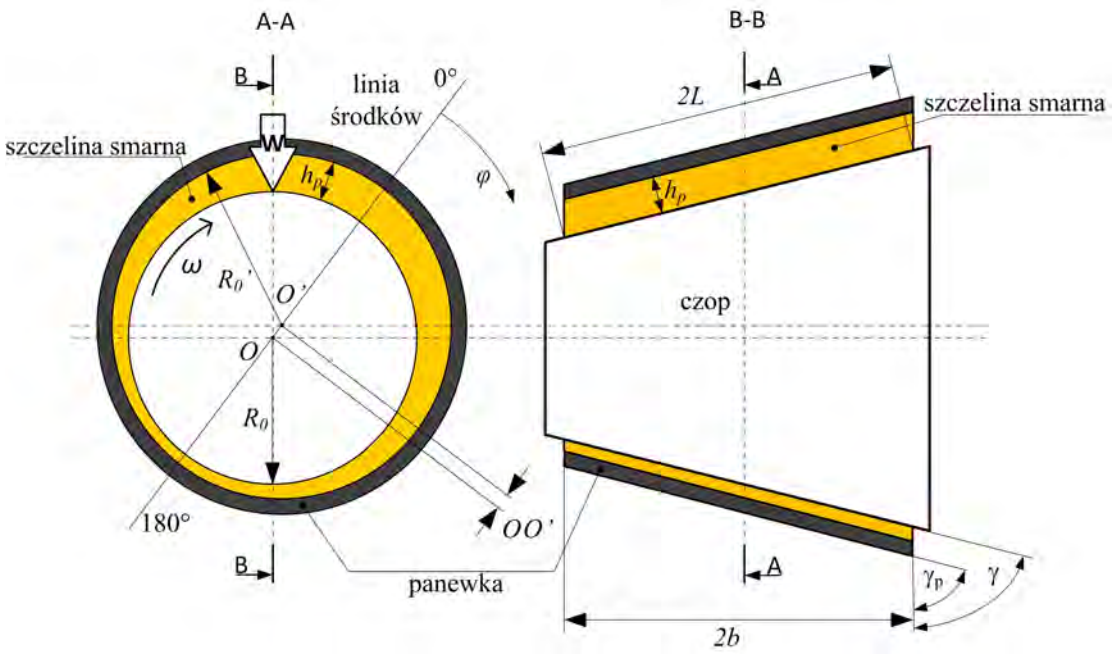
W niniejszym rozdziale przedstawiono wyprowadzenie modelu matematycznego opisującego stacjonarne, nieizotermiczne i laminarne smarowanie hydrodynamiczne stożkowego łożyska ślizgowego. W analizie założono, że środkiem smarnym w łożysku jest nieściśliwa ferrociecz, której lepkość jest zależna od temperatury, szybkości ścinania, ciśnienia oraz od wartości zewnętrznego pola magnetycznego. Przyjęto, że powierzchnie czopa i panewki są gładkie oraz zaadoptowano warunek braku poślizgu cieczy smarującej przy powierzchniach łożyska (tzn. prędkość warstwy cieczy jest taka sama, jak prędkość powierzchni, do której przylega). Ciśnienie hydrodynamiczne jest generowane w szczelinie smarnej na skutek obracającego się czopa, natomiast panewka łożyska jest nieruchoma. Ilość obrotów czopa w jednostce czasu jest stała. Pomija się drgania czopa i panewki.

2.1 Geometria badanego łożyska

Przekrój wzdłuż osi obrotu czopa oraz przekrój poprzeczny w miejscu, gdzie promień czopa wynosi R_0, natomiast promień panewki ma wartość R_0', pokazany jest na Rys. 2.1. Długość łożyska, mierzona wzdłuż osi obrotu czopa, wynosi $2b$, natomiast długość mierzona wzdłuż powierzchni czopa (długość tworzącej stożek czopa) wynosi $2L$. Obie te wartości powiązane są zależnością:

$$b = L \sin \gamma, \tag{2.1.1}$$

gdzie γ określa kąt pomiędzy przekrojem poprzecznym stożka czopa a jego tworzącą, dlatego dla $\gamma = 90°$ powierzchnia czopa staje się powierzchnią boczną walca, wtedy rozpatrywane łożysko można traktować jako łożysko walcowe. Wielkość OO' oznacza mimośrodowość, czyli odległość pomiędzy osią obrotu czopa a osią stożka panewki, która jest mierzona wzdłuż tzw. *linii środków*. Mimośrodowość pojawia się na skutek obciążenia łożyska siłą, która ma składową poprzeczną do osi obrotu czopa. Powoduje to powstanie rozkładu wysokości szczeliny smarnej h_p (szczelina smarna jest niesymetryczna), czyli odległości pomiędzy powierzchnią czopa a powierzchnią panewki, mierzoną prostopadle do powierzchni czopa.



Rys. 2.1. Przekrój wzdłuż osi obrotu czopa oraz przekrój poprzeczny w miejscu, gdzie promień czopa wynosi R_0

W ogólnym przypadku, oprócz mimośrodowości, wpływ na wysokość szczeliny smarnej może mieć różnica pomiędzy kątem rozwarcia stożka czopa γ, a kątem rozwarcia stożka panewki γ_p. Dodatkowo, podczas pracy łożyska, pod wpływem obciążenia oraz na skutek powstających drgań, zmienia się położenie i kąt osi obrotu czopa, względem osi stożka panewki. Wywołuje to zmiany wartości mimośrodowości, powstanie nierównoległości pomiędzy osią obrotu czopa a osią panewki, a poprzez drgania wzdłużne (wzdłuż osi czopa), może powstać efekt, który nie występuje w przypadku łożysk walcowych, a mianowicie zmiana wartości *luzu promieniowego*[1], czyli różnicy pomiędzy promieniem panewki, a promieniem czopa. W pracy przyjęto, że kąt rozwarcia stożka panewki $\gamma_p = \gamma$, a smarowanie jest stacjonarne, dlatego luz promieniowy ε_s, mierzony w [m], ma stałą wartość:

$$\varepsilon_s = R_0' - R_0. \tag{2.1.2}$$

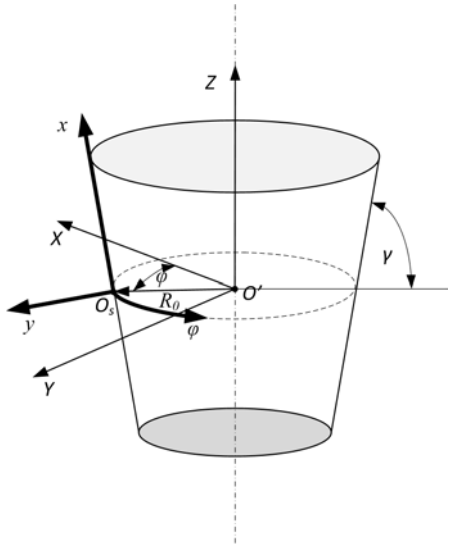
Wielkość ω oznacza wartość prędkości obrotowej czopa w [1/s]. Prędkość liniowa U na powierzchni czopa, mierzona w $\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$, jest zależna od położenia wzdłuż tworzącej stożka - rośnie wraz ze wzrostem promienia przekroju poprzecznego czopa. W szczególności, dla przekroju poprzecznego łożyska w miejscu, gdzie promień przekroju czopa wynosi R_0, otrzymujemy wartość prędkości liniowej:

$$U_0 = \omega\, R_0. \tag{2.1.3}$$

[1] Zmiany położenia czopa wzdłuż jego osi powodują, że zmienia się odległość pomiędzy jego powierzchnią, a powierzchnią panewki.

2.1.1 Przyjęty układ współrzędnych

W celu opisu procesu hydrodynamicznego smarowania stożkowego łożyska ślizgowego, wprowadza się *stożkowy układ współrzędnych* [91–93, 127, 134] przedstawiony na Rys. 2.2.



Rys. 2.2. Przyjęty stożkowy układ współrzędnych (φ, y, x) względem układu prostokątnego (X, Y, Z)

Początek stożkowego układu współrzędnych O_s znajduje się na powierzchni czopa łożyska, w miejscu, gdzie promień czopa ma wartość R_0, więc jest odległy od początku O' przedstawionego układu prostokątnego o R_0. Oś φ, określająca współrzędną kątową, znajduje się w płaszczyźnie przekroju poprzecznego czopa (czyli w płaszczyźnie XY układu prostokątnego) i jest mierzona od linii środków. Oś y skierowana jest prostopadle do powierzchni czopa i wyznacza kierunek wysokości szczeliny smarnej. Oś x skierowana jest wzdłuż tworzącej stożek czopa. W dalszej części pracy, kierunek φ nazywany będzie *kierunkiem obwodowym*, kierunek y - *poprzecznym*, natomiast kierunek x - *wzdłużnym*. Odcinek $O'O_s$ łączący początki układów współrzędnych, tworzy z osią X układu prostokątnego, kąt φ, natomiast powierzchnia czopa ustawiona jest pod kątem γ do płaszczyzny XY. Tak przyjęty układ współrzędnych łączy się z układem prostokątnym poprzez następujące zależności:

$$X = (R_0 + x\cos\gamma + y\sin\gamma)\cos\varphi, \tag{2.1.4}$$

$$Y = (R_0 + x\cos\gamma + y\sin\gamma)\sin\varphi, \tag{2.1.5}$$

$$Z = x\sin\gamma + y\cos\gamma. \tag{2.1.6}$$

Współczynniki Lame'go dla przedstawionego układu stożkowego [127] wynoszą:

$$h_\varphi = R_0 + x\cos\gamma + y\sin\gamma, \tag{2.1.7}$$

$$h_y = 1, \tag{2.1.8}$$

$$h_x = 1. \tag{2.1.9}$$

Szczelina smarna, znajduje się w obszarze:

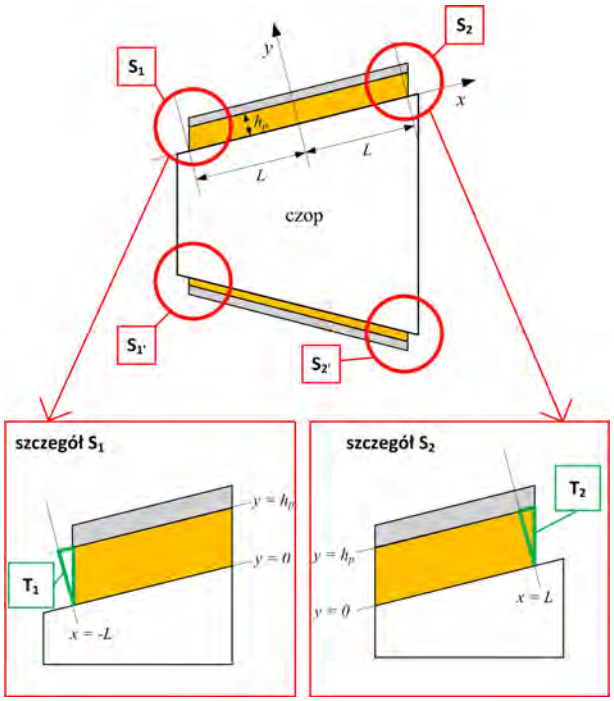
$$0 \leqslant \varphi < 2\pi, \tag{2.1.10}$$

$$0 \leqslant y \leqslant h_p, \tag{2.1.11}$$

$$-L \leqslant x \leqslant L. \tag{2.1.12}$$

Przyjęcie powyższego układu współrzędnych pozwoli opisać smarowanie ferrocieczą w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego, poprzez doprowadzenie równań podstawowych, wynikających z zasad zachowania pędu, ilości substancji i energii, do postaci przypominającej klasyczne *równanie Reynoldsa* dla łożysk walcowych [125, 126]. W szczególności, dzięki przyjęciu kierunku osi y zgodnego z kierunkiem, w którym mierzona jest wysokość szczeliny smarnej, będzie można wykorzystać fakt, że wysokość szczeliny jest kilka rzędów wielkości mniejsza, niż pozostałe wymiary rozpatrywanej szczeliny (tzn. w kierunku obwodowym i wzdłużnym). Podejście takie, wykreuje podstawy do pominięcia względnie mało znaczących członów w równaniach opisujących smarowanie hydrodynamiczne.

Przyjęcie stożkowego układu współrzędnych powoduje jednak, że rozpatrywany obszar całkowania może niewiele się różnić od faktycznego modelowanego obszaru szczeliny smarnej. Jest to zależne od geometrii przyjętej na końcach łożyska, natomiast w rzeczywistych łożyskach od sposobów uszczelnienia, doprowadzania i odprowadzania oleju. Problem ten zaprezentowano na Rys. 2.3, gdzie przedstawiono przekrój wzdłużny czopa wzdłuż linii środków oraz zaznaczono obszary S_1, $\mathrm{S}_{1'}$, S_2 i $\mathrm{S}_{2'}$. Przyjmując w modelu, że końce szczeliny smarnej są określone przez powierzchnie w kształcie pierścienia, które są prostopadłe do osi obrotu czopa (znajdują się w płaszczyznach przekrojów poprzecznych łożyska, dla $x = -L$ i $x = L$), wówczas rozpatrywany obszar klina smarnego powiększa się o pewną objętość, której przekrój w linii środków znajduje się w obszarach S_1 i $\mathrm{S}_{1'}$, a dodatkowo oznaczony jest jako trójkąt T_1 w obszarze S_1. Z drugiej strony łożyska, rozpatrywany klin smarny pomniejsza się o pewną objętość, której przekrój wzdłużny w linii środków znajduje się w zaznaczonych obszarach S_2 i $\mathrm{S}_{2'}$, a dodatkowo zaznaczony jest jako trójkąt T_2 w obszarze S_2.



Rys. 2.3. Przekrój wzdłużny łożyska na linii środków - przedstawienie problemu wynikającego z przyjęcia stożkowego układu współrzędnych

Patrząc na przekrój wzdłużny łożyska, przedstawiony na Rys. 2.3, wydawać by się mogło, że objętość, która poprzez przyjęcie stożkowego układu współrzędnych, nie jest brana pod uwagę, jest równoważona przez objętość dodatkowo uwzględnianą z drugiej strony łożyska.

Pominięcie i uwzględnienie omówionych objętości, w związku z przyjęciem przedstawionego układu współrzędnych, jest jednak znikome i nie ma praktycznego wpływu na uzyskiwane wartości, podczas modelowania hydrodynamicznego smarowania stożkowego łożyska ślizgowego.

2.2 Równania podstawowe

W niniejszym podrozdziale przedstawione zostaną równania podstawowe wynikające z zasady zachowania pędu, zasady zachowania ilości substancji i zasady zachowania energii oraz z równań Maxwella opisujących pole magnetyczne, które zapisane są w formie uwzględniającej przyjęte założenia dla rozpatrywanej ferrocieczy.

Zasada zachowania pędu. Ogólna postać zasady zachowania pędu może zostać zapisana równaniem o następującej postaci [156]:

$$\rho \frac{\mathrm{D}\vec{v}}{\mathrm{D}t} = \vec{f}_p + \vec{f}_\eta + \vec{f}_g + \vec{f}_m, \tag{2.2.13}$$

gdzie:

ϱ - gęstość ferrocieczy $[\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$,

$\vec{v}$ - wektor prędkości ferrocieczy, którego wartość ma wymiar $[\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}]$,

t - zmienna czasowa [s],

$\vec{f_p}$ - wektor sił ciśnieniowych, którego wartość ma wymiar $[\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$,

$\vec{f_\eta}$ - wektor sił lepkościowych, którego wartość ma wymiar $[\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$,

$\vec{f_g}$ - wektor oddziaływania grawitacyjnego na jednostkę objętości, którego wartość ma wymiar $[\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$,

$\vec{f_m}$ - wektor oddziaływania magnetycznego na jednostkę objętości, którego wartość ma wymiar $[\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$,

natomiast $\dfrac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}$ oznacza *pochodną substancjalną* [62, 99, 126, 156, 195]. Pochodna substancjalna wektora prędkości opisuje siły bezwładności płynu na jednostkę objętości i można ją przedstawić w następującej postaci:

$$\frac{\mathrm{D}\vec{v}}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}. \tag{2.2.14}$$

W przeprowadzonej analizie przyjęto, że smarowanie jest stacjonarne $\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0\right)$, pominięto wpływ sił grawitacyjnych na cienką warstwę oleju oraz założono, że zewnętrze pole magnetyczne ma na tyle dużą wartość, iż w ferrocieczy występuje *stan nasycenia*, w którym wektor namagnesowania $\vec{N}$ ferrocieczy jest równoległy do wektora natężenia pola magnetycznego $\vec{H}$ [53, 126, 132, 133, 139, 156], a dalsze zwiększanie wartości pola nie zwiększa namagnesowania w ferrocieczy. Dla ferrocieczy zjawisko takie występuje przy wartościach indukcji mniejszych od 10^{-3} [T] [84, 139]. Równanie zachowania pędu zapisuje się w postaci[2]:

$$\varrho \cdot \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \mathrm{Div}\,\mathbf{S} + \mu_0 \left(\vec{N} \cdot \nabla\right) \vec{H}, \tag{2.2.15}$$

gdzie:

$\mathbf{S}$ - tensor naprężeń występujących w płynie, którego składowe mają jednostkę w [Pa],

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni, wynosząca $\mu_0 = 4\,\pi \cdot 10^{-7}\,[\mathrm{H} \cdot \mathrm{m}^{-1}]$,

[2]Rozpatrywanie przypadku, gdy w ferrocieczy nie występuje stan nasycenia, wiązałoby się z uwzględnieniem w równaniu członu $\dfrac{\mu_0}{2}\left(\vec{N} \times \vec{H}\right)$, opisującego moment magnetyczny na jednostkę objętości ferrocieczy [93, 126]

$\vec{N}$ -wektor namagnesowania ferrocieczy, którego wartość ma jednostkę $[\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^{-1}]$,

$\vec{H}$ -wektor natężenia pola magnetycznego w ferrocieczy, którego wartość ma jednostkę $[\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^{-1}]$.

Równanie ciągłości strugi. Równanie ciągłości strugi dla bezźródłowego przepływu płynu może zostać zapisane w następującej postaci [62, 126]:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \mathrm{div}\,(\varrho \vec{v}) = 0. \tag{2.2.16}$$

Przyjęte w pracy założenia o ustalonym przepływie ferrocieczy o stałej gęstości, w szczelinie smarnej łożyska, pozwalają zapisać równanie ciągłości strugi jako:

$$\mathrm{div}\,\vec{v} = 0. \tag{2.2.17}$$

Równanie zasady zachowania energii. Zmiany energii wewnętrznej przepływającego płynu, poddanego oddziaływaniom magnetycznym, ale nieprzewodzącego prądu elektrycznego, przedstawia poniższe równanie [126]:

$$\underbrace{\mathrm{div}\,(\kappa\,\mathrm{grad}\,T)}_{\text{(I)}} + \underbrace{\mathrm{div}\,(\vec{v}\cdot\mathbf{S}) - \vec{v}\cdot\mathrm{Div}\,\mathbf{S}}_{\text{(II)}} - \underbrace{\mu_0 T\,\frac{\partial \vec{N}}{\partial T}\,\frac{\mathrm{d}\vec{H}}{\mathrm{d}t}}_{\text{(III)}} + \Omega = \underbrace{\varrho\frac{\mathrm{d}\,(c_v T)}{\mathrm{d}t}}_{\text{(IV)}}, \tag{2.2.18}$$

gdzie:

κ - wpółczynnik przewodności cieplnej w $[\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-1}\mathrm{K}^{-1}]$,

T - temperatura w $[\mathrm{K}]$,

Ω - ciepło, które wytwarza się w płynie, np. na skutek reakcji chemicznych lub ciepło doprowadzone wraz z płynem, o wymiarze $[\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$,

c_v - ciepło właściwe w $[\mathrm{J} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}]$.

Człon (I) powyższego równania, opisuje przewodzenie ciepła. Człon (II) to człon określający zjawiska dyssypacyjne, a więc ciepło powstałe w płynie na skutek tarcia wewnętrznego, występującego podczas przepływu płynu lepkiego. Człon (III) równania, to wpływ oddziaływania magnetycznego na energię wewnętrzną płynu. Człon (IV) uwzględnia w tym równaniu transport energii cieplnej poprzez konwekcję występującą w płynie. Rozpatrywany model smarowania stożkowego łożyska ślizgowego zakłada, że w ferrocieczy nie wytwarza się ciepło, stąd $\Omega = 0\,[\mathrm{W/m^3}]$. Przyjęto również, że współczynnik przewodzenia ciepła κ i ciepło właściwe c_v mają stałe wartości, a ponadto, ze względu na stacjonarność przepływu, człony lokalne

pochodnych substancjalnych $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0$ oraz $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. Równanie energii dla ferrocieczy przyjmuje się w następującej postaci:

$$\kappa \,\mathrm{div}\,(\mathrm{grad}\, T) + \mathrm{div}\,(\vec{v} \cdot \mathbf{S}) - \vec{v} \cdot \mathrm{Div}\,\mathbf{S} - \mu_0 T \frac{\partial \vec{N}}{\partial T} \cdot \left(\vec{v}\,\nabla \vec{H}\right) = \varrho\, c_v\, \vec{v} \cdot \nabla T. \quad (2.2.19)$$

Pole magnetyczne w ferrocieczy. Zgodnie z równaniami Maxwella, pole magnetyczne w ferrocieczy opisuje się równaniami [61, 70, 80, 126, 152, 156]:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = 0, \quad (2.2.20)$$

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0, \quad (2.2.21)$$

gdzie $\vec{B}$ oznacza wektor indukcji pola magnetycznego w [T]. Indukcja magnetyczna w substancji, na którą oddziałuje pole magnetyczne, wyraża się zależnością [61, 70, 126, 156]:

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{N}\right). \quad (2.2.22)$$

$$\vec{N} = \vec{H} \cdot \boldsymbol{\chi} \quad (2.2.23)$$

Postawiając zależność (2.2.22) do równania (2.2.21), otrzymujemy:

$$\mu_0 \left(\mathrm{div}\vec{H} + \mathrm{div}\vec{N}\right) = 0. \quad (2.2.24)$$

Równanie to może być spełnione dla dwóch przypadków:

$$\text{a)}\ \mathrm{div}\vec{H} = -\mathrm{div}\vec{N},$$

$$\text{b)}\ \mathrm{div}\vec{H} = 0 \quad \wedge \quad \mathrm{div}\vec{N} = 0.$$

Z fizycznego punktu widzenia, przypadek (a) musi zostać pominięty, ponieważ wektor namagnesowania ferrocieczy nie może mieć przeciwnego zwrotu do wektora natężenia pola magnetycznego[3]. W dalszej części rozważany będzie jedynie przypadek (b), stąd:

$$\mathrm{div}\vec{H} = 0, \quad (2.2.25)$$

oraz

$$\mathrm{div}\vec{N} = 0. \quad (2.2.26)$$

[3]Przypadek taki występuje dla diamagnetyków i antyferromagnetyków [126].

Związki konstytutywne. Zależność pomiędzy naprężeniami a deformacjami występującymi w płynie opisuje poniższe równanie:

$$\mathbf{S} = -p\,\mathbf{I} + \eta_p\,\mathbf{A}_1. \tag{2.2.27}$$

Symbol $\mathbf{I}$ oznacza tensor jednostkowy, p to wartość ciśnienia, natomiast η_p to lepkość pozorna ferrocieczy. W rozważanym modelu przyjęto, że ferrociecz to ciecz nienewtonowska, której lepkość pozorna jest zależna od temperatury, szybkości ścinania, ciśnienia i wartości pola magnetycznego: $\eta_p = \eta_p\,(T, \dot{\gamma}, p, B)$ ($\dot{\gamma}$ - szybkość ścinania). *Tensor prędkości deformacji* $\mathbf{A}_1$ określony jest jako [126]:

$$\mathbf{A}_1 \equiv \mathbf{L} + \mathbf{L}^{\mathrm{T}}, \tag{2.2.28}$$

natomiast:

$$\mathbf{L} \equiv \operatorname{grad} \vec{v}, \tag{2.2.29}$$

to tensor gradientu prędkości.

2.3 Równania podstawowe w układzie stożkowym

Równania podstawowe, równanie konstytutywne oraz równania Maxwella, zapisane w układzie stożkowym[4]przestawionym w podrozdziale 2.1.1, przyjmują następującą postać [5]:
- równanie zasady zachowania pędu (2.2.15) w kierunku φ:

$$\begin{aligned}
&\varrho\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi v_y}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y} + \frac{v_\varphi v_x}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_\varphi}{\partial y} + v_x\frac{\partial v_\varphi}{\partial x}\right) = \\
&= \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[-p + \frac{2\eta_p}{h_\varphi}\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + v_y\frac{\partial h_\varphi}{\partial y} + v_x\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right] + \\
&+ \frac{1}{h_\varphi^2}\frac{\partial}{\partial y}\left[h_\varphi^2\eta_p\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial y} + \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}\right)\right] + \\
&+ \frac{1}{h_\varphi^2}\frac{\partial}{\partial x}\left[h_\varphi^2\eta_p\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial x} + \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right] + \\
&+ \mu_0\left(\frac{N_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} + N_y\frac{\partial H_\varphi}{\partial y} + N_x\frac{\partial H_\varphi}{\partial x}\right),
\end{aligned} \tag{2.3.30}$$

[4]W powyższych równaniach nie wprowadzono w jawnej postaci współczynnika Lame'go h_φ i nie wyliczono jego pochodnych, ponieważ w dalszej części pracy zostaną przedstawione założenia upraszczające równania, dlatego obliczanie niektórych pochodnych, w tym miejscu mogłoby okazać się zbędne.

[5]Indeksy φ, y, x oznaczają składową wektora w danym kierunku układu stożkowego, np. wektor prędkości w tym układzie ma postać $\vec{v} = \vec{e}_\varphi v_\varphi + \vec{e}_y v_y + \vec{e}_x v_x$, gdzie $\vec{e}_\varphi, \vec{e}_y, \vec{e}_x$ - wersory bazowe w układzie stożkowym.

- równanie zasady zachowania pędu (2.2.15) w kierunku y:

$$\begin{aligned}
&\varrho\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi^2}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}+v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)=\\
&=\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_p\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+\frac{\partial v_\varphi}{\partial y}\right)\right]+\\
&+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial y}\left[h_\varphi\left(-p+2\eta_p\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)\right]+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial x}\left[h_\varphi\eta_p\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\right]+\\
&-\frac{1}{2h_\varphi^2}\left[-p+2\eta_p\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{v_y}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+\frac{v_x}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right]\frac{\partial h_\varphi^2}{\partial y}+\\
&+\mu_0\left(\frac{N_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_y}{\partial\varphi}+N_y\frac{\partial H_y}{\partial y}+N_x\frac{\partial H_y}{\partial x}\right),
\end{aligned}\tag{2.3.31}$$

- równanie zasady zachowania pędu (2.2.15) w kierunku x:

$$\begin{aligned}
&\varrho\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi^2}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)=\\
&=\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_p\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}+\frac{\partial v_\varphi}{\partial x}\right)\right]+\\
&+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial y}\left[h_\varphi\eta_p\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)\right]+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial x}\left[h_\varphi\left(-p+2\eta_p\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)\right]+\\
&-\frac{1}{2h_\varphi^2}\left[-p+2\eta_p\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{v_y}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+\frac{v_x}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right]\frac{\partial h_\varphi^2}{\partial x}+\\
&+\mu_0\left(\frac{N_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_x}{\partial\varphi}+N_y\frac{\partial H_x}{\partial y}+N_x\frac{\partial H_x}{\partial x}\right),
\end{aligned}\tag{2.3.32}$$

- równanie ciągłości strugi (2.2.16):

$$\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial\left(h_\varphi v_y\right)}{\partial y}+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial\left(h_\varphi v_x\right)}{\partial x}=0\tag{2.3.33}$$

- równanie zasady zachowania energii (2.2.19):

$$\begin{aligned}
&\frac{\kappa}{h_\varphi}\left[\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial^2 T}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial}{\partial y}\left(h_\varphi\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h_\varphi\frac{\partial T}{\partial x}\right)\right]+\\
&+\frac{1}{h_\varphi}\left[-p+\frac{2\eta_p}{h_\varphi}\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}+v_y\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+v_x\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right]\cdot\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}+v_y\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+v_x\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)+\\
&+\left(-p+2\eta_p\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)\cdot\frac{\partial v_y}{\partial y}+\left(-p+2\eta_p\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)\cdot\frac{\partial v_x}{\partial x}+\\
&+\eta_p\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial y}+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}\right)^2+\\
&+\eta_p\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial x}+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)^2+\eta_p\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2+\\
&-\mu_0 T\left[\frac{\partial N_\varphi}{\partial T}\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{v_\varphi H_y}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+\frac{v_\varphi H_x}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}+v_y\frac{\partial H_\varphi}{\partial y}+v_x\frac{\partial H_\varphi}{\partial x}\right)+\right.\\
&+\frac{\partial N_y}{\partial T}\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_y}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi H_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+v_y\frac{\partial H_y}{\partial y}+v_x\frac{\partial H_y}{\partial x}\right)+
\end{aligned}\tag{2.3.34}$$

$$+\frac{\partial N_x}{\partial T}\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_x}{\partial \varphi}-\frac{v_\varphi H_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}+v_y\frac{\partial H_x}{\partial y}+v_x\frac{\partial H_x}{\partial x}\right)\Bigg]=$$
$$=\varrho\, c_v\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial T}{\partial \varphi}+v_y\frac{\partial T}{\partial y}+v_x\frac{\partial T}{\partial x}\right).$$

Równania opisujące pole magnetyczne, zapisane w układzie stożkowym, przyjmują następującą postać:

- równanie (2.2.20) w kierunku φ:

$$\frac{\partial H_x}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial x}=0, \tag{2.3.35}$$

- równanie (2.2.20) w kierunku y:

$$\frac{1}{h_\varphi}\left(\frac{\partial\left(h_\varphi H_\varphi\right)}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial \varphi}\right)=0, \tag{2.3.36}$$

- równanie (2.2.20) w kierunku x:

$$\frac{1}{h_\varphi}\left(\frac{\partial H_y}{\partial \varphi}-\frac{\partial\left(h_\varphi H_\varphi\right)}{\partial y}\right)=0, \tag{2.3.37}$$

- równanie (2.2.25) :

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial\left(h_\varphi H_y\right)}{\partial y}+\frac{\partial\left(h_\varphi H_x\right)}{\partial x}=0, \tag{2.3.38}$$

- równanie (2.2.26) :

$$\frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial\left(h_\varphi N_y\right)}{\partial y}+\frac{\partial\left(h_\varphi N_x\right)}{\partial x}=0, \tag{2.3.39}$$

Powyższe równania opisują ruch ferrocieczy w polu magnetycznym. Przy ich zapisie nie przyjęto żadnych założeń upraszczających wynikających z tego, że w łożyskach ślizgowych występuje bardzo cienka warstwa oleju smarnego (bardzo mała wysokość szczeliny smarnej). Fakt ten zostanie uwzględniony w dalszej analizie, gdy wyprowadzone zostaną równania dla klina smarnego ferrocieczy w postaci bezwymiarowej, gdzie uproszczenia będą wynikały z przeprowadzonego *przeskalowania* równań.

2.3.1 Warunki brzegowe

W związku z przyjętymi założeniami o ustalonym i laminarnym przepływie, powyższe równania uzupełnia się o następujące warunki brzegowe:

- wartości prędkości obwodowej na czopie i panewce łożyska:

$$v_\varphi(y=0)=h_\varphi\,\omega, \qquad v_\varphi(y=h_p)=0, \tag{2.3.40}$$

- wartości prędkości w kierunku poprzecznym na czopie i panewce łożyska:

$$v_y(y=0)=0, \qquad v_y(y=h_p)=0, \tag{2.3.41}$$

- wartości prędkości w kierunku wzdłużnym na czopie i panewce łożyska:

$$v_x(y=0)=0, \qquad v_x(y=h_p)=0, \tag{2.3.42}$$

- temperatura na całej powierzchni czopa łożyska jest stała i ma wartość:

$$T\,(y=0)=T_c, \tag{2.3.43}$$

- rozkład temperatury na powierzchni panewki jest nieznany:

$$T\,(y=h_p)=T_p(\varphi,x), \tag{2.3.44}$$

- przyjmuje się, że znany jest strumień ciepła q_c, który klin smarny wymienia z czopem łożyska, więc korzystając z *równania Fouriera* [126, 127, 201] opisującego jednowymiarowe przewodzenie ciepła, zapisujemy:

$$q_c=-\kappa\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}. \tag{2.3.45}$$

- wartości ciśnienia na końcach łożyska są równe ciśnieniu otoczenia p_b, czyli:

$$p\,(x=-L)=p_b, \qquad p\,(x=L)=p_b, \tag{2.3.46}$$

- dla $\varphi=0$ ciśnienie jest równe ciśnieniu otoczenia:

$$p(\varphi=0)=p_b, \tag{2.3.47}$$

- w pracy przyjęto *warunek Reynoldsa* [71, 125, 126]

$$\left.\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right|_{\varphi=\varphi_k}=0, \tag{2.3.48}$$

  gdzie $\varphi_k=\varphi_k(x)$ to nieznane położenie końca filmu olejowego, zależne od zmiennej x. Dla wartości kąta φ większych niż φ_k przyjmuje się, że ciśnienie cieczy smarującej jest równe ciśnieniu otoczenia.

2.4 Bezwymiarowa postać równań dla cienkiej warstwy ferrocieczy w stożkowym łożysku ślizgowym

W celu przeprowadzenia wymiarowej analizy smarowania ferrocieczą stożkowego łożyska ślizgowego, wprowadza się następujące wielkości i oznaczenia [93, 126]:

- ψ - bezwymiarowa wartość luzu promieniowego, mierzona w kierunku osi y:

$$\psi = \frac{\varepsilon_s}{R_0}, \tag{2.4.49}$$

gdzie

$$\varepsilon_s = \varepsilon \sin\gamma, \tag{2.4.50}$$

- h_{p1} - bezwymiarowa wysokość szczeliny smarnej:

$$h_{p1} = \frac{h_p}{\varepsilon_s}, \tag{2.4.51}$$

- L_1 - bezwymiarowa długość łożyska:

$$L_1 = \frac{L}{R_0}, \tag{2.4.52}$$

- y_1 - bezwymiarowa współrzędna, mierzona w kierunku poprzecznym:

$$y_1 = \frac{y}{\varepsilon_s}, \quad 0 \leqslant y_1 \leqslant h_{p1}, \tag{2.4.53}$$

- x_1 - bezwymiarowa współrzędna mierzona w kierunku wzdłużnym:

$$x_1 = \frac{x}{L}, \quad -1 \leqslant x_1 \leqslant 1, \tag{2.4.54}$$

- v_1 - bezwymiarowa składowa wektora prędkości w kierunku obwodowym:

$$v_1 = \frac{v_\varphi}{U_0}, \tag{2.4.55}$$

- v_2 - bezwymiarowa składowa wektora prędkości w kierunku poprzecznym:

$$v_2 = \frac{v_y}{\psi U_0}, \tag{2.4.56}$$

- v_3 - bezwymiarowa składowa wektora prędkości w kierunku wzdłużnym:

$$v_3 = \frac{v_x L_1}{U_0}, \tag{2.4.57}$$

- η_1 - bezwymiarowa lepkość ferrocieczy:

$$\eta_1 = \frac{\eta_p}{\eta_0}, \tag{2.4.58}$$

gdzie $\eta_0\,[\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}]$ oznacza charakterystyczną wartość lepkości przy danej temperaturze, ciśnieniu, szybkości ścinania i określonej wartości wektora indukcji magnetycznej,

- ϱ_1 - bezwymiarowa gęstość ferrocieczy:

$$\varrho_1 = \frac{\varrho}{\varrho_0}, \tag{2.4.59}$$

gdzie $\varrho_0 \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]$ oznacza charakterystyczną wartość gęstości,

- κ_1 - bezwymiarowy współczynnik przewodzenia ciepła ferrocieczy:

$$\kappa_1 = \frac{\kappa}{\kappa_0}, \tag{2.4.60}$$

gdzie $\kappa_0 \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}\right]$ oznacza charakterystyczną wartość współczynnika przewodzenia ciepła,

- p_1 - bezwymiarowe ciśnienie:

$$p_1 = \frac{p}{p_0}, \tag{2.4.61}$$

gdzie p_0 [Pa] oznacza charakterystyczną wartość ciśnienia. Dla cienkiej warstwy ferrooleju oraz niezbyt dużych szybkości obrotowych[6], przyjmuje się [53, 125–127]:

$$p_0 = \frac{R_0\, U_0\, \eta_0}{\varepsilon_s^2} = \frac{U_0\, \eta_0}{R_0\, \psi^2}, \tag{2.4.62}$$

- T_1 - bezwymiarowa temperatura:

$$T_1 = \frac{T - T_0}{T_0\, \mathrm{Br}}, \tag{2.4.63}$$

gdzie T_0 [K] oznacza charakterystyczną wartość temperatury, natomiast Br to bezwymiarowa *liczba Brinkmana* [126]:

$$\mathrm{Br} = \frac{U_0^2\, \eta_0}{\kappa_0\, T_0}, \tag{2.4.64}$$

- Gz - bezwymiarowa *liczba Graetza* [126], która charakteryzuje wymuszoną konwekcję. Zapisuje się ją jako:

$$\mathrm{Gz} = \frac{\varepsilon_s^2\, \varrho_0\, \omega\, c_v}{\kappa_0}, \tag{2.4.65}$$

- H_1, H_2, H_3 - bezwymiarowe składowe wektora natężenia pola magnetycznego:

$$H_1 = \frac{H_\varphi}{H_0}, \quad H_2 = \frac{H_y}{H_0}, \quad H_3 = \frac{H_x}{H_0}, \tag{2.4.66}$$

natomiast $H_0\,[\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^{-1}]$ to charakterystyczna wartość natężenia pola magnetycznego,

[6] Przypadek taki charakteryzuje się względnie małymi wartościami sił bezwładności ferrocieczy.

- N_1, N_2, N_3 - bezwymiarowe składowe wektora namagnesowania ferrocieczy:

$$N_1 = \frac{N_\varphi}{N_0}, \quad N_2 = \frac{N_y}{N_0}, \quad N_3 = \frac{N_x}{N_0}, \tag{2.4.67}$$

  gdzie $N_0\,[\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-1}]$ to charakterystyczna wartość namagnesowania,

- $\mathrm{R_f}$ - bezwymiarowa liczba ciśnienia dynamicznego [126]:

$$\mathrm{R_f} = \frac{\mu_0 N_0 H_0}{p_0}. \tag{2.4.68}$$

- Re - bezwymiarowa liczba Reynoldsa,

$$\mathrm{Re} = \frac{\varepsilon_s\, U_0\, \varrho_0}{\eta_0}. \tag{2.4.69}$$

Podstawiając powyższe wielkości, do równań podstawowych zapisanych w układzie stożkowym, przedstawionych w podr. (2.3), można otrzymać bezwymiarową postać równań opisujących hydrodynamiczne smarowanie ferrocieczą stożkowego łożyska ślizgowego. Zanim odpowiednie przekształcenia zostaną wykonane, warto zauważyć, że luz promieniowy ε_s w łożysku ślizgowym ma wartość o kilka rzędów wielkości mniejszą niż średnica czopa łożyska, dlatego w dalszych rozważaniach założono, że promieniowy luz względny jest rzędu:

$$\psi \sim 10^{-3}.$$

Wykorzystując powyższy fakt, część członów w równaniach zasady zachowania pędu, ciągłości strugi, zasady zachowania energii i Maxwella, będzie mogła zostać uznana jako człony małe wyższego rzędu, czyli takie, których wpływ na rozważane zjawisko smarowania jest znikomy i można je pominąć. Nie spowoduje to istotnych zmian obliczanych wielkości, jednak znacząco uprości rozpatrywane równania i przeprowadzane obliczenia. W szczególności współczynnik Lame'go h_φ przyjmie następującą postać:

$$h_\varphi = R_0 + R_0 L_1 x_1 \cos\gamma + \underbrace{R_0 \psi y_1 \sin\gamma}_{\approx 0} = R_0\,(1 + L_1 x_1 \cos\gamma) = R_0\,\Theta, \tag{2.4.70}$$

gdzie wprowadzono oznaczenie:

$$\Theta = 1 + L_1 x_1 \cos\gamma. \tag{2.4.71}$$

Poniżej przedstawiona jest dalsza analiza, w której doprowadzono każde z równań opisujących hydrodynamiczne smarowanie ferrocieczą stożkowego łożyska ślizgowego, do postaci bezwymiarowych.

Wyprowadzenie bezwymiarowego równania pędu - kierunek φ. Wykorzystując wcześniej opisane zależności wiążące wielkości wymiarowe i bezwymiarowe, równanie (2.3.30) przyjmuje postać:

$$
\begin{aligned}
&\varrho_0\varrho_1\frac{U_0^2}{R_0}\left(\frac{v_1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\frac{v_1v_3\cos\gamma}{L_1\Theta}+v_2\frac{\partial v_1}{\partial y_1}+\frac{v_3}{L_1^2}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right)=\\
&=\frac{U_0}{R_0^2\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\varepsilon_s^2}p_1\right)+2\frac{\eta_0\eta_1}{\Theta}\left(\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\frac{v_3\cos\gamma}{L_1}\right)\right]+\right.\\
&+\frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{1}{\psi}\frac{\partial v_1}{\partial y_1}+\frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial\varphi}\right)\right]+\\
&+2\eta_0\eta_1\cos\gamma\left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1\Theta}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi}-\frac{v_1\cos\gamma}{\Theta}\right)+\\
&\left.+\frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1\Theta}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi}-\frac{v_1\cos\gamma}{\Theta}\right)\right]\right\}+\\
&+\frac{\mu_0H_0N_0}{R_0}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial\varphi}+\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1}+\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right)
\end{aligned}
\tag{2.4.72}
$$

W równaniu tym największą wartość mają człony rzędu[7] ψ^{-2}. Przemnożenie obu stron powyższego równania przez $\dfrac{\psi^2R_0^2}{\eta_0\,U_0}$, daje:

$$
\begin{aligned}
&\varrho_1\underbrace{\varrho_0\frac{\psi U_0R_0}{\eta_0}}_{\mathrm{Re}}\psi\left(\frac{v_1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\frac{v_1v_3\cos\gamma}{L_1\Theta}+v_2\frac{\partial v_1}{\partial y_1}+\frac{v_3}{L_1^2}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right)=\\
&=\frac{1}{\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[-p_1+2\psi^2\frac{\eta_1}{\Theta}\left(\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\frac{v_3\cos\gamma}{L_1}\right)\right]+\right.\\
&+\Theta\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\eta_1\left(\frac{\partial v_1}{\partial y_1}+\frac{\psi^2}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial\varphi}\right)\right]+\\
&+2\psi^2\eta_1\cos\gamma\left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1\Theta}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi}-\frac{v_1\cos\gamma}{\Theta}\right)+\\
&\left.+\psi^2\frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\eta_1\left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1\Theta}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi}-\frac{v_1\cos\gamma}{\Theta}\right)\right]\right\}+\\
&+\underbrace{\frac{\mu_0H_0N_0}{p_0}}_{\mathrm{R_f}}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial\varphi}+\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1}+\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right).
\end{aligned}
\tag{2.4.73}
$$

W równaniu pojawiła się liczba Reynoldsa Re oraz liczba $\mathrm{R_f}$ określająca wpływ sił magnetycznych. Licza Reynoldsa, określająca stosunek sił bezwładności do sił lepkościowych dla rozpatrywanych łożysk osiąga względnie niewielkie wartości. Związane jest to z niewielką masą cieczy smarnej w szczelinie smarnej łożyska, w stosunku do jej lepkości. Obliczając przykładową wartość liczby Reynoldsa dla łożyska o promieniu $R_0 = 0,025\,[\mathrm{mm}]$ i względnie wysokiej wartości prędkości obrotowej wynoszącej

[7] Pamiętając, że $\varepsilon_s^2 = R_0^2\,\psi^2$.

5000 [obr/min], wartości bezwymiarowego luzu względnego $\psi = 0,001$, smarowanego olejem (ferroolejem) o lepkości $\eta_0 = 0,0265$ [Pas] i gęstości $\rho_0 = 950$ [kg/m^3], otrzymujemy $\mathrm{Re} = 11,7$. Pozwoli do więc w dalszych rozważaniach pominąć w równaniach prawie wszystkie człony opisujące siły bezwładności, przy których występuje iloczyn $\mathrm{Re}\,\psi$. Liczba magnetyczna $\mathrm{R_f}$ określa sił magnetycznych do sił ciśnienia hydrodynamicznego i jak pokazuje doświadczenie i realne możliwości wytwarzania pola magnetycznego działającego na ferrociecze w szczelinie smarnej łożyska ślizgowego [53, 126, 127], przyjmuje wartości rzędu $\sim 0,5$.

Po pominięciu członów rzędu ψ i mniejszych, bezwymiarowa postać równania pędu w kierunku φ przyjmuje następującą postać:

$$-\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial y_1}\left(\eta_1 \frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right) + \mathrm{R_f}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right) = 0. \tag{2.4.74}$$

W otrzymanym równaniu występuje człon magnetyczny:

$$\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1},$$

którego mianownik zawiera ψ. Wykorzystując równanie (2.3.37), można pokazać, że:

$$\frac{H_0}{R_0\Theta}\left(\frac{\partial H_2}{\partial \varphi} - \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1}\right) = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} - \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial \varphi} = \frac{1}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1},$$

lub

$$\frac{\partial H_1}{\partial y_1} = \frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial \varphi} \approx 0, \tag{2.4.75}$$

więc zmiany natężenia składowej obwodowej natężenia pola magnetycznego, mierzone wzdłuż kierunku y, są również rzędu bezwymiarowego luzu względnego. Zapisujemy, więc równanie (2.4.74), jako:

$$-\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} + \left(\frac{\partial}{\partial y_1}\eta_1 \frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right) + \mathrm{M_1} = 0, \tag{2.4.76}$$

gdzie wprowadzono oznaczenie:

$$\mathrm{M_1} = \mathrm{R_f}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{N_2}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial \varphi} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right). \tag{2.4.77}$$

Wyprowadzenie bezwymiarowego równania pędu - kierunek y. Równanie (2.3.31), po wykorzystaniu zależności wiążących wielkości wymiarowe i bezwymia-

rowe, przyjmuje postać:

$$
\begin{aligned}
&\varrho_0\varrho_1\frac{U_0^2}{R_0}\left(\frac{\psi v_1}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial\varphi}+\psi v_2\frac{\partial v_2}{\partial y_1}+\frac{\psi v_3}{L_1^2}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)=\\
&=\frac{U_0}{R_0^2\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial\varphi}+\frac{1}{\psi}\frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right)\right]+\right.\\
&+2\frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial}{\partial y_1}\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\varepsilon_s^2}\cdot p_1+\eta_0\eta_1\frac{\partial v_2}{\partial y_1}\right)+\\
&+\eta_0\eta_1\cos\gamma\left(\frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1\psi}\frac{v_3}{\partial y_1}\right)+\\
&\left.+\frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1\psi}\frac{v_3}{\partial y_1}\right)\right]\right\}+\\
&+\frac{\mu_0N_0H_0}{R_0}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial\varphi}+\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_2}{\partial y_1}+\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\right).
\end{aligned}
\tag{2.4.78}
$$

Największą wartość osiągają człony, w których mianowniku występuje ψ^3. Przemnażamy obustronnie powyższe równanie przez $\dfrac{\psi^3R_0^2}{\eta_0U_0}$, otrzymując:

$$
\begin{aligned}
&\varrho_1\underbrace{\varrho_0\frac{\psi U_0R_0}{\eta_0}}_{\mathrm{Re}}\psi^3\left(\frac{v_1}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial\varphi}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial y_1}+\frac{v_3}{L_1^2}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)=\\
&=\frac{1}{\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_1\left(\frac{\psi^4}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial\varphi}+\psi^2\frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right)\right]+\right.\\
&+2\Theta\frac{\partial}{\partial y_1}\left(-p_1+\psi^2\eta_1\frac{\partial v_2}{\partial y_1}\right)+\\
&+\eta_1\cos\gamma\left(\frac{\psi^4}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}+\frac{\psi^2}{L_1}\frac{v_3}{\partial y_1}\right)+\\
&\left.+\frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\eta_1\left(\frac{\psi^4}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}+\frac{\psi^2}{L_1}\frac{v_3}{\partial y_1}\right)\right]\right\}+\\
&+\psi\underbrace{\frac{\mu_0N_0H_0}{p_0}}_{\mathrm{R_f}}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial\varphi}+\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_2}{\partial y_1}+\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\right).
\end{aligned}
\tag{2.4.79}
$$

Korzystając z równania (2.3.38) i odpowiednich wielkości bezwymiarowych, otrzymujemy:

$$
\frac{H_0}{R_0\Theta}\left(\frac{\partial H_1}{\partial\varphi}+\frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial H_2}{\partial y_1}+\frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}+H_3\cos\gamma\right)=0, \tag{2.4.80}
$$

dalej:

$$
\psi\frac{\partial H_1}{\partial\varphi}+\Theta\frac{\partial H_2}{\partial y_1}+\psi\frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}+\psi H_3\cos\gamma=0, \tag{2.4.81}
$$

a po pominięciu członów rzędu ψ, pozostaje:

$$
\frac{\partial H_2}{\partial y_1}=0. \tag{2.4.82}
$$

Wykorzystując (2.4.82) w równaniu (2.4.79) oraz pomijając człony rzędu ψ i mniejsze, bezwymiarowe równanie zachowania pędu w kierunku y, przedstawia się w następującej postaci:

$$\frac{\partial p_1}{\partial y_1} = 0. \tag{2.4.83}$$

Z powyższego równania wynika, że dla cienkiej warstwy ferrocieczy w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego, można zaniedbać wpływ zmian ciśnienia w kierunku wysokości szczeliny smarnej[8].

Wyprowadzenie bezwymiarowego równania pędu - kierunek x. Uwzględnienie zależności wiążących wielkości wymiarowe i bezwymiarowe, pozwala zapisać równanie (2.3.32) w następującej postaci:

$$\begin{aligned}
&\varrho_0\varrho_1\frac{U_0^2}{R_0}\left(\frac{v_1}{\Theta L_1}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi} - \frac{v_1^2\cos\gamma}{\Theta} + \frac{v_2}{L_1}\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^3}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right) = \\
&= \frac{U_0}{R_0^2\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{1}{\Theta L_1}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi} + \frac{v_1\cos\gamma}{\Theta} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right)\right] + \right. \\
&+ \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{1}{\psi L_1}\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)\right] + \\
&+ \left[\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\varepsilon_s^2}p_1\right) + \frac{2\eta_0\eta_1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right]\cos\gamma + \\
&+ \frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\varepsilon_s^2}p_1\right) + \frac{2\eta_0\eta_1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right] + \\
&\left. - \left[\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\varepsilon_s^2}p_1\right) + 2\eta_0\eta_1\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial\varphi} + \frac{v_3\cos\gamma}{\Theta L_1}\right)\right]\cos\gamma\right\} + \\
&+ \frac{\mu_0 N_0 H_0}{R_0}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_3}{\partial\varphi} + \frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right).
\end{aligned} \tag{2.4.84}$$

W równaniu tym największą wartość mają człony rzędu ψ^{-2}. Obustronne przemnożenie powyższego równania przez $\dfrac{\psi^2 R_0^2}{\eta_0\, U_0}$, daje:

$$\begin{aligned}
&\varrho_1\underbrace{\varrho_0\frac{\psi U_0 R_0}{\eta_0}}_{\mathrm{Re}}\psi\left(\frac{v_1}{\Theta L_1}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi} - \frac{v_1^2\cos\gamma}{\Theta} + \frac{v_2}{L_1}\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^3}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right) = \\
&= \frac{1}{\Theta}\left\{\psi^2\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_1\left(\frac{1}{\Theta L_1}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi} + \frac{v_1\cos\gamma}{\Theta} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right)\right] + \right. \\
&+ \Theta\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\eta_1\left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \frac{\psi^2}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)\right] + \left[-p_1 + \psi^2\frac{2\eta_1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right]\cos\gamma + \\
&+ \frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[-p_1 + \psi^2\frac{2\eta_1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right] +
\end{aligned} \tag{2.4.85}$$

[8] W pracy [200] zaznaczono, że np. dla lepkosprężystego oleju w szczelinie smarnej, takie zmiany powinny być uwzględnione.

$$
\left.-\left[-p_1+2\psi^2\eta_1\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\frac{v_3\cos\gamma}{\Theta L_1}\right)\right]\cos\gamma\right\}+
$$
$$
+\underbrace{\frac{\mu_0 H_0 N_0}{p_0}}_{\mathrm{R_f}}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_3}{\partial\varphi}+\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1}+\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right).
$$

Pominięcie członów rzędu ψ i mniejszych, pozwala otrzymać bezwymiarowe równanie pędu w kierunku x o postaci:

$$
\begin{aligned}
-\frac{1}{L_1}\frac{\partial p_1}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1}\frac{\partial}{\partial y_1}\eta_1\frac{\partial v_3}{\partial y_1}+\varrho_1\mathrm{Re}\,\psi\,\frac{\cos\gamma}{\Theta}v_1^2+\\
+\mathrm{R_f}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_3}{\partial\varphi}+\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1}+\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right)=0.
\end{aligned}
\tag{2.4.86}
$$

W równaniu tym nie pominięto jednego członu, który jest mnożony przez wielkość ψ, a mianowicie, jest to człon:

$$
-\varrho_1\mathrm{Re}\,\psi\,\frac{\cos\gamma}{\Theta}v_1^2, \tag{2.4.87}
$$

W członie tym występuje wartość prędkości obwodowej w drugiej potędze: v_1^2. W łożysku walcowym, prędkość obwodowa cieczy smarującej osiąga największe wartości w warstwie znajdującej się przy powierzchni czopa. W łożysku stożkowym promienie czopa i panewki maja zmienną długość, przez co wartość prędkości obwodowej powierzchni czopa jest funkcją położenia względem zmiennej x. Omówione różnice prędkości na powierzchni czopa generują tzw. *ssące działanie wirującego czopa.* W pracach [1, 2, 91–93, 127, 134, 201] zaznaczono, że pomimo występowania wielkości ψ w członie (2.4.87), to nie może zostać on pominięty, gdyż wielkość v_1^2 powoduje, że jego znaczenie jest dużo bardziej istotnie, niż pozostałych pominiętych części równania, natomiast (2.4.87) wprowadza do równań opisujących przepływ, ssące działanie obracającego się czopa łożyska.

Równanie (2.4.86) zawiera człon magnetyczny:

$$
\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1}.
$$

Korzystając z równania (2.3.35) i dokonując odpowiednich podstawień wielkości bezwymiarowych, można pokazać, że człon ten jest takiego samego rzędu wielkości, jak pozostałe człony magnetyczne - otrzymujemy, więc:

$$
\frac{H_0}{R_0}\left(\frac{1}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1}-\frac{1}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\right)=0 \quad\Longrightarrow\quad \frac{1}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1}-\frac{1}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}=0 \quad\Longrightarrow\quad \frac{1}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1}=\frac{1}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1},
$$

lub

$$
\frac{\partial H_3}{\partial y_1}=\frac{\psi}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\approx 0. \tag{2.4.88}
$$

Przyjęty model pokazuje więc, że zmiany wartości H_3 po wysokości szczeliny są bardzo małe (są ψ razy mniejsze, niż zmiany wartości składowej poprzecznej natężenia pola magnetycznego, w kierunku obwodowym). Równanie (2.4.86) przyjmuje postać:

$$-\frac{1}{L_1}\frac{\partial p_1}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1}\frac{\partial}{\partial y_1}\left(\eta_1\frac{\partial v_3}{\partial y_1}\right)+\varrho_1\mathrm{Re}\,\psi\,\frac{\cos\gamma}{\Theta}v_1^2+\mathrm{M}_3=0, \tag{2.4.89}$$

gdzie:

$$\mathrm{M}_3=\mathrm{R_f}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_3}{\partial\varphi}+\frac{N_2}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}+\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right). \tag{2.4.90}$$

Wyprowadzenie bezwymiarowej postaci równania ciągłości strugi. Podstawiając przedstawione wcześniej zależności pomiędzy wielkościami wymiarowymi i bezwymiarowymi do równania (2.3.33), otrzymujemy:

$$\frac{U_0}{R_0\Theta}\left[\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\Theta\frac{\partial v_2}{\partial y_1}+\frac{1}{L_1^2}\frac{\partial\left(\Theta\,v_3\right)}{\partial x_1}\right]=0, \tag{2.4.91}$$

zatem równanie ciągłości strugi w układzie stożkowym, w postaci bezwymiarowej można zapisać, jako:

$$\frac{1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\frac{\partial v_2}{\partial y_1}+\frac{1}{\Theta L_1^2}\frac{\partial\left(\Theta\,v_3\right)}{\partial x_1}=0. \tag{2.4.92}$$

Wyprowadzenie bezwymiarowej postaci równania energii. Zastosowanie zależności pomiędzy wielkościami bezwymiarowymi i wymarowymi, pozwala zapisać równanie (2.3.34) w postaci:

$$\begin{aligned}
&\frac{\kappa_0\kappa_1T_0\mathrm{Br}}{R_0^2\Theta}\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial^2T_1}{\partial\varphi^2}+\frac{\Theta}{\psi^2}\frac{\partial^2T_1}{\partial y_1^2}+\frac{\cos\gamma}{L_1}\frac{\partial T_1}{\partial x_1}+\frac{\Theta}{L_1^2}\frac{\partial^2T_1}{\partial x_1^2}\right)+\\
&+\frac{\eta_0U_0^2}{R_0^2}\left\{\frac{1}{\Theta}\left[-\frac{p_1}{\psi^2}+\frac{2\eta_1}{\Theta}\left(\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\frac{v_3\cos\gamma}{L_1}\right)\right]\cdot\left(\frac{\partial v_1}{\partial\varphi}+\frac{v_3\cos\gamma}{L_1}\right)+\right.\\
&+\left(-\frac{p_1}{\psi^2}+2\eta_1\frac{\partial v_2}{\partial y_1}\right)\cdot\frac{\partial v_2}{\partial y_1}+\left(-\frac{p_1}{\psi^2}+2\eta_1\frac{1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right)\cdot\frac{1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}+\\
&+\eta_1\left(\frac{1}{\psi}\frac{\partial v_1}{\partial y_1}+\frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial\varphi}\right)^2+\eta_1\left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1\Theta}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi}-\frac{v_1\cos\gamma}{\Theta}\right)^2+\\
&\left.+\eta_1\left(\frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}+\frac{1}{L_1\psi}\frac{\partial v_3}{\partial y_1}\right)^2\right\}+\\
&-(1+\mathrm{Br}T_1)\frac{\mu_0H_0N_0U_0}{R_0\mathrm{Br}}\cdot\left[\frac{\partial N_1}{\partial T_1}\left(\frac{v_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial\varphi}+\frac{v_1\cos\gamma}{\Theta}H_3+v_2\frac{\partial H_1}{\partial y_1}+\frac{v_3}{L_1^2}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right)+\right.\\
&+\frac{\partial N_2}{\partial T_1}\left(\frac{v_1}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial\varphi}+v_2\frac{\partial H_2}{\partial y_1}+\frac{v_3}{L_1^2}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\right)+\\
&\left.+\frac{\partial N_3}{\partial T_1}\left(\frac{v_1}{\Theta}\frac{\partial H_3}{\partial\varphi}-\frac{v_1\cos\gamma}{\Theta}H_1+v_2\frac{\partial H_3}{\partial y_1}+\frac{v_3}{L_1^2}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right)\right]=
\end{aligned} \tag{2.4.93}$$

$$= \varrho_0 \varrho_1 \frac{U_0 c_{v0} c_{v1} T_0 \mathrm{Br}}{R_0} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} + v_2 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right).$$

W równaniu tym, największy jest wkład członów, w których występuje ψ^{-2}. Pomnożenie obu stron równania przez $\dfrac{\psi^2 R_0^2}{\eta_0 U_0^2}$ daje:

$$\begin{aligned}
&\underbrace{\frac{\kappa_0 T_0}{U_0^2 \eta_0}}_{\mathrm{Br}^{-1}} \frac{\kappa_1 \mathrm{Br}}{\Theta} \left(\psi^2 \frac{1}{\Theta} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2} + \Theta \frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2} + \psi^2 \frac{\cos\gamma}{L_1} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} + \psi^2 \frac{\Theta}{L_1^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial x_1^2} \right) + \\
&+ \frac{1}{\Theta} \left[-p_1 + \psi^2 \frac{2\eta_1}{\Theta} \left(\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{v_3 \cos\gamma}{L_1} \right) \right] \cdot \left(\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{v_3 \cos\gamma}{L_1} \right) + \\
&+ \left(-p_1 + 2\psi^2 \eta_1 \frac{\partial v_2}{\partial y_1} \right) \cdot \frac{\partial v_2}{\partial y_1} + \left(-p_1 + 2\psi^2 \eta_1 \frac{1}{L_1^2} \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) \cdot \frac{1}{L_1^2} \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \\
&+ \eta_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial y_1} + \frac{\psi^2}{\Theta} \frac{\partial v_2}{\partial \varphi} \right)^2 + \psi^2 \eta_1 \left(\frac{1}{L_1} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{1}{L_1 \Theta} \frac{\partial v_3}{\partial \varphi} - \frac{v_1 \cos\gamma}{\Theta} \right)^2 + \\
&+ \eta_1 \left(\frac{\psi^2}{L_1} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{1}{L_1} \frac{\partial v_3}{\partial y_1} \right)^2 + \\
&- \mathrm{R_f} \left[(\mathrm{Br})^{-1} + T_1 \right] \left[\frac{\partial N_1}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{v_1 \cos\gamma}{\Theta} H_3 + v_2 \frac{\partial H_1}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_1}{\partial x_1} \right) + \right. \\
&+ \frac{\partial N_2}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} + v_2 \frac{\partial H_2}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \right) + \\
&\left. + \frac{\partial N_3}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_3}{\partial \varphi} - \frac{v_1 \cos\gamma}{\Theta} H_1 + v_2 \frac{\partial H_3}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) \right] = \\
&= \mathrm{Gz}\, \varrho_1 c_{v1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} + v_2 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right).
\end{aligned} \tag{2.4.94}$$

Po pominięciu członów rzędu ψ i mniejszych, otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
&\kappa_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2} - p_1 \underbrace{\left(\frac{1}{\Theta} \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{v_3 \cos\gamma}{\Theta L_1} + \frac{\partial v_2}{\partial y_1} + \frac{1}{L_1^2} \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right)}_{\text{R.C.}} + \eta_1 \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial y_1} \right)^2 + \frac{1}{L_1^2} \left(\frac{\partial v_3}{\partial y_1} \right)^2 \right] + \\
&- \mathrm{R_f} \left[(\mathrm{Br})^{-1} + T_1 \right] \left[\frac{\partial N_1}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{v_1 \cos\gamma}{\Theta} H_3 + v_2 \frac{\partial H_1}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_1}{\partial x_1} \right) + \right. \\
&+ \frac{\partial N_2}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} + v_2 \frac{\partial H_2}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \right) + \\
&\left. + \frac{\partial N_3}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_3}{\partial \varphi} - \frac{v_1 \cos\gamma}{\Theta} H_1 + v_2 \frac{\partial H_3}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) \right] = \\
&= \mathrm{Gz}\, \varrho_1 c_{v1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} + v_2 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} \right).
\end{aligned} \tag{2.4.95}$$

Człon oznaczony jako „R.C." jest tożsamy z lewą stroną równania[9] (2.4.92), a więc jest równy zeru. Ponadto, w powyższym równaniu występuje człon mnożony przez

[9] Po wyliczeniu pochodnej: $\frac{\partial(\Theta\, v_3)}{\partial x_1} = v_3 L_1 \cos\gamma + \Theta \frac{\partial v_3}{\partial x_1}$.

liczbę Graetza, która opisuje konwekcję wymuszoną. Dla cienkiej warstwy cieczy w szczelinie smarnej łożyska ślizgowego, liczba Gz przyjmuje bardzo małe wartości [126], co pozwala założyć, że konwekcja ma znikomy wpływ na smarowanie hydrodynamiczne łożyska ślizgowego i może zostać pominięta. Jak pokazano w równaniach (2.4.75), (2.4.82) i (2.4.88) pochodne wartości składowych natężenia pola magnetycznego po zmiennej y_1 są bliskie zeru. Równanie zachowania energii dla ferrocieczy w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego zapisujemy w postaci:

$$\underbrace{\kappa_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2}}_{①} + \underbrace{\eta_1 \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial y_1} \right)^2 + \frac{1}{L_1^2} \left(\frac{\partial v_3}{\partial y_1} \right)^2 \right]}_{②} - \mathrm{M_E} = 0. \tag{2.4.96}$$

W powyższym równaniu, człon ① opisuje przewodzenie ciepła w warstwie smarnej, w kierunku wysokości szczeliny, człon ② określa ilość ciepła wytwarzaną w ferrocieczy na skutek tarcia wewnętrznego (dyssypacji energii), natomiast:

$$\begin{aligned} \mathrm{M_E} = \mathrm{R_f} \left((\mathrm{Br})^{-1} + T_1 \right) \Bigg[& \frac{\partial N_1}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{v_1 \cos\gamma}{\Theta} H_3 + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_1}{\partial x_1} \right) + \\ & + \frac{\partial N_2}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial N_3}{\partial T_1} \left(\frac{v_1}{\Theta} \frac{\partial H_3}{\partial \varphi} - \frac{v_1 \cos\gamma}{\Theta} H_1 + \frac{v_3}{L_1^2} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) \Bigg], \end{aligned} \tag{2.4.97}$$

określa wpływ pola magnetycznego na rozkład temperatury w ferrocieczy w szczelinie smarnej łożyska stożkowego. W członie tym występują pochodne składowych wektora namagnesowania względem temperatury. Jak wykazano w badaniach przeprowadzonych w pracy [126], zmiany te są bardzo małe i można je pominąć, dlatego w dalszych rozważaniach przyjmuje się, że $\mathrm{M_E} = 0$.

2.4.1 Warunki brzegowe dla równań w postaci bezwymiarowej

Przyjęte w pracy podstawienia określające bezwymiarowe wartości rozpatrywanych wielkości, prowadzą do zapisania warunków brzegowych w następującej bezwymiarowej postaci:

- dla bezwymiarowej prędkości w kierunku obwodowym:

$$v_1 \left(y_1 = 0 \right) = \Theta, \qquad v_1 \left(y_1 = h_{p_1} \right) = 0. \tag{2.4.98}$$

- dla bezwymiarowej prędkości w kierunku poprzecznym:

$$v_2 \left(y_1 = 0 \right) = 0, \qquad v_2 \left(y_1 = h_{p_1} \right) = 0. \tag{2.4.99}$$

- dla bezwymiarowej prędkości w kierunku wzdłużnym:

$$v_3\left(y_1=0\right)=0, \qquad v_3\left(y_1=h_{p_1}\right)=0. \tag{2.4.100}$$

- dla bezwymiarowej temperatury na powierzchni czopa i panewki łożyska:

$$T_1\left(y=0\right)=1, \qquad T_1\left(y_1=h_{p_1}\right)=T_{p1}\left(\varphi,x_1\right), \tag{2.4.101}$$

- bezwymiarowy strumień ciepła na powierzchni czopa:

$$q_{c1}=-\kappa_1\left.\frac{\partial T_1}{\partial y_1}\right|_{y_1=0}. \tag{2.4.102}$$

- ciśnienia na brzegach rozpatrywanego obszaru

$$p(\varphi=0)=0, \quad p(x_1=-1)=0, \quad p(x_1=1)=0, \tag{2.4.103}$$

- warunek na ciśnienie na końcu filmu smarnego:

$$\left.\frac{\partial p_1}{\partial \varphi}\right|_{\varphi=\varphi_k}=0. \tag{2.4.104}$$

2.5 Bezwymiarowe składowe wektora prędkości w cienkiej warstwie ferrocieczy

Bezwymiarowa wartość prędkości w kierunku obwodowym. W celu wyznaczenia bezwymiarowej składowej wektora prędkości ferrocieczy w kierunku obwodowym, równanie (2.4.76) zapisujemy jako:

$$\frac{\partial}{\partial y_1}\left(\eta_1\frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right)=\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi}-\mathrm{M}_1 \tag{2.5.105}$$

Podwójne całkowanie tego równania po zmiennej y_1 daje[10]:

$$v_1=\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi}-\mathrm{M}_1\right)\int\limits_0^{y_1}\frac{y_1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1+c_1\int\limits_0^{y_1}\frac{1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1+c_2. \tag{2.5.106}$$

Wykorzystując warunki brzegowe (2.4.98), wyznacza się wartości stałych c_1 i c_2, otrzymując:

$$v_1=\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi}-\mathrm{M}_1\right)\cdot\Gamma_d-\Theta\left(\Gamma_m-1\right), \tag{2.5.107}$$

[10] W ogólności, wartość bezwymiarowej lepkości dynamicznej η_1 jest zależna od położenia we wszystkich kierunkach, natomiast korzystając z (2.4.77) oraz (2.4.83) zauważyć można, że cały człon $\frac{\partial p_1}{\partial \varphi}-\mathrm{M}_1$ jest niezależny od położenia względem zmiennej y_1.

gdzie wprowadzono następujące oznaczenia:

$$\Gamma_d\left(\varphi, y_1, x_1\right) = \int\limits_0^{y_1} \frac{y_1}{\eta_1} \mathrm{d}y_1 - \Gamma_m \int\limits_0^{h_{p_1}} \frac{y_1}{\eta_1} \mathrm{d}y_1, \tag{2.5.108}$$

$$\Gamma_m\left(\varphi, y_1, x_1\right) = \frac{\int\limits_0^{y_1} \frac{1}{\eta_1} \mathrm{d}y_1}{\int\limits_0^{h_{p_1}} \frac{1}{\eta_1} \mathrm{d}y_1}. \tag{2.5.109}$$

Bezwymiarowa wartość prędkości w kierunku wzdłużnym. Równanie (2.4.89) zapisujemy w postaci:

$$\frac{\partial}{\partial y_1}\left(\eta_1 \frac{\partial v_3}{\partial y_1}\right) = \frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 \mathrm{M}_3 - \varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\, \psi \frac{\cos\gamma}{\Theta} v_1^2 \tag{2.5.110}$$

Po podwójnym całkowaniu obu stron równania po zmiennej y_1 otrzymujemy:

$$\begin{aligned} v_3 = \left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3\right) \int\limits_0^{y_1} \frac{y_1}{\eta_1} \mathrm{d}y_1 - \varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\, \psi \frac{\cos\gamma}{\Theta} \int\limits_0^{y_1} \frac{\int\limits_0^{y_1} v_1^2 \partial y_1}{\eta_1} \mathrm{d}y_1 + \\ + c_3 \int\limits_0^{y_1} \frac{1}{\eta_1} \mathrm{d}y_1 + c_4, \end{aligned} \tag{2.5.111}$$

gdzie: c_3, c_4 - stałe całkowania. Po podstawieniu warunków brzegowych (2.4.100) oraz funkcji prędkości (2.5.107), można zapisać:

$$v_3 = \left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3\right) \Gamma_d - \varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\, \psi \frac{\cos\gamma}{\Theta} \Gamma_c, \tag{2.5.112}$$

gdzie:

$$\Gamma_c\left(\varphi, y_1, x_1\right) = \left(\frac{1}{\Theta} \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1\right)^2 \Gamma_1 + 2\left(\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \Theta \mathrm{M}_1\right) \Gamma_2 + \Theta^2 \Gamma_3, \tag{2.5.113}$$

przy czym

$$\Gamma_1\left(\varphi, y_1, x_1\right) = \int\limits_0^{y_1} \left(\frac{1}{\eta_1} \int\limits_0^{y_1} \Gamma_d^2 \, \mathrm{d}y_1\right) \mathrm{d}y_1 - \Gamma_m \int\limits_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1} \int\limits_0^{y_1} \Gamma_d^2 \, \mathrm{d}y_1\right) \mathrm{d}y_1, \tag{2.5.114}$$

$$\Gamma_2(\varphi, y_1, x_1) = \int_0^{y_1} \left(\frac{1}{\eta_1} \int_0^{y_1} (1 - \Gamma_m)\, \Gamma_d \, \mathrm{d}y_1 \right) \mathrm{d}y_1 + \\ - \Gamma_m \int_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1} \int_0^{y_1} (1 - \Gamma_m)\, \Gamma_d \, \mathrm{d}y_1 \right) \mathrm{d}y_1, \tag{2.5.115}$$

$$\Gamma_3(\varphi, y_1, x_1) = \int_0^{y_1} \left(\frac{1}{\eta_1} \int_0^{y_1} (1 - \Gamma_m)^2 \, \mathrm{d}y_1 \right) \mathrm{d}y_1 + \\ - \Gamma_m \int_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1} \int_0^{y_1} (1 - \Gamma_m)^2 \, \mathrm{d}y_1 \right) \mathrm{d}y_1. \tag{2.5.116}$$

Bezwymiarowa wartość prędkości w kierunku poprzecznym. Wykorzystujemy bezwymiarowe równanie ciągłości strugi (2.4.92) i zapisujemy:

$$\frac{\partial v_2}{\partial y_1} = -\frac{1}{\Theta} \frac{\partial v_1}{\partial \varphi} - \frac{1}{\Theta L_1^2} \frac{\partial (\Theta\, v_3)}{\partial x_1}. \tag{2.5.117}$$

Rozdzielając zmienne a następnie całkując obustronnie równanie (2.5.117) oraz wykorzystując (2.5.107) i (2.5.112), a także pierwszy z warunków brzegowych (2.4.99), otrzymujemy:

$$v_2 = -\frac{1}{\Theta} \int_0^{y_1} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\left(\frac{1}{\Theta} \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1 \right) \cdot \Gamma_d - \Theta\, (\Gamma_m - 1) \right] \right\} \mathrm{d}y_1 + \\ - \frac{\cos\gamma}{\Theta L_1} \int_0^{y_1} \left\{ \left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3 \right) \Gamma_d - \varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\, \psi \frac{\cos\gamma}{\Theta} \Gamma_c \right\} \mathrm{d}y_1 + \\ - \frac{1}{L_1^2} \int_0^{y_1} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3 \right) \Gamma_d - \varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\, \psi \frac{\cos\gamma}{\Theta} \Gamma_c \right] \right\} \mathrm{d}y_1. \tag{2.5.118}$$

Otrzymane powyżej równanie pokazuje, że pomimo pominięcia zmian ciśnienia hydrodynamicznego względem zmiennej poprzecznej, w szczelinie smarnej występuje ruch ośrodka smarnego, w kierunku wysokości tej szczeliny.

2.6 Bezwymiarowe zmodyfikowane równanie Reynoldsa

Wyznaczenie sił nośnych łożyska ślizgowego wymaga znajomości rozkładu wartości ciśnienia hydrodynamicznego, generowanego w szczelinie smarnej. Rozkłady ciśnienia w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego smarowanego ferrocieczą można obliczyć poprzez rozwiązanie równania, które w dalszej części nazywane będzie[11] *zmodyfikowanym równaniem Reynoldsa* lub *równaniem typu Reynoldsa*. W celu wyprowadzenia tego równania, równanie ciągłości strugi (2.4.92) całkujemy po zmiennej y_1 w granicach wysokości szczeliny smarnej tzn. od 0 do h_{p_1} (wykorzystując warunki (2.4.99)), otrzymując:

$$\Theta\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\int\limits_0^{h_{p_1}}\Gamma_m\,\mathrm{d}y_1-h_{p_1}\right)=$$
$$=\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial\varphi}-\mathrm{M}_1\right)\int\limits_0^{h_{p_1}}\Gamma_d\,\mathrm{d}y_1\right]+\frac{\cos\gamma}{L_1}\left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1}-L_1\mathrm{M}_3\right)\int\limits_0^{h_{p_1}}\Gamma_d\,\mathrm{d}y_1+ \tag{2.6.119}$$
$$+\frac{\Theta}{L_1^2}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1}-L_1\mathrm{M}_3\right)\int\limits_0^{h_{p_1}}\Gamma_d\,\mathrm{d}y_1\right]-\varrho_1\mathrm{Re}\,\psi\frac{\cos\gamma}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\int\limits_0^{h_{p_1}}\Gamma_c\,\mathrm{d}y_1\right),$$

przy czym:

$$\int\limits_0^{h_{p_1}}\Gamma_m\,\mathrm{d}y_1=\frac{\displaystyle\int\limits_0^{h_{p_1}}\left(\int\limits_0^{y_1}\frac{1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1}{\displaystyle\int\limits_0^{h_{p_1}}\frac{1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1}, \tag{2.6.120}$$

$$\int\limits_0^{h_{p_1}}\Gamma_d\,\mathrm{d}y_1=\int\limits_0^{h_{p_1}}\left(\int\limits_0^{y_1}\frac{y_1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1-\left(\int\limits_0^{h_{p_1}}\Gamma_m\,\mathrm{d}y_1\right)\left(\int\limits_0^{h_{p_1}}\frac{y_1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right), \tag{2.6.121}$$

[11] W odniesieniu do *klasycznego* równania Reynoldsa opisującego smarowanie hydrodynamiczne walcowych łożysk ślizgowych, niemagnetyczną cieczą (olejem) o właściwościach newtonowskich.

$$\int_0^{h_{p_1}} \Gamma_c \, \mathrm{d}y_1 = \left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1\right)^2 \int_0^{h_{p_1}} \Gamma_1 \, \mathrm{d}y_1 + \\ - 2\left(\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \Theta \mathrm{M}_1\right) \int_0^{h_{p_1}} \Gamma_2 \, \mathrm{d}y_1 + \Theta^2 \int_0^{h_{p_1}} \Gamma_3 \, \mathrm{d}y_1, \tag{2.6.122}$$

gdzie:

$$\int_0^{h_{p_1}} \Gamma_1 \, \mathrm{d}y_1 = \int_0^{h_{p_1}} \left[\int_0^{y_1} \left(\frac{1}{\eta_1}\int_0^{y_1} \Gamma_d^2 \, \mathrm{d}y_1\right) \mathrm{d}y_1\right] \mathrm{d}y_1 + \\ - \left(\int_0^{h_{p_1}} \Gamma_m \, \mathrm{d}y_1\right) \left[\int_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1}\int_0^{y_1} \Gamma_d^2 \, \mathrm{d}y_1\right) \mathrm{d}y_1\right], \tag{2.6.123}$$

$$\int_0^{h_{p_1}} \Gamma_2 \, \mathrm{d}y_1 = \int_0^{h_{p_1}} \left[\int_0^{y_1} \left(\frac{1}{\eta_1}\int_0^{y_1} (1-\Gamma_m)\,\Gamma_d \, \mathrm{d}y_1\right) \mathrm{d}y_1\right] \mathrm{d}y_1 + \\ - \left(\int_0^{h_{p_1}} \Gamma_m \, \mathrm{d}y_1\right) \left[\int_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1}\int_0^{y_1} (1-\Gamma_m)\,\Gamma_d \, \mathrm{d}y_1\right) \mathrm{d}y_1\right], \tag{2.6.124}$$

$$\int_0^{h_{p_1}} \Gamma_3 \, \mathrm{d}y_1 = \int_0^{h_{p_1}} \left[\int_0^{y_1} \left(\frac{1}{\eta_1}\int_0^{y_1} (1-\Gamma_m)^2 \, \mathrm{d}y_1\right) \mathrm{d}y_1\right] \mathrm{d}y_1 + \\ - \left(\int_0^{h_{p_1}} \Gamma_m \, \mathrm{d}y_1\right) \left[\int_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1}\int_0^{y_1} (1-\Gamma_m)^2 \, \mathrm{d}y_1\right) \mathrm{d}y_1\right]. \tag{2.6.125}$$

Równanie (2.6.119) jest równaniem nieliniowym, którego rozwiązania analityczne[12] są znane jedynie dla szczególnych, uproszczonych przypadków (np. łożysko nieskończenie długie). W niniejszej pracy rozwiązanie tego równania, tzn. wyznaczenie wartości ciśnień w szczelinie smarnej łożyska, zostanie przeprowadzone przy wykorzystaniu metod numerycznych dla pewnych szczególnych przypadków. Równanie to uwzględnia zmiany wielkości fizycznych w kierunku obwodowym i wzdłużnym,

[12] Obecnie często do rozwiązywania równań typu Reynoldsa wykorzystuje się tzw. półanalityczną metodę HAM (z ang. *Homotopy analysis method* [5, 40, 151, 159, 162].

jednak występują w nim całki funkcji $\frac{y_1}{\eta 1}$ oraz $\frac{1}{\eta_1}$, po kierunku poprzecznym y_1, gdzie bezwymiarowa lepkość pozorna $\eta_1 = \eta_1(\varphi, y_1, x_1)$ jest funkcją temperatury, ciśnienia, szybkości ścinania i wartości indukcji magnetycznej. W przeprowadzonych rozważaniach, pokazano, że zmiany ciśnienia i pola magnetycznego po wysokości szczeliny smarnej mogą zostać pominięte. Zmiany szybkości ścinania i zmiany wartości temperatury w kierunku wysokości szczeliny mogą jednak mieć kluczowe znaczenie i należy je uwzględnić.

2.7 Rozkład temperatury w szczelinie smarnej

Rozkład temperatury w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego może zostać wyznaczony poprzez analityczne scałkowanie równania energii. Równanie (2.4.96) zapisujemy w postaci:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2} + \frac{\eta_1}{\kappa_1}\left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right)^2 + \frac{1}{L_1^2}\left(\frac{\partial v_3}{\partial y_1}\right)^2\right] = 0. \tag{2.7.126}$$

Podstawiając (2.5.107) i (2.5.112), otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2} + \frac{\eta_1}{\kappa_1}\Bigg\{&\left[\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1\right)\frac{\partial \Gamma_d}{\partial y_1} - \Theta\frac{\partial \Gamma_m}{\partial y_1}\right]^2 + \\ &+ \frac{1}{L_1^2}\left[\left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3\right)\frac{\partial \Gamma_d}{\partial y_1} - \varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\,\psi\frac{\cos\gamma}{\Theta}\frac{\partial \Gamma_c}{\partial y_1}\right]^2\Bigg\} = 0,\end{aligned} \tag{2.7.127}$$

a dalej[13]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2} = &-\frac{\eta_1}{\kappa_1}\left[\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1\right)\frac{\partial \Gamma_d}{\partial y_1} - \Theta\frac{\partial \Gamma_m}{\partial y_1}\right]^2 + \\ &- \frac{\eta_1}{\kappa_1 L_1^2}\left[\left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3\right)\frac{\partial \Gamma_d}{\partial y_1}\right]^2 - \frac{\eta_1}{\kappa_1}\varrho_1^2 L_1^2 \mathrm{Re}^2\,\psi^2\frac{\cos^2\gamma}{\Theta^2}\left(\frac{\partial \Gamma_c}{\partial y_1}\right)^2 + \\ &+ 2\frac{\eta_1}{\kappa_1}\varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\,\psi\frac{\cos\gamma}{\Theta}\left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3\right)\frac{\partial \Gamma_c}{\partial y_1}\frac{\partial \Gamma_d}{\partial y_1},\end{aligned} \tag{2.7.128}$$

przy czym:

$$\frac{\partial \Gamma_m}{\partial y_1} \equiv \Gamma_M = \left(\eta_1 \int_0^{h_{p_1}} \frac{1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right)^{-1}, \tag{2.7.129}$$

$$\frac{\partial \Gamma_d}{\partial y_1} \equiv \Gamma_D = \frac{1}{\eta_1}\left[y_1 - \left(\int_0^{h_{p_1}} \frac{y_1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right)\left(\int_0^{h_{p_1}} \frac{1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right)^{-1}\right], \tag{2.7.130}$$

[13] Zastosowano tutaj wzór: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

$$\frac{\partial \Gamma_c}{\partial y_1} \equiv \Gamma_C = \left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1\right)^2 \frac{\partial \Gamma_1}{\partial y_1} + 2\left(\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \Theta \mathrm{M}_1\right)\frac{\partial \Gamma_2}{\partial y_1} + \Theta^2 \frac{\partial \Gamma_3}{\partial y_1} \tag{2.7.131}$$

oraz

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Gamma_1}{\partial y_1} \equiv \widehat{\Gamma}_1 = \frac{1}{\eta_1}\int\limits_0^{y_1} \Gamma_d^2 \,\mathrm{d}y_1 + \\ - \frac{1}{\eta_1}\left[\int\limits_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1}\int\limits_0^{y_1} \Gamma_d^2 \,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right]\left[\int\limits_0^{h_{p_1}} \frac{1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right]^{-1}\end{aligned} \tag{2.7.132}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Gamma_2}{\partial y_1} \equiv \widehat{\Gamma}_2 = \frac{1}{\eta_1}\int\limits_0^{y_1} (1-\Gamma_m)\,\Gamma_d \,\mathrm{d}y_1 + \\ - \frac{1}{\eta_1}\left[\int\limits_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1}\int\limits_0^{y_1} (1-\Gamma_m)\,\Gamma_d \,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right]\left[\int\limits_0^{h_{p_1}} \frac{1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right]^{-1},\end{aligned} \tag{2.7.133}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Gamma_3}{\partial y_1} \equiv \widehat{\Gamma}_3 = \frac{1}{\eta_1}\int\limits_0^{y_1} (1-\Gamma_m)^2 \,\mathrm{d}y_1 + \\ - \frac{1}{\eta_1}\left[\int\limits_0^{h_{p_1}} \left(\frac{1}{\eta_1}\int\limits_0^{y_1} (1-\Gamma_m)^2 \,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right]\left[\int\limits_0^{h_{p_1}} \frac{1}{\eta_1}\mathrm{d}y_1\right]^{-1}.\end{aligned} \tag{2.7.134}$$

Po dwukrotnym całkowaniu równania (2.7.128) względem zmiennej y_1, otrzymujemy:

$$\begin{aligned}T_1(\varphi, y_1, x_1) = \frac{1}{\kappa_1}\int\limits_0^{y_1}\left(\int\limits_0^{y_1} \Lambda_1 \,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1 + \\ - \frac{1}{\kappa_1}\varrho_1^2 L_1^2 \mathrm{Re}^2\,\psi^2 \frac{\cos^2\gamma}{\Theta^2}\int\limits_0^{y_1}\left(\int\limits_0^{y_1} \Lambda_2 \,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1 + \\ + \frac{2}{\kappa_1}\varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\,\psi \frac{\cos\gamma}{\Theta}\int\limits_0^{y_1}\left(\int\limits_0^{y_1} \Lambda_3 \,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1 + \\ + c_5 y_1 + c_6,\end{aligned} \tag{2.7.135}$$

gdzie, w celu skrócenia zapisu, wprowadzono symbole (funkcje):

$$\begin{aligned}\Lambda_1(\varphi, y_1, x_1) = \eta_1 \left[\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1\right)\Gamma_D - \Theta\Gamma_M\right]^2 + \\ + \frac{\eta_1}{L_1^2}\left[\left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3\right)\Gamma_D\right]^2,\end{aligned} \tag{2.7.136}$$

$$\Lambda_2(\varphi, y_1, x_1) = \eta_1 \left[\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1\right)^2 \widehat{\Gamma}_1 + 2\left(\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \Theta \mathrm{M}_1\right)\widehat{\Gamma}_2 + \Theta^2 \widehat{\Gamma}_3\right]^2 \tag{2.7.137}$$

$$\begin{aligned}\Lambda_3(\varphi, y_1, x_1) = \eta_1 \left(\frac{\partial p_1}{\partial x_1} - L_1 M_3\right)\left[\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \mathrm{M}_1\right)^2 \widehat{\Gamma}_1 + \right. \\ \left. +2\left(\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} - \Theta \mathrm{M}_1\right)\widehat{\Gamma}_2 + \Theta^2 \widehat{\Gamma}_3\right]\Gamma_D.\end{aligned} \tag{2.7.138}$$

Wykorzystując warunki brzegowe (2.4.101), wyznaczamy wartości stałych c_5 i c_6, otrzymując następujący rozkład temperatury:

$$\begin{aligned}T_1(\varphi, y_1, x_1) = \frac{1}{\kappa_1}\left[\frac{y_1}{h_{p_1}}\int_0^{h_{p_1}}\left(\int_0^{y_1}\Lambda_1\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1 - \int_0^{y_1}\left(\int_0^{y_1}\Lambda_1\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\ + \frac{\cos^2\gamma}{\Theta^2\,\kappa_1}\varrho_1^2 L_1^2 \mathrm{Re}^2\,\psi^2 \quad \times \\ \times\left[\frac{y_1}{h_{p_1}}\int_0^{h_{p_1}}\left(\int_0^{y_1}\Lambda_2\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1 - \int_0^{y_1}\left(\int_0^{y_1}\Lambda_2\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\ - \frac{2\cos\gamma}{\Theta\,\kappa_1}\varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\,\psi \quad \times \\ \times\left[\frac{y_1}{h_{p_1}}\int_0^{h_{p_1}}\left(\int_0^{y_1}\Lambda_3\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1 - \int_0^{y_1}\left(\int_0^{y_1}\Lambda_3\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\ + \frac{y_1}{h_{p_1}}\left(T_{p1}(\varphi, x_1) - 1\right) + 1.\end{aligned} \tag{2.7.139}$$

W równaniu tym, rozkład temperatury na powierzchni panewki:

$$T_1\left(y_1 = h_{p_1}\right) = T_{p1}\left(\varphi, x_1\right)$$

jest nieznany, jednak zakładając, że znany będzie strumień ciepła q_{c1}, wymienianego pomiędzy klinem smarnym a czopem łożyska, wówczas można zapisać:

$$q_{c1} = -\kappa_1 \left.\frac{\partial T_1}{\partial y_1}\right|_{y_1=0}. \tag{2.7.140}$$

Podstawiając powyższy warunek brzegowy do równania (2.7.139), otrzumuje się następującą funkcję rozkładu temperatury na powierzchni panewki łożyska:

$$
\begin{aligned}
T_{p1}\left(\varphi, x_1\right) = & -\frac{1}{\kappa_1}\left[\int\limits_0^{h_{p_1}}\left(\int\limits_0^{y_1}\Lambda_1\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\
& -\frac{\cos^2\gamma}{\Theta^2\,\kappa_1}\varrho_1^2 L_1^2 \mathrm{Re}^2\,\psi^2\left[\int\limits_0^{h_{p_1}}\left(\int\limits_0^{y_1}\Lambda_2\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\
& +\frac{2\cos\gamma}{\Theta\,\kappa_1}\varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\,\psi\left[\int\limits_0^{h_{p_1}}\left(\int\limits_0^{y_1}\Lambda_3\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\
& -\frac{q_{c1}\,h_{p_1}}{\kappa_1} + 1.
\end{aligned}
\tag{2.7.141}
$$

Wstawienie funkcji rozkładu temperatury na powierzchni panewki (2.7.141) do równania (2.7.139) daje ostateczną postać rozkładu temperatury w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego:

$$
\begin{aligned}
T_1(\varphi, y_1, x_1) = & -\frac{1}{\kappa_1}\left[\int\limits_0^{y_1}\left(\int\limits_0^{y_1}\Lambda_1\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\
& -\frac{\cos^2\gamma}{\Theta^2\,\kappa_1}\varrho_1^2 L_1^2 \mathrm{Re}^2\,\psi^2\left[\int\limits_0^{y_1}\left(\int\limits_0^{y_1}\Lambda_2\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\
& +\frac{2\cos\gamma}{\Theta\,\kappa_1}\varrho_1 L_1 \mathrm{Re}\,\psi\left[\int\limits_0^{y_1}\left(\int\limits_0^{y_1}\Lambda_3\,\mathrm{d}y_1\right)\mathrm{d}y_1\right] + \\
& -\frac{q_{c1}\,y_1}{\kappa_1} + 1.
\end{aligned}
\tag{2.7.142}
$$

Wartość temperatury ferrocieczy w szczelinie smarnej zależy od położenia we wszystkich trzech kierunkach. W szczególności, równanie (2.7.142) uwzględnia zmiany temperatury w kierunku wysokości szczeliny smarnej, w związku ze zmianami lepkości w tym kierunku. Lepkość ferrocieczy jest zależna od temperatury, szybkości ścinania, ciśnienia i wartości indukcji magnetycznej. Jak pokazano, zmiany ciśnienia i indukcji magnetycznej w kierunku wysokości szczeliny smarnej, mogą zostać pominięte, jednak zmiany temperatury i szybkości ścinania w tym kierunku powinny

zostać uwzględnione, dlatego w dalszej części pracy powyższe równanie będzie wykorzystane do wyznaczania rozkładu temperatury w szczelinie smarnej łożyska, dla specyficznych przypadków, gdzie za funkcję lepkości, występującą pod znakami całki, zostanie podstawiony konkretny model lepkościowy.

2.8 Model lepkości ferrocieczy

Lepkość dynamiczna cieczy smarującej jest jednym z podstawowych parametrów projektowych hydrodynamicznego łożyska ślizgowego. W celu uwzględnienia wpływu zmian wartości lepkości ferrocieczy na hydrodynamiczne smarowanie stożkowego łożyska ślizgowego, przyjęto następującą funkcję bezwymiarowej lepkości:

$$\eta_1(\varphi, y_1, x_1) = \eta_{1\dot{\gamma}}(\varphi, y_1, x_1) \cdot \eta_{1T}(\varphi, y_1, x_1) \cdot \eta_{1B}(\varphi, x_1) \cdot \eta_{1p}(\varphi, x_1), \tag{2.8.143}$$

gdzie:

- $\eta_{1\dot{\gamma}} = \eta_{1\dot{\gamma}}(\dot{\gamma})$ to bezwymiarowa funkcja, uwzględniająca zmiany lepkości w zależności od szybkości ścinania (uogólniona ciecz newtonowska),
- $\eta_{1p} = \eta_{1p}(p_1)$ określa zmiany bezwymiarowej lepkości wraz ze zmianami wartości ciśnienia hydrodynamicznego,
- $\eta_{1T} = \eta_{1T}(T_1)$ wprowadza zmiany lepkości wynikające ze zmian temperatury,
- η_{1B} jest czynnikiem, który określa wpływ wartości indukcji magnetycznej na lepkość ferrocieczy.

W powyższej zależności uwzględnia się zmiany lepkości ferrocieczy wywołane zmianami temperatury i szybkości ścinania w kierunku obwodowym, wzdłużnym oraz wysokości szczeliny smarnej. W związku z tym, że w przyjętym modelu pomija się zmiany ciśnienia hydrodynamicznego środka smarnego oraz zmiany wartości indukcji pola magnetycznego, w kierunku poprzecznym, dlatego czynniki η_{1p} i η_{1B} są funkcjami położenia jedynie względem współrzędnej obwodowej i wzdłużnej.

2.8.1 Modelowanie wpływu temperatury na wartości lepkości dynamicznej ferrooleju

Temperatura jest parametrem, który silnie wpływa na lepkość ferrooleju [23, 47]. W modelu przyjęto, że zmiany lepkości ferrooleju w funkcji temperatury, można przybliżyć następującą zależnością [53, 126]:

$$\eta_T = \eta_0 \exp\left[-\delta_T(T - T_0)\right], \tag{2.8.144}$$

gdzie η_0 [Pas] to charakterystyczna wartość lepkości, przy temperaturze T_0 [K], natomiast δ_T to parametr doświadczalny, w [K^{-1}], wynikający z dopasowania krzywej opisanej powyższą zależnością do wyników pomiarów zmian lepkości ferrooleju w zależności od temperatury.

Powyższą zależność można przedstawić w następującej postaci bezwymiarowej:

$$\eta_{1_T} = \exp(-Q_{Br}\, T_1), \tag{2.8.145}$$

przy czym bezwymiarowy współczynnik $Q_{Br} = \delta_T\, Br\, T_0$.

2.8.2 Modelowanie wpływu pola magnetycznego na wartości lepkości dynamicznej ferrooleju

Zmiana wartości indukcji wywołana na skutek oddziaływania na ferroolej zewnętrznego pola magnetycznego, daje możliwość wpływu na uzyskiwane wartości parametrów eksploatacyjne łożyska podczas jego pracy, poprzez zmiany wartości jego lepkości [23, 27, 53, 126]. W modelu przyjęto następującą funkcję opisującą zależność między bezwymiarową lepkością a wartością indukcji pola magnetycznego:

$$\eta_{1_B} = \ln(e + \delta_{B_1}\, B_{1_{ind}}), \tag{2.8.146}$$

gdzie e to *liczba Eulera*, natomiast δ_{B_1} to bezwymiarowy parametr doświadczalny, wynikający z dopasowania krzywej opisanej powyższą funkcją do wyników doświadczalnych, określających zmiany lepkości w zależności od wartości indukcji pola magnetycznego. Dla bezwymiarowej wartości $B_{1_{ind}} = 0$ obliczona wartość $\eta_{1_B} = 1$ (brak wpływu pola na wartości lepkości ferrooleju).

Przedstawiona powyżej funkcja została zaproponowana przez autora niniejszej pracy, gdyż zaczerpnięte z literatury modele nie opisywały dość dokładnie zmian lepkości ferrooleju od wartości indukcji pola magnetycznego, co prowadziło do powstawania rozbieżności podczas obliczeń numerycznych. Charakter funkcji logarytmicznej pozwolił na dobre dopasowanie do uzyskiwanych doświadczalnie wyników.

2.8.3 Modelowanie wpływu ciśnienia na wartości lepkości dynamicznej ferrooleju

W pracy [26, 52] pokazano, że na lepkość ferrooleju ma również znaczący wpływ wartość ciśnienia. Podobnie jak w przypadku zależności lepkości od wartości indukcji pola magnetycznego, autor proponuje następującą funkcję opisującą zmiany lepkości od wartości ciśnienia ferooleju w postaci bezwymiarowej:

$$\eta_{1_p} = \ln(e + Q_p\, p_1), \tag{2.8.147}$$

gdzie $Q_p = \delta_p p_0$, natomiast δ_p, którego jednostką jest [Pa^{-1}], to doświadczalny współczynnik wynikający z dopasowania funkcji do zmierzonych wartości. W modelu zakładano, że obliczane ciśnienia w szczelinie smarnej $p_1 \geqslant 0$, nastomiast śa równe zeru jedynie na brzegach oraz dla kątów opasania większych niż położenie końca filmu olejowego, dlatego powyższa zależność dobrze określała zmiany lepkości od wartości ciśnienia. Dodatkowo, dla większych wartości argumentów, funkcja ta nie rośnie tak intensywnie jak w przypadku funkcji eksponencjalnej, dlatego uzyskano dokładniejsze dopasowania krzywej opisanej tą zależnością, niż w przypadku znanej z literatury *relacji Barusa* [8, 106, 109].

2.8.4 Modelowanie wpływu szybkości ścinania na wartości lepkości dynamicznej ferrooleju

Lepkość cieczy wykazującej właściwości nienewtonowskie może znacznie się zmieniać w zależności od szybkości ścinania, w szczególności w przypadku łożysk ślizgowych, gdzie szybkość ścinania może osiągać wartości przekraczające 10^6 [1/s]. Jak pokazują badania [26, 46, 48], ferrooleje wykazują zmiany wartości lepkości dynamicznej w funkcji szybkości ścinania. W celu określenia tych zmian w modelu obliczeniowym, zaadoptowano model *Crossa* [54, 88, 161, 170], dzięki któremu uzyskiwano dobre dopasowanie modelowanych wartości lepkości do wartości doświadczalnych. Wykorzystano następującą zależność:

$$\eta_{1_{\dot\gamma}} = \eta_{1_{inf}} + \frac{\eta_{1_0} - \eta_{1_{inf}}}{1 + (k_{\dot\gamma}\,\dot\gamma)^{n_{\dot\gamma}}}, \tag{2.8.148}$$

gdzie η_{1_0} i $\eta_{1_{inf}}$ to bezwymiarowe wartości lepkości dla szybkości ścinania, odpowiednio, dążących do zera i do nieskończoności, natomiast $k_{\dot\gamma}$ w [s] oraz bezwymiarowe $n_{\dot\gamma}$ to doświadczalne współczynniki otrzymane na podstawie dopasowania modelu Crossa do danych uzyskanych w pomiarach. Szybkość ścinania $\dot\gamma$ (w s^{-1}) ferrooleju w trójwymiarowej szczelinie smarnej, w zależności od położenia, obliczono wykorzystując następującą zależność [54]:

$$\dot\gamma = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\dot\gamma_{ij}\,\dot\gamma_{ji}}, \tag{2.8.149}$$

przy czym $\dot\gamma_{ij}$ to składowe tensora A_1.

2.9 Obliczanie parametrów eksploatacyjnych

Podstawowymi parametrami eksploatacyjnymi łożysk ślizgowych są: siła nośna, siła tarcia, współczynnik tarcia.

Dla łożysk stożkowych warto wyróżnić dwie składowe siły nośnej: składową poprzeczną, której linia działania jest prostopadła do osi obrotu czopa oraz składową wzdłużną, której linia działania pokrywa się z osią obrotu czopa. Bezwymiarową wartość składowej poprzecznej C_{1T} siły nośnej, oblicza się ze wzoru [127, 201]:

$$C_{1T} = \left[\left(\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\varphi_k} p_1 \Theta \cos\varphi \sin\gamma \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}x_1 \right)^2 + \left(\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\varphi_k} p_1 \Theta \sin\varphi \sin\gamma \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}x_1 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{2.9.150}$$

natomiast bezwymiarową wartość składowej wzdłużnej, oblicza się jako:

$$C_{1L} = \left[\left(\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\varphi_k} p_1 \Theta \cos\varphi \cos\gamma \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}x_1 \right)^2 + \left(\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\varphi_k} p_1 \Theta \sin\varphi \cos\gamma \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}x_1 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{2.9.151}$$

Wymiarowe wartości sił nośnych otrzymuje się z zależności:

$$C_T = \frac{L_1 R_0^2 \, \eta_0 \, \omega}{\psi^2} \cdot C_{1T}, \tag{2.9.152}$$

$$C_L = \frac{L_1 R_0^2 \, \eta_0 \, \omega}{\psi^2} \cdot C_{1L}. \tag{2.9.153}$$

Obliczenie bezwymiarowych wartości sił tarcia w kierunku obwodowym i wzdłużnym, oparto na wykorzystaniu następujących zależności [127, 201]:

$$Fr_{1\varphi} = \int_{-1}^{1} \int_{0}^{2\pi} \eta_1 \left. \frac{\partial v_1}{\partial y_1} \right|_{y_1 = h_{p_1}} \Theta \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}x_1 \tag{2.9.154}$$

oraz

$$Fr_{1x_1} = \int_{-1}^{1} \int_{0}^{2\pi} \eta_1 \left. \frac{\partial v_3}{\partial y_1} \right|_{y_1 = h_{p_1}} \Theta \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}x_1. \tag{2.9.155}$$

Wartym uwagi jest fakt, że w powyższych zależnościach, całki względem zmiennej obwodowej φ liczone są w granicach dla pełnego kąta opasania, czyli od $\varphi = 0$

do $\varphi = 2\pi$. W obszarze dla kąta $\varphi > \varphi_k$ nie występują nadciśnienia, można więc przedstawić funkcje (2.9.154) oraz (2.9.155) jako sumę dwóch składników [126, 127]. Pierwszy z nich jest związany ze składowymi v_{1p} i v_{3p} wektora prędkości, a właściwie ich częściami, które powstają w wyniku występowania gradientów ciśnienia w obszarze od $\varphi = 0$ do $\varphi = \varphi_k$. Drugi składnik jest związany z generowaniem przepływu na skutek ruchu czopa, w zakresie pełnego kąta opasania, od $\varphi = 0$ do $\varphi = 2\pi$, czyli częściami v_{1s} oraz v_{3s} składowej obwodowej i wzdłużnej wektora prędkości. Zgodnie z powyższym, bezwymiarowe składowe siły tarcia można przedstawić jako:

$$Fr_{1\varphi} = \int_{-1}^{1}\int_{0}^{\varphi_k} \eta_1 \frac{\partial v_{1p}}{\partial y_1}\bigg|_{y_1=h_{p_1}} \Theta \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}x_1 + \int_{-1}^{1}\int_{0}^{2\pi} \eta_1 \frac{\partial v_{1s}}{\partial y_1}\bigg|_{y_1=h_{p_1}} \Theta \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}x_1 \tag{2.9.156}$$

oraz

$$Fr_{1x_1} = \int_{-1}^{1}\int_{0}^{\varphi_k} \eta_1 \frac{\partial v_{3p}}{\partial y_1}\bigg|_{y_1=h_{p_1}} \Theta \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}x_1 + \int_{-1}^{1}\int_{0}^{2\pi} \eta_1 \frac{\partial v_{3s}}{\partial y_1}\bigg|_{y_1=h_{p_1}} \Theta \,\mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}x_1. \tag{2.9.157}$$

Wymiarowe wartości sił tarcia oblicza się jako:

$$Fr_{\varphi} = \frac{L_1 R_0^2 \,\eta_0 \,\omega}{\psi} \cdot Fr_{1\varphi}, \tag{2.9.158}$$

$$Fr_{x} = \frac{L_1 R_0^2 \,\eta_0 \,\omega}{\psi} \cdot Fr_{1x_1}. \tag{2.9.159}$$

Obliczenie wartości *umownego współczynnika tarcia* [53, 127, 201] polegało na wykorzystaniu następującej formuły:

$$\mu_r = \left(\frac{\mu}{\psi}\right) = \frac{C_{1\Sigma}}{Fr_{1\Sigma}} = \frac{\sqrt{C_{1T}^2 + C_{1L}^2}}{\sqrt{Fr_{1\varphi}^2 + Fr_{1x_1}^2}}, \tag{2.9.160}$$

gdzie $C_{1\Sigma}$ oraz $Fr_{1\Sigma}$ oznaczają wartości wypadkowej siły nośnej i siły tarcia.

2.10 Podsumowanie rozdz. 2

W niniejszym rozdziale przedstawiono podstawowe założenia rozpatrywanego modelu smarowania hydrodynamicznego łożyska stożkowego. Określono parametry opisujące geometrię stożkowego łożyska ślizgowego. Równania zasady zachowania pędu, ciągłości strugi i zachowania energii, a także równania Maxwella, zostały zapisane w układzie stożkowym, a po wprowadzeniu przyjętych wielkości bezwymiarowych, otrzymano bezwymiarową postać tych równań, w formie uproszczonej, uwzględniającej bardzo małą wysokość szczeliny smarnej (uproszczenia dla cienkiej

warstwy smarującej), przy czym wykazano, że zmiany ciśnienia hydrodynamicznego w kierunku wysokości szczeliny są pomijalne. Całkowanie równań doprowadziło do uzyskania funkcji (2.5.107), (2.5.118), (2.5.112) określających wartości składowych prędkości w trójwymiarowej szczelinie smarnej oraz zależności (2.7.142) opisującej wartości temperatury względem zmiennych φ, y_1, x_1. Wyprowadzone zostało bezwymiarowe zmodyfikowane równanie typu Reynoldsa (2.6.119). Uzyskane równanie jest zgodne z ich wymiarowymi odpowiednikami uzyskanymi przez innych autorów, przedstawionymi, między innymi, w pracach [127, 201]. Zaproponowano model zmian lepkości dynamicznej ferrooleju, określający jej zmiany w funkcji wartości temperatury, szybkości ścinania, ciśnienia i indukcji pola magnetycznego. Określono równania, za pomocą których oblicza się wartości składowych sił nośnych, sił tarcia oraz umownego współczynnika tarcia.

3 Metoda numeryczna

W niniejszym rozdziale omówiono schemat przeprowadzania symulacji oraz skonfrontowano otrzymywane wyniki obliczeń numerycznych, ze znanymi z literatury rozwiązaniami. Przedstawiono również porównania z wynikami uzyskanymi z wykorzystaniem oprogramowania CFD Flunet z platformy Ansys Workbench.

Program jak i obliczenia wykonano przy wykorzystaniu pakietu MATLAB firmy MathWorks.

3.1 Przyjęta metoda

W celu rozwiązania równania (2.6.119) i wyznaczenia bezwymiarowych wartości ciśnienia hydrodynamicznego w szczelinie smarnej, wykorzystano metodę *różnic skończonych* (MRS). Pochodne funkcji ciśnienia względem zmiennych φ i x_1 wewnątrz obszaru całkowania zastąpiono *ilorazami różnicowymi centralnymi*:

$$\frac{\partial p_1(\varphi, x_1)}{\partial \varphi} = \frac{p(\varphi + h, x_1) - p(\varphi - h, x_1)}{2\,h}, \tag{3.1.1}$$

$$\frac{\partial p_1(\varphi, x_1)}{\partial x_1} = \frac{p(\varphi, x_1 + k) - p(\varphi, x_1 - k)}{2\,k}, \tag{3.1.2}$$

gdzie h i k to długość kroku siatki obliczeniowej, odpowiednio w kierunku obwodowym i wzdłużnym. Pochodne funkcji ciśnienia na brzegu obszaru całkowania zastąpiono ilorazami różnicowymi *wstecznymi* i *progresywnymi*, tzn.

$$\frac{\partial p_1(\varphi, x_1)}{\partial \varphi} = \frac{p(\varphi, x_1) - p(\varphi - h, x_1)}{h}, \tag{3.1.3}$$

$$\frac{\partial p_1(\varphi, x_1)}{\partial \varphi} = \frac{p(\varphi + h, x_1) - p(\varphi, x_1)}{h}, \tag{3.1.4}$$

$$\frac{\partial p_1(\varphi, x_1)}{\partial x_1} = \frac{p(\varphi, x_1) - p(\varphi, x_1 - k)}{k}, \tag{3.1.5}$$

$$\frac{\partial p_1(\varphi, x_1)}{\partial x_1} = \frac{p(\varphi, x_1 + k) - p(\varphi, x_1)}{k}. \tag{3.1.6}$$

Drugie pochodne funkcji ciśnienia względem zmiennych φ i x_1 zastąpiono różnicami centralnymi:

$$\frac{\partial^2 p_1(\varphi, x_1)}{\partial \varphi^2} = \frac{p(\varphi + h, x_1) - 2\,p(\varphi, x_1) + p(\varphi - h, x_1)}{h^2}, \tag{3.1.7}$$

$$\frac{\partial^2 p_1(\varphi, x_1)}{\partial x_1^2} = \frac{p(\varphi, x_1 + k) - 2\,p(\varphi, x_1) + p(\varphi, x_1 - k)}{k^2}. \tag{3.1.8}$$

Uzyskano w ten sposób nieliniowy układ równań różnicowych składający się z $n \times m$ równań, gdzie n i m to ilość kroków siatki obliczeniowej, odpowiednio w kierunku obwodowym i wzdłużnym. Rozwiązanie tego układu równań i wyznaczenie poszukiwanych wartości ciśnienia polegało na zastosowaniu *metody Newtona* [86, 87, 158, 183, 190]. W metodzie tej, w każdym, i-tym kroku obliczeniowym wyznaczano korekty wartości ciśnienia $\delta p_1^{(i)}$ na podstawie zależności:

$$\delta p_1^{(i)} = -\frac{\mathcal{G}(p_1^{(i)})}{\mathcal{J}(p_1^{(i)})}, \tag{3.1.9}$$

gdzie $\mathcal{G}(p_1^{(i)})$ to nieliniowa funkcja ciśnienia, a właściwie jej wartości w i-tym kroku obliczeniowym. Funkcja ta wynika z równania typu Reynoldsa (2.6.119), zapisanego w formie:

$$\mathcal{G}(p) = 0, \tag{3.1.10}$$

natomiast $\mathcal{J}(p_1^{(i)})$ to wartości wyznacznika Jacobiego funkcji $\mathcal{G}(p)$ w i-tym kroku. Ciśnienie w kolejnym, $i + 1$ kroku obliczano jako:

$$p_1^{(i+1)} = p_1^{(i)} + \delta p_1^{(i)}, \tag{3.1.11}$$

Metoda Newtona jest metodą o zbieżności kwadratowej, jednak wtedy, gdy wartości w kroku poprzednim są odpowiednio blisko rozwiązania. Zbyt duża różnica między rozwiązaniami w kolejnych krokach iteracyjnych powoduje, że schemat obliczeniowy może stać się bardzo wolno zbieżny lub rozbieżny. Ważne jest więc, żeby w pierwszym kroku zainicjować obliczenia zadając *dość dobre* wstępne wartości poszukiwanych wielkości. W symulacjach uzyskano te wartości wstępne poprzez rozwiązanie opisywanego układu równań z pominięciem członów nieliniowych, ale z uwzględnieniem zmian lepkości ferrooleju na skutek oddziaływania zewnętrznym polem magnetycznym, wykorzystując funkcję (2.8.147). Na podstawie uzyskanych w ten sposób wartości obliczono trójwymiarowy rozkład szybkości ścinania w oleju smarnym, zgodnie z zależnością (2.8.148). Następnie obliczono korekty wartości lepkości w zależności od szybkości ścinania. W następnym kroku obliczono trójwymiarowy rozkład temperatury w szczelinie smarnej zgodnie z równaniem (2.7.142), w którym pominięto zmiany wartości namagnesowania ferrooleju, a wiec wpływ członu (2.4.97)

oraz skorygowano wartości lepkości oleju smarnego związane ze zmianami jego temperatury, posługując się równaniem (2.8.144). Następnie uwzględniono wpływ ciśnienia na wartości lepkości według relacji (2.8.147). Określone w ten sposób wartości lepkości wykorzystano w kolejnym kroku obliczeniowym w metodzie Newtona. Obliczenia trwały do momentu uzyskania zadanej dokładności (kontrolowano tempo zbieżności oraz wartość residuum). Następnie sprawdzano, czy rozwiązanie spełnia warunek Reynoldsa, tzn. czy na końcu filmu olejowego gradient ciśnienia jest równy zeru. Jeżeli rozwiązanie nie spełniało tego warunku, to zwiększano wartość φ_k, czyli zakładanego położenia końca filmu olejowego i powtarzano proces, aż do uzyskania warunku:

$$\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} = 0. \tag{3.1.12}$$

Wartość pochodnej na końcu filmu olejowego obliczano numerycznie trzypunktową pochodną wsteczną:

$$\left.\frac{\partial p_1}{\partial \varphi}\right|_{(\varphi_{n+1})} = \frac{p_1(\varphi_{n-1}) - 4\,p_1(\varphi_n) + p_1(\varphi_{n+1})}{2\,h}, \tag{3.1.13}$$

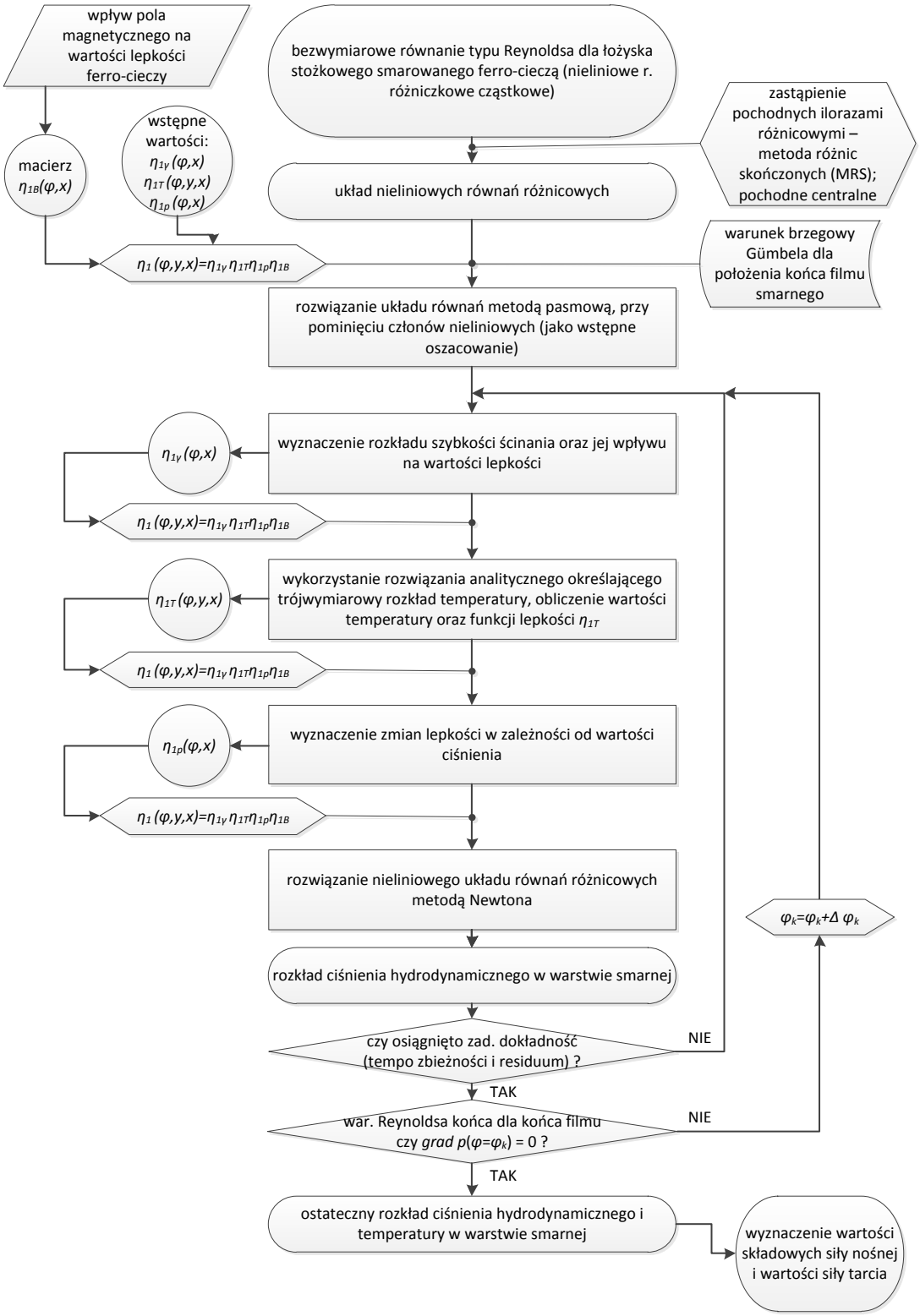
gdzie $(n+1)$ to indeks węzła w rozpatrywanej wartości φ końca filmu olejowego, natomiast h to długość kroku w kierunku kąta opasania. Warunkiem kończącym pętlę rozciągającą siatkę obliczeniową w kierunku kąta opasania były wartości z zakresu 10^{-5} - 10^{-8}, w zależności od rozpatrywanego łożyska.

Po osiągnięciu zadanej dokładności, wyznaczone rozkłady ciśnienia hydrodynamicznego wykorzystano do obliczenia wartości poprzecznej i podłużnej siły nośnej oraz sił tarcia generowanych w szczelinie smarnej.

Schemat, według którego przeprowadzono symulacje, przedstawiono na Rys. 3.1.

W rozwiązywanym numerycznie równaniu typu Reynoldsa (2.6.119), w równaniu (2.5.112) określającym bezwymiarową składową wzdłużną wektora prędkości oraz w równaniu (2.7.142) na rozkład bezwymiarowej temperatury, występują człony nielinowe, przemnożone przez składnik $Re\,\psi$. W celu uwzględnienia wpływu zjawisk nielinowych w badanych łożyskach, w większości obliczeń przyjęto, że $\psi = 10^{-3}$, natomiast zakładając względnie duże wartości prędkości obrotowej $n = 5000\,[\mathrm{obr/min}]$ oraz promienia czopa $R_0 = 25\,[\mathrm{mm}]$, a także $\varrho_0 = 950\,[\mathrm{kg/m^3}]$ i $\eta_0 = 0,263\,[\mathrm{Pas}]$, uzyskiwano

$$\mathrm{Re} = \frac{\varepsilon_s\,U_0\,\varrho_0}{\eta_0} = \frac{\psi\,R_0^2\,n\,\pi}{30\,\eta_0} \approx 12.$$



Rys. 3.1. Schemat obliczeniowy

3.2 Wartości współczynników w modelach lepkości ferrocieczy

W obliczeniach założono, że cieczą smarną w rozpatrywanym łożysku stożkowym jest ferroolej o 2% objętościowym stężeniu cząstek magnetycznych [27, 46, 48, 49, 53, 126], dla którego przyjęto następujące znane z literatury parametry (dla temperatury odniesienia $T_0 = 363\,[\mathrm{K}]$):

- gęstość $\varrho_0 = 950\,[\mathrm{kg/m^3}]$,
- przewodność cieplna $\kappa_0 = 0,15\,[\mathrm{W/m\,K}]$,
- stała wartość współczynnika podatności magnetycznej $\chi = 0,06$,
- lepkość dynamiczna $\eta_0 = 0,0263\,[\mathrm{Pa\,s}]$.

W celu modelowania zmian wartości lepkości ferrooleju w szczelinie smarnej, krzywe funkcyjne określone zależnościami (2.8.144), (2.8.146), (2.8.147) i (2.8.148) dopasowano[1] do wyników doświadczalnych przedstawionych w pracach[2] [23, 26, 27, 53]. Założono, że środkiem smarnym w stożkowym łożysku ślizgowym, jest ferroolej o 2% stężeniu objętościowym cząstek ferromagnetycznych, przez co uzyskano następujące wartości poszukiwanych parametrów:

- $Q_{Br} = 3,4224\,[1]$,
- $\delta_{B_1} = 1,9943\,[1/\mathrm{T}]$,
- $Q_p = 2,7097\,[1/\mathrm{Pa}]$,
- $\eta_{1_0} = 2,71\,[1]$, $\eta_{1_{inf}} = 0,018, k_{\dot\gamma} = 0,7129\,[\mathrm{s}]$, $n_{\dot\gamma} = 0,1064\,[1]$,

dla przyjętych wartości odniesienia: $T_0 = 363\,[\mathrm{K}]$, $\eta_0 = 0,0265\,[\mathrm{Pas}]$, $B_0 = 0,2\,[\mathrm{T}]$.

3.3 Zbieżność schematu obliczeniowego

Przerwanie pętli obliczeniowej następowało po osiągnięciu zadanej dokładności. Badano tempo zbieżności T_{zb} i residuum R_{es} [117, 136, 172, 188], które były określone w następujący sposób:

$$T_{zb} = \frac{||\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i||}{||\mathbf{p}_{i+1}||} = \frac{\sqrt{\dfrac{1}{n \cdot m} \sum\limits_i (p_{i+1} - p_i)^2}}{\sqrt{\dfrac{1}{n \cdot m} \sum\limits_i p_{i+1}^2}}, \tag{3.3.14}$$

[1] Wykorzystano procedurę *lsqcurvefit* z pakietu Matlab firmy MathWorks.

[2] Dzięki życzliwości autorów oraz współautorów niniejszych prac.

$$R_{es} = \frac{||\mathcal{G}(\mathbf{p}_{i+1})||}{||\mathcal{G}(\mathbf{p}_{i=0})||} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n \cdot m} \sum_i \left(\mathcal{G}(p_{i+1})\right)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n \cdot m} \sum_i \left(\mathcal{G}(p_{i=0})\right)^2}}, \tag{3.3.15}$$

gdzie $\mathbf{p}_i$ oznacza wektor wartości ciśnienia w i-tym kroku obliczeniowym, natomiast $\mathcal{G}(p)$ oznacza nieliniową funkcję wartości ciśnienia, wynikającą z nieliniowego równanie typu Reynoldsa (2.6.119), zapisanego w postaci:

$$\mathcal{G}(p) = 0. \tag{3.3.16}$$

Obliczenia przerywano po osiągnięciu obydwu następujących warunków:

$$T_{zb} < 10^{-6}, \tag{3.3.17}$$

$$R_{es} < 10^{-6}, \tag{3.3.18}$$

przy czym warunek dla T_{zb} był osiągany przy znacznie mniejszej liczbie iteracji, niż warunek dla R_{es}.

3.4 Wpływ gęstości siatki obliczeniowej na otrzymywane wyniki

Gęstość dwuwymiarowej siatki obliczeniowej, w której węzłach wyznaczano wartości bezwymiarowych ciśnień, miała istotny wpływ na jakość otrzymywanych wyników oraz na czas trwania obliczeń. Przeprowadzone symulacje wykazały, że dla większości rozpatrywanych łożysk już przy siatce o liczbie równomiernie rozmieszonych węzłów rzędu 25×25 uzyskiwano zadowalające rezultaty, a jej dalsze zagęszczanie nie przynosiło istotnych zmian obliczanych wartości sił nośnych i tarcia. Przypadki, w których program potrzebował najwięcej czasu i wykonał najwięcej iteracji do uzyskania zadanej dokładności wyników, dotyczyły łożysk względnie długich o skrajnych wartościach mimośrodowości względnej i przy największych wartościach indukcji oddziałującego pola magnetycznego (rozpatrywane maksymalne wartości mimośrodowości względnej wynosiły $\lambda = 0,9$), dla których ilość iteracji była liczona w setkach, a czas obliczeń w godzinach. Przedstawione w pracy wyniki uzyskano dla siatki o wymiarach 51×51. Program wykonywał w każdej iteracji procedurę odwracania macierzy o wymiarach $(51 \times 51) \times (51 \times 51)$.

3.5 Wpływ ilości przedziałów całkowania na otrzymywane wyniki

Przedstawiony w pracy model i wykonany program pozwoliły uniknąć poszukiwania wartości temperatury i szybkości ścinania w ferrocieczy metodami numerycznymi, gdyż wyliczenie tych wartości polegało na wykorzystaniu analitycznych rozwiązań (2.7.142) oraz (2.5.107) i (2.5.112) wraz z (2.8.149). Jako, że model zakładał uwzględnienie zmian temperatury i szybkości ścinania również w kierunku wysokości szczeliny smarnej, konieczne było jej podzielenie na $o-1$ części i obliczenie poszukiwanych wartości, których w każdym węźle i, j było o. W każdej iteracji wyznaczano więc wartości trójwymiarowego tensora szybkości ścinania o wymiarach $n \times m \times o$, natomiast obliczenie wartości temperatur w każdym węźle wymagało obliczenia w każdym z nich całek numerycznych z równania (2.7.142). Obliczenia wykazały, że już przy podziale szczeliny smarnej na $5-7$ części uzyskuje się dobre rezultaty. Autor przyjął do obliczeń wartość $o = 11$, gdyż dalsze zwiększanie tej liczby nie przynosiło istotnych zmian wartości poszukiwanych wielkości, a znacznie wydłużało czas obliczeń. W każdej iteracji obliczano więc trójwskaźnikowe macierze, zawierające wartości szybkości ścinania i temperatury o $51 \times 51 \times 11$ elementach.

3.6 Porównanie otrzymywanych wyników z rozwiązaniem analitycznym dla łożyska walcowego *nieskończenie długiego*

W celu zweryfikowania otrzymywanych wyników, porównano je z wartościami uzyskanymi na podstawie wykorzystania rozwiązania analitycznego równania Reynoldsa dla szczególnego przypadku teoretycznego, a mianowicie dla łożyska walcowego o nieskończonej długości, dla którego bezwymiarowe wartości ciśnienia hydrodynamcznego p_{1a_L} można obliczyć wykorzystując funkcję o następującej postaci [67, 71, 125]:

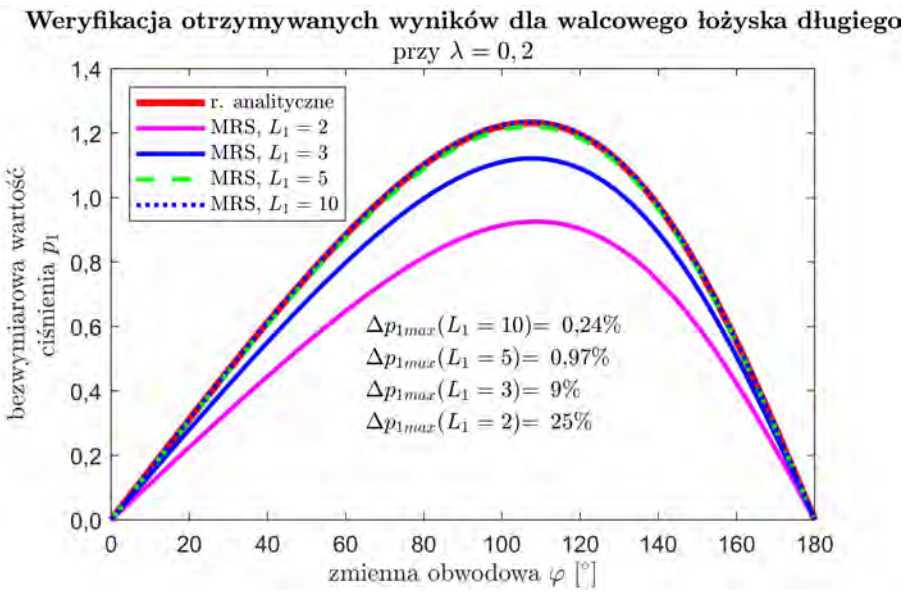
$$p_{1a_L} = \frac{6\lambda\,(2 + \lambda\,\cos\varphi)\,\sin\varphi}{(\lambda^2 + 2)\cdot(1 + \lambda\,\cos\varphi)^2}. \tag{3.6.19}$$

Zależność ta jest słuszna dla warunku Gümbela[3] końca filmu olejowego [71]:

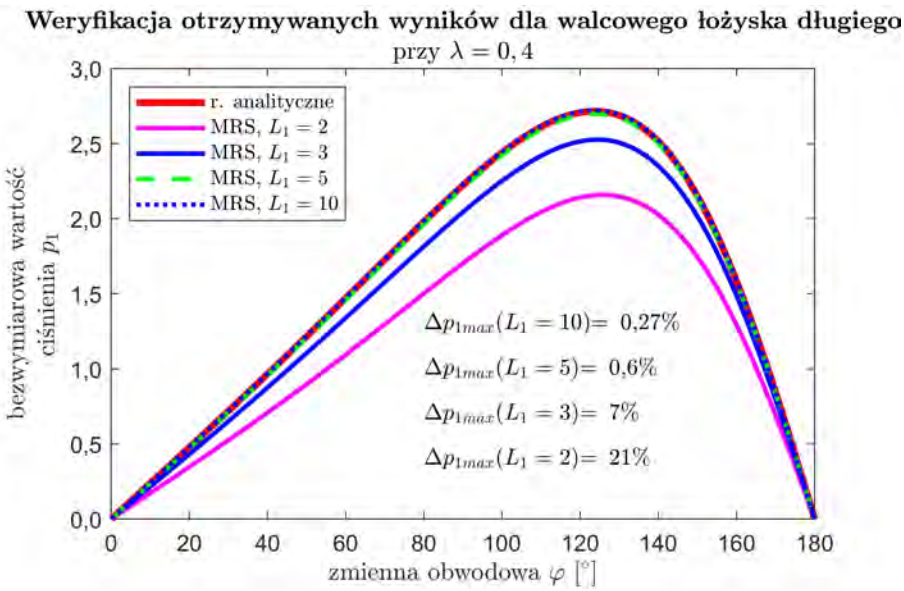
$$p_1(\varphi_k = 180^\circ) = 0. \tag{3.6.20}$$

[3]Nazywanego również warunkiem *pół-Sommerfelda* [71].

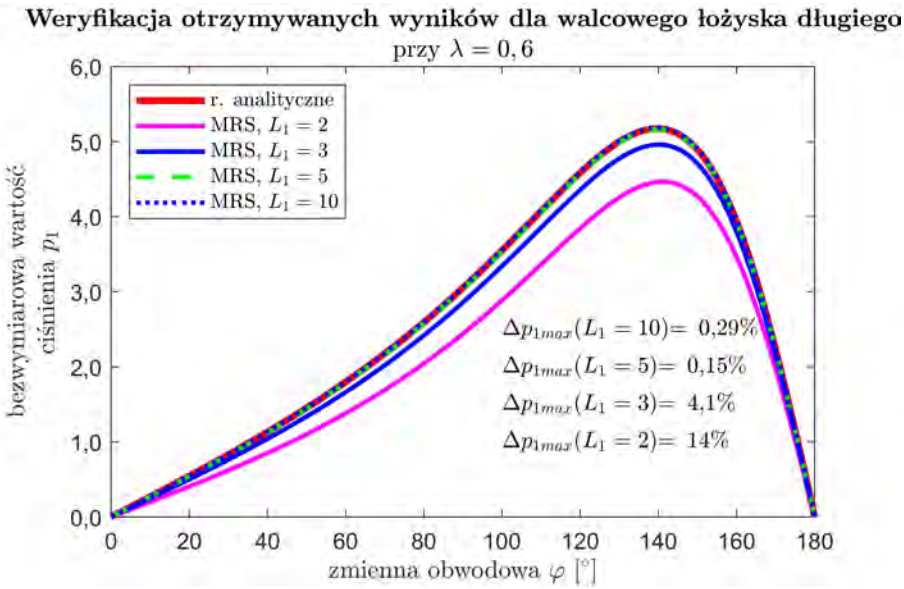
Na Rys. 3.2 przedstawiono porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego w przekroju poprzecznym łożyska walcowego o mimośrodowości względnej $\lambda = 0,2$, przy czym dla rozkładu uzyskanego na podstawie przeprowadzonych obliczeń, rozkład jest przedstawiony w punkcie występowania maksymalnej wartości ciśnienia $p_{1_{max}}$ w szczelinie smarnej. Na Rys. 3.3 w podobny sposób pokazane są wyniki dla łożyska o mimośrodowości względnej $\lambda = 0,4$, natomiast Rys. 3.4 i Rys. 3.5 przedstawiają porównanie rozkładów ciśnienia dla łożysk o mimośrodowościach $\lambda = 0,6$ i $\lambda = 0,8$. Wykresy zawierają również obliczone względne różnice $\Delta p_{1_{max}}$ pomiędzy wyznaczonymi bezwymiarowymi wartościami ciśnienia. Funkcja (3.6.19) opisuje zmiany wartości ciśnienia względem zmiennej φ, a dla konkretnej wartości tego kąta daje stałą wartość ciśnienia, niezależną od składowej wzdłużnej x_1, dlatego daremne jest porównywanie rozkładów ciśnienia w przekroju podłużnym, wyznaczonym przez płaszczyznę przechodzącą przez oś obrotu czopa i punkt maksymalnego ciśnienia $p_{1_{max}}$.



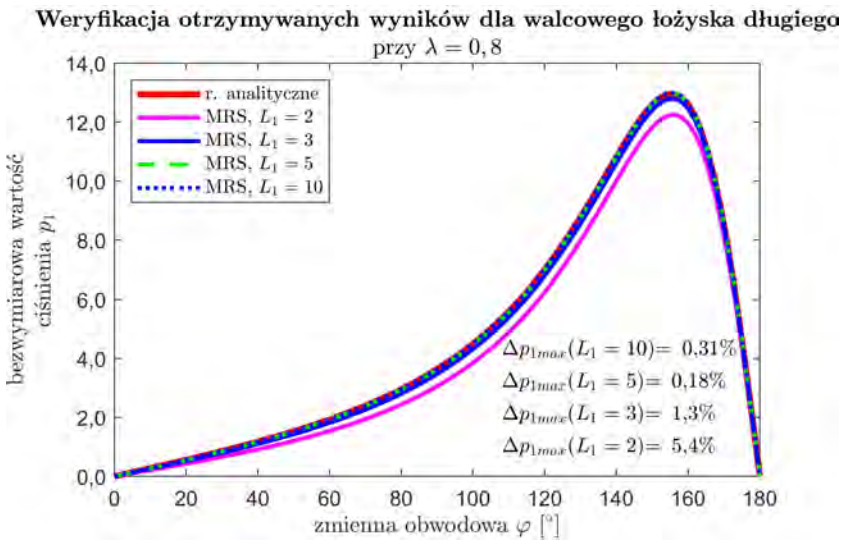
Rys. 3.2. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *nieskończenie długiego* - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,2$



Rys. 3.3. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *nieskończenie długiego* - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,4$



Rys. 3.4. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *nieskończenie długiego* - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,6$



Rys. 3.5. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *nieskończenie długiego* - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,8$

Przedstawione porównania rozkładów pokazują, że już dla łożysk o bezwymiarowej długości $L_1 = 5$ wyniki różnią się od siebie niewiele a względne różnice w wartościach $p_{1_{max}}$ są mniejsze od 1 %. Wykorzystany program daje więc poprawne wyniki dla najprostszego przypadku hydrodynamicznego smarowania olejem o stałej lepkości, łożyska walcowego o dużej długości.

3.7 Porównanie otrzymywanych wyników z rozwiązaniem analitycznym dla *krótkiego* łożyska walcowego

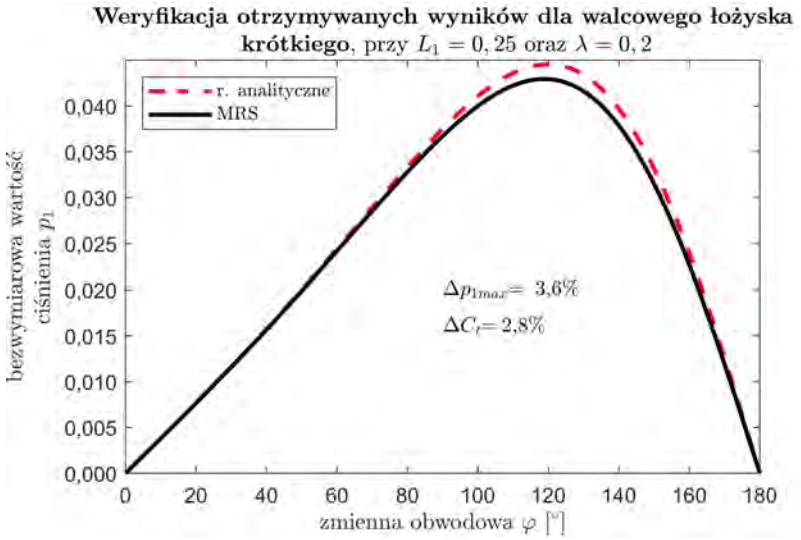
Znane jest przybliżone rozwiązanie równania Reynoldsa dla walcowych łożysk ślizgowych o bardzo małej bezwymiarowej długości [71, 126, 137], stąd bezwymiarowe wartości ciśnienia p_{1a_K} można obliczyć w natępujący sposób:

$$p_{1a_K} = 3\, L_1^2\, \lambda \left(1 - x_1^2\right) \frac{\sin\varphi}{\left(1 + \lambda\cos\varphi\right)^3}. \tag{3.7.21}$$

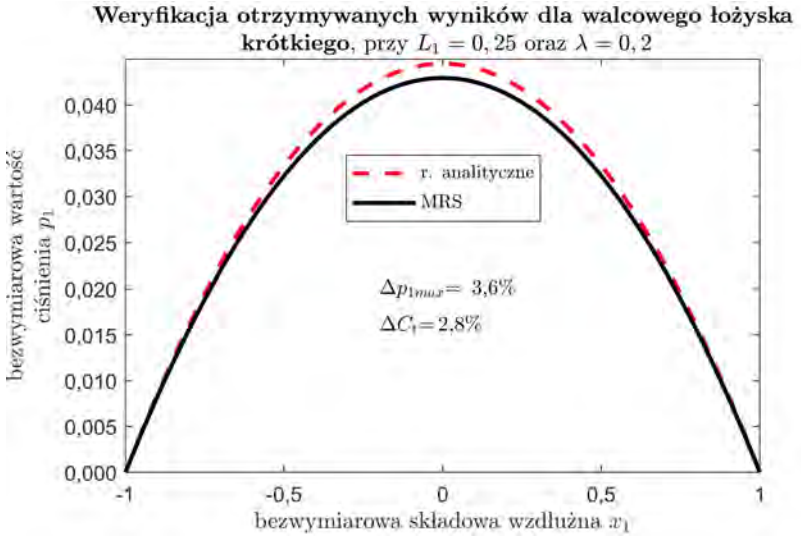
Zależność jest słuszna, gdy przyjęty zostanie warunek (3.6.20) końca filmu olejowego w szczelinie smarnej.

Na Rys. 3.6, 3.8, 3.10 i 3.12 przedstawiono porównanie rozkładów ciśnienia w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego ciśnienia $p_{1_{max}}$,

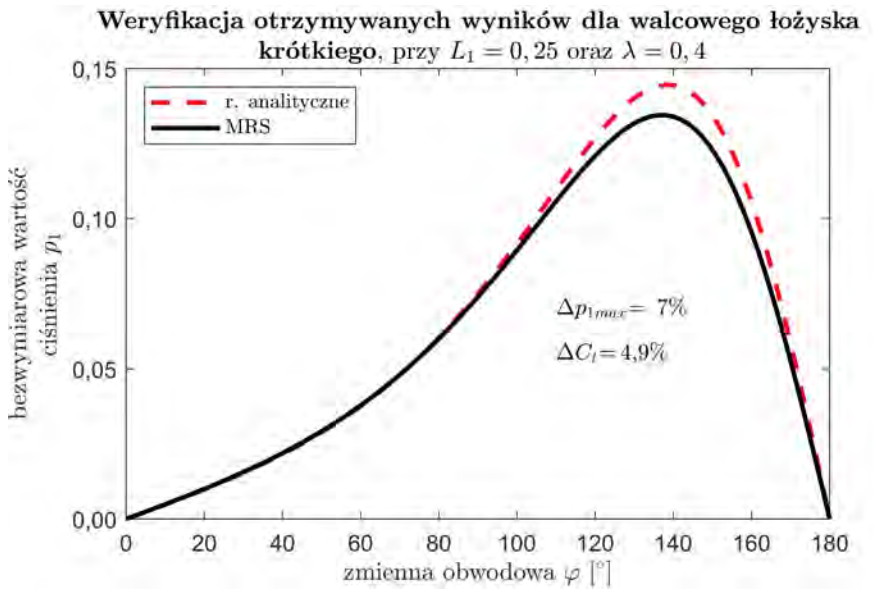
dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$, natomiast odpowiednie rozkłady w przekrojach wzdłużnych przedstawiono na Rys. 3.7, 3.9, 3.13 oraz 3.13.



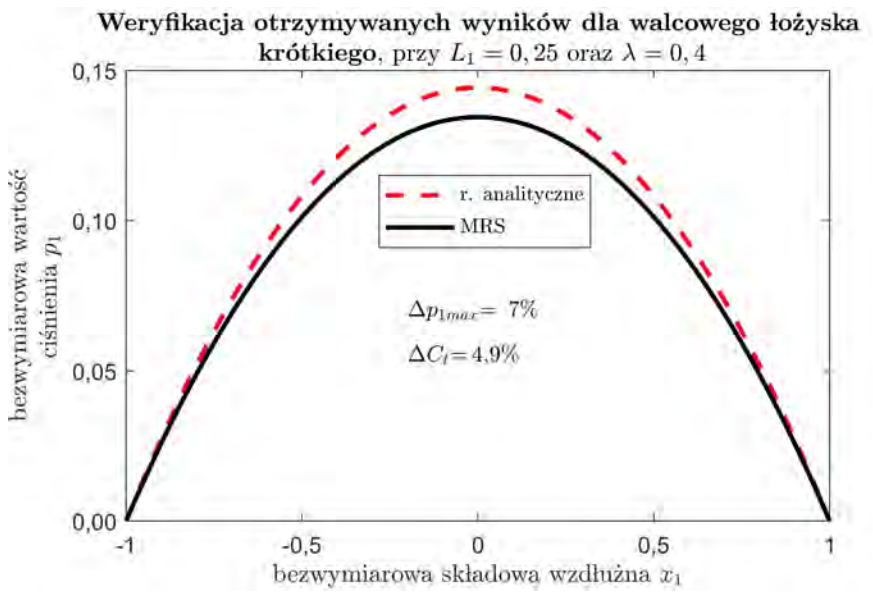
Rys. 3.6. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,25$ - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,2$



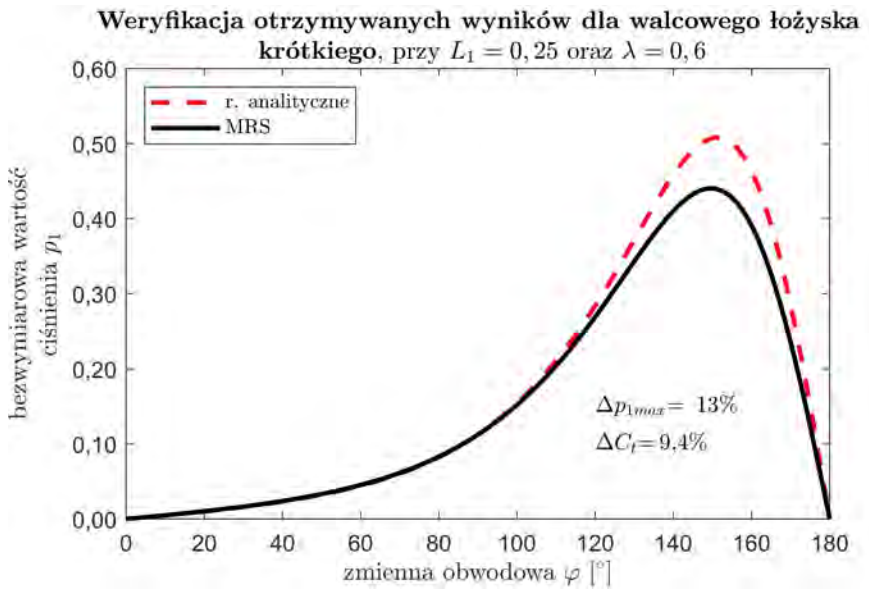
Rys. 3.7. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,25$ - przekrój podłużny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,2$



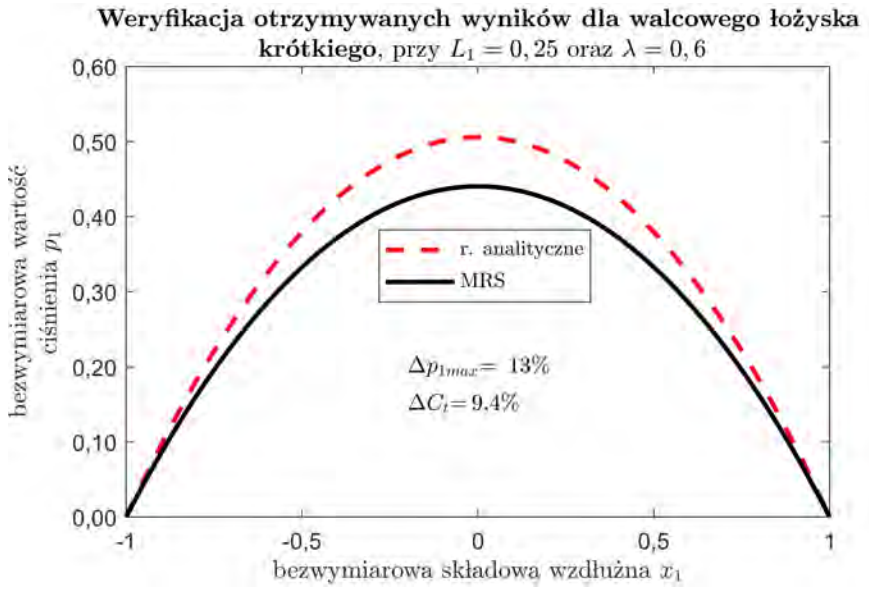
Rys. 3.8. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,25$ - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,4$



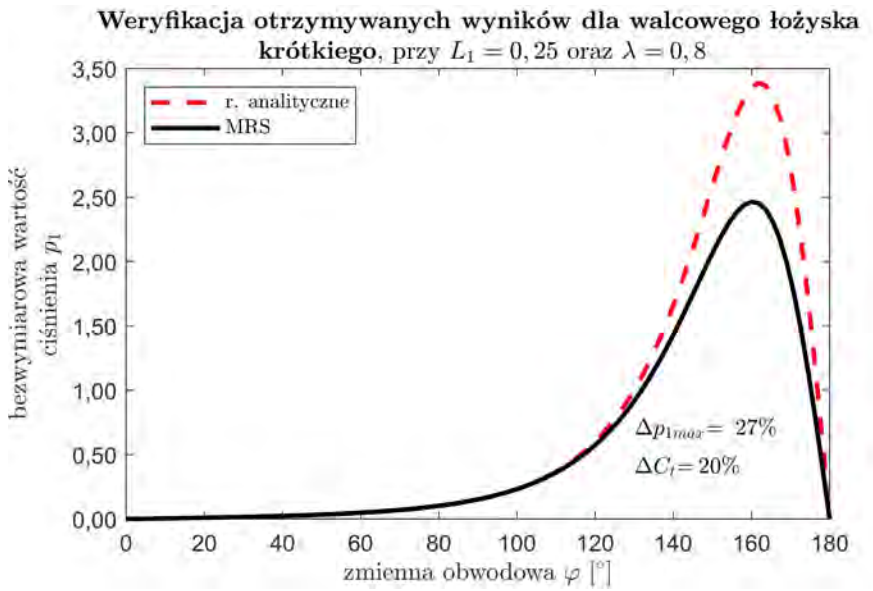
Rys. 3.9. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,25$ - przekrój podłużny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,4$



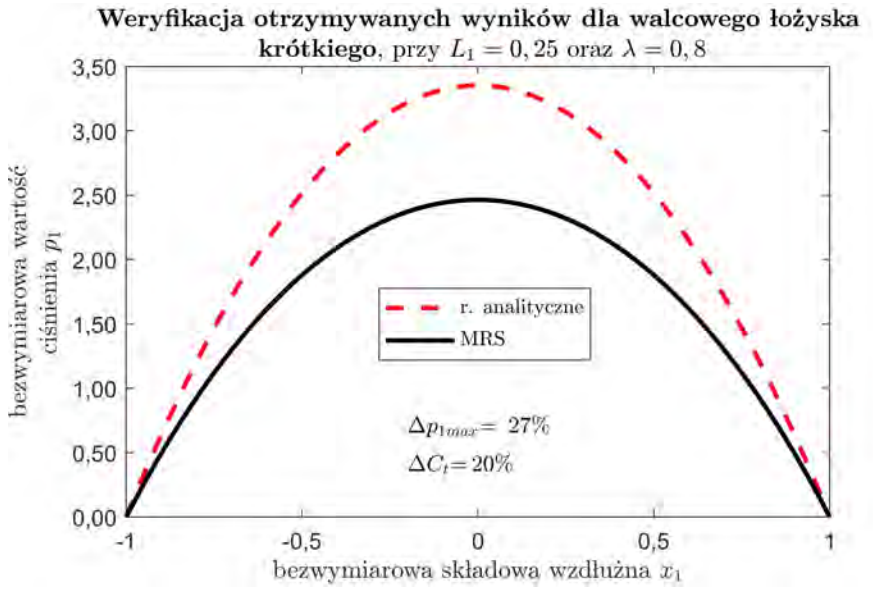
Rys. 3.10. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,25$ - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,6$



Rys. 3.11. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,25$ - przekrój podłużny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,6$

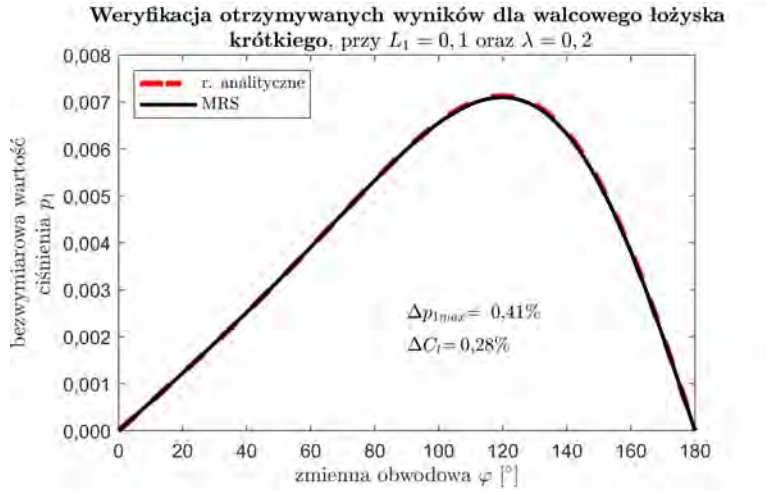


Rys. 3.12. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,25$ - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, $\lambda = 0,8$

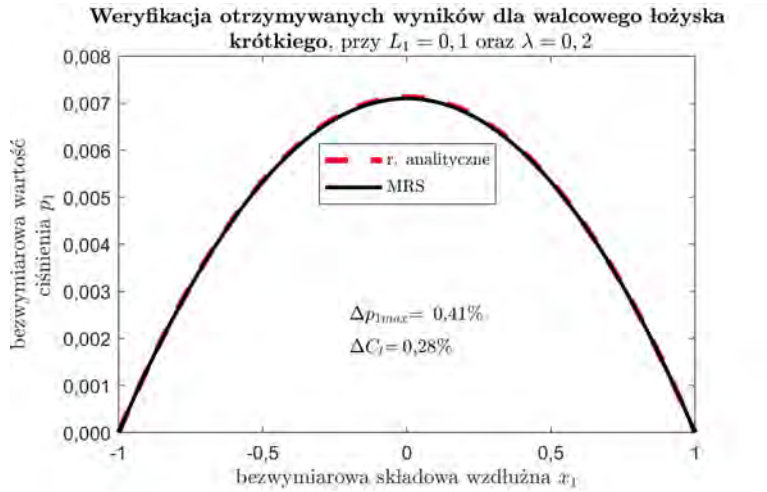


Rys. 3.13. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,25$ - przekrój podłużny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, $\lambda = 0,8$

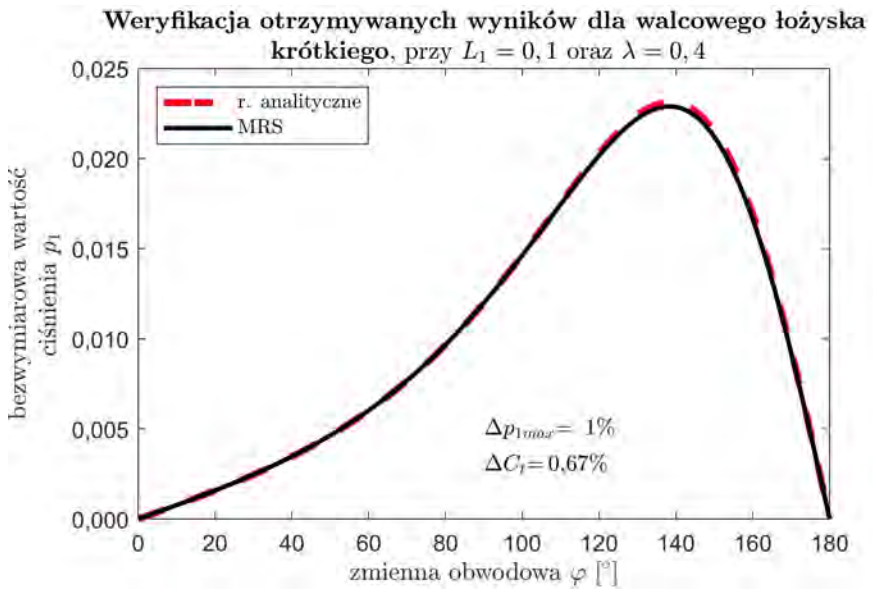
Zauważalne różnice w otrzymywanych wartościach ciśnień, jak i obliczonej wartości siły nośnej C_T, sięgają 27 % przy mimośrodowości $\lambda = 0,8$. Znaczne zmniejszenie tych różnic następuje, gdy rozważa się jeszcze krótsze łożysko, o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,1$. Porównanie wyników dla tego łożyska przedstawiono na Rys. 3.14, 3.16, 3.18, 3.20, na których zawarto rozkłady ciśnienia w przekroju poprzecznym, natomiast na Rys. 3.15, 3.17, 3.19, 3.21 odpowiadające im rozkłady ciśnienia w przekrojach podłużnych.



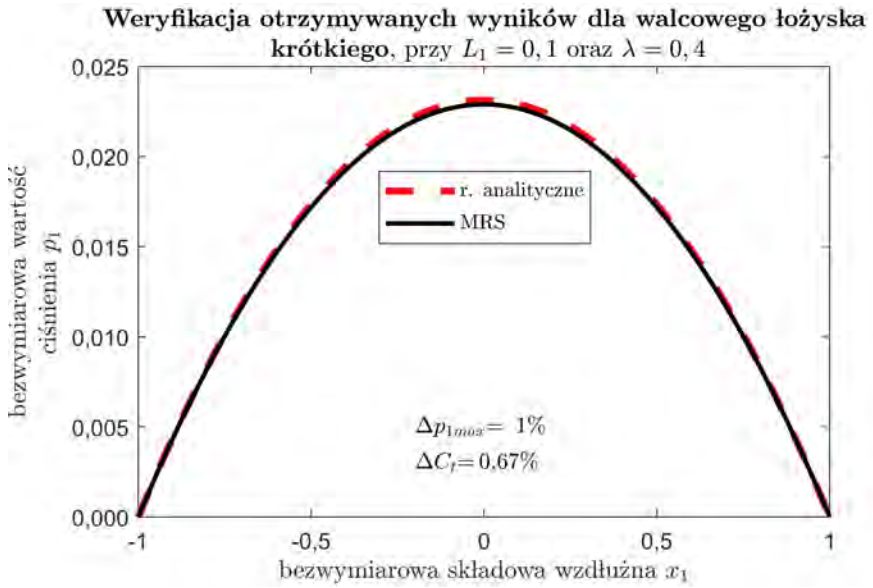
Rys. 3.14. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,1$ - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy $\lambda = 0,2$



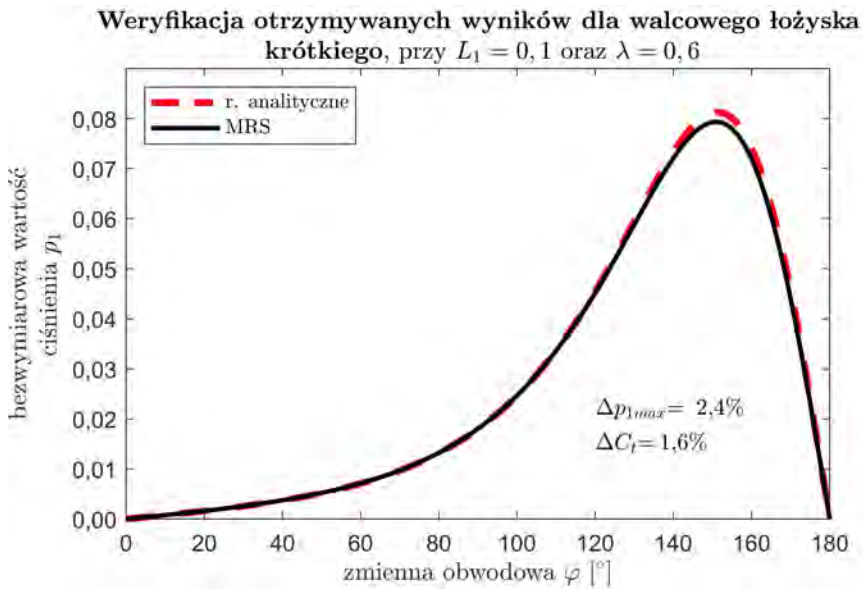
Rys. 3.15. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,1$ - przekrój podłużny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy $\lambda = 0,2$



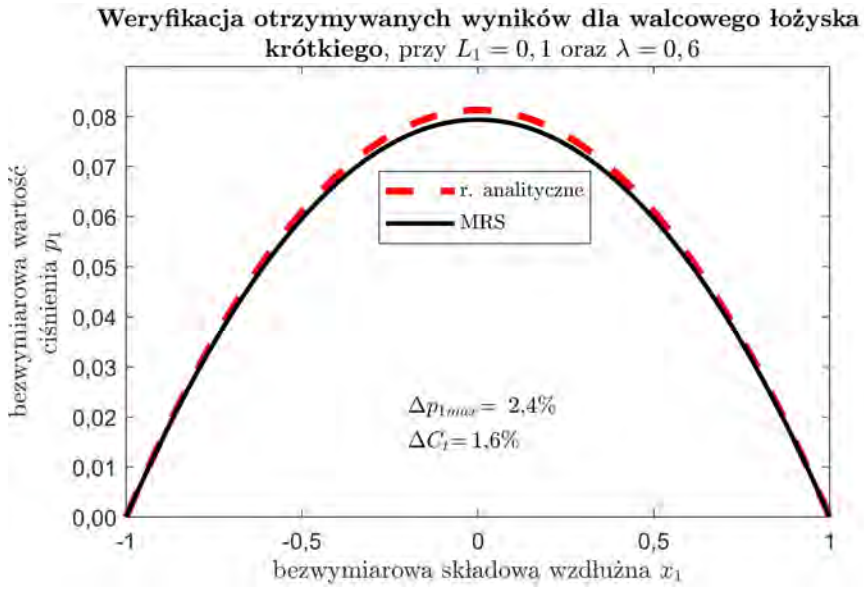
Rys. 3.16. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,1$ - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,4$



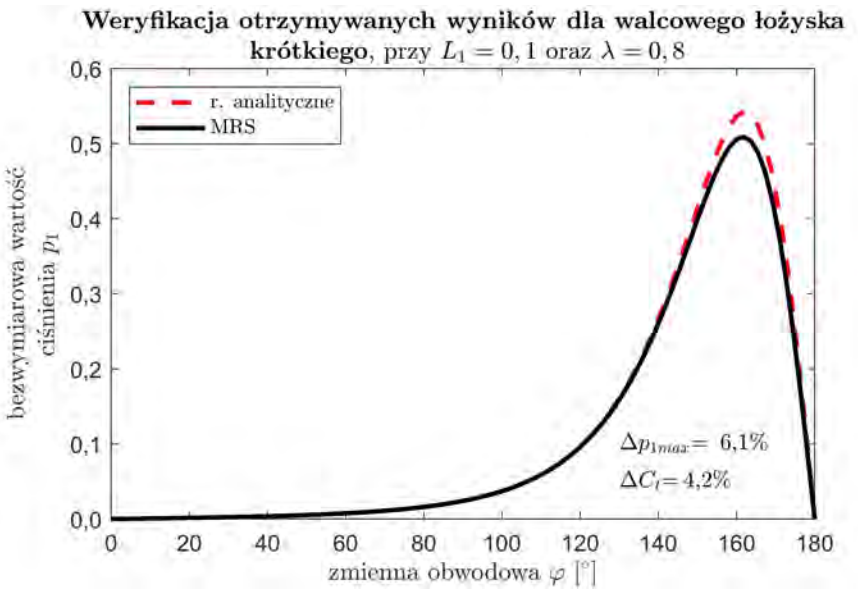
Rys. 3.17. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,1$ - przekrój podłużny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,4$



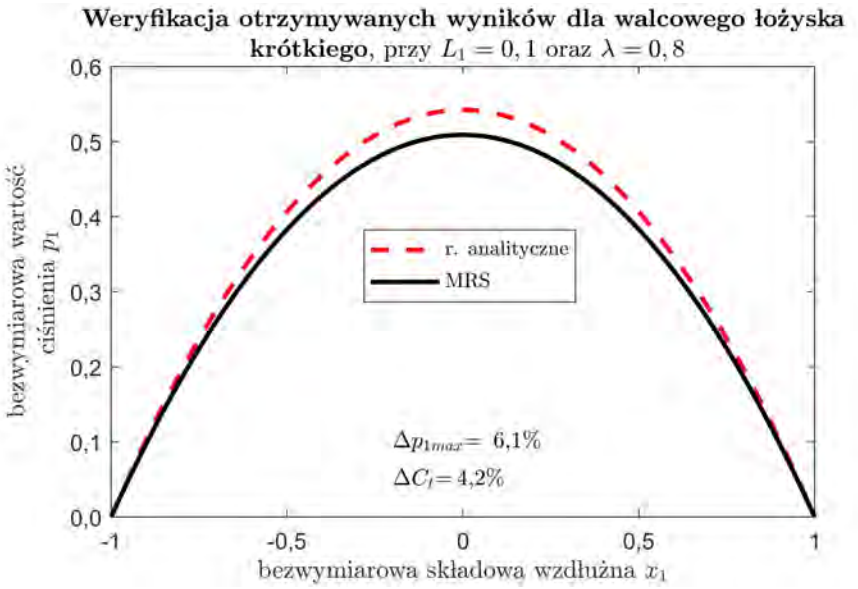
Rys. 3.18. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,1$ - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,6$



Rys. 3.19. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,1$ - przekrój podłużny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,6$



Rys. 3.20. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,1$ - przekrój poprzeczny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,8$



Rys. 3.21. Porównanie obliczanych numerycznie wartości do wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania analitycznego dla łożyska *krótkiego*, dla $L_1 = 0,1$ - przekrój podłużny rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w miejscu występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{1max}, przy założonej mimośrodowości względnej $\lambda = 0,8$

Wykorzystane w symulacjach oprogramowanie daje poprawne wyniki, przy symulowaniu pracy łożysk walcowych o bardzo małej długości, smarowanych olejem o stałej lepkości.

3.8 Porównanie wyników z wartościami otrzymanymi przy wykorzystaniu środowiska Ansys Workbench i pakietu Fluent

W podrozdziale tym przedstawiono porównanie otrzymywanych wyników w obliczeniach numerycznych wykonanych własnym programem, z wartościami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent ze środowiska Ansys Workbench, które wykorzystuje *metodę objętości skończonych* do wyznaczania wartości ciśnienia, prędkości przepływu i wartości temperatur. Dokonano porównania rozkładów ciśnienia, maksymalnych p_{max} [Pa] i średnich p_{sr} [Pa] bezwymiarowych wartości ciśnienia, wartości wypadkowej siły nośnej $C_{\sum}$ [N], średniej wartości temperatury T_{sr} [K] oraz współrzędnych $\varphi_{p_{1max}}$ [°] i $x_{1p_{1max}}$ określających położenie maksymalnej wartości ciśnienia w szczelinie smarnej.

Wykorzystane komercyjne oprogramowanie, w swojej podstawowej formie (bez implementacji własnych funkcji), daje możliwość uwzględnienia zmian lepkości w funkcji temperatury i szybkości ścinania. W przedstawionym tutaj porównaniu pominięto wpływy ciśnienia i wartości indukcji pola magnetycznego na wartości lepkości. W oprogramowaniu Fluent modelowanie zmian lepkości polegało na zastosowaniu zależności [U3]:

$$\eta = \eta(\dot{\gamma})\, H(T), \tag{3.8.22}$$

gdzie $\eta(\dot{\gamma})$ określa zmiany lepkości w funkcji szybkości ścinania, natomiast $H(T)$ to bezwymiarowa wartość uwzględniająca wpływ temperatury na lepkość płynu. W symulacjach zastosowano model Crossa w postaci wymiarowej [U3]:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_{0\dot{\gamma}}}{1 + (k_c\,\dot{\gamma})^{1-n_c}}. \tag{3.8.23}$$

Dopasowując powyższą zależność do danych doświadczalnych uzyskanych dla ferrooleju o 2 % stężeniu cząstek magnetycznych, uzyskano następujące wartości współczynników: $k_c = 0,713$ [s] oraz $n_c = 0,894$. Wartość $\eta_{0\dot{\gamma}}$ to wartość lepkości dla bardzo małych szybkości ścinania $\dot{\gamma} \to 0$, która dla ferroocieczy o 2 % stężeniu cząstek magnetycznych wynosi $\eta_{0\dot{\gamma}} = 72$ [mPas].

Funkcja $H(T)$ jest określona prawem Arrheniusa [U3]:

$$H(T) = \exp\left[\alpha_c\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_\alpha}\right)\right], \tag{3.8.24}$$

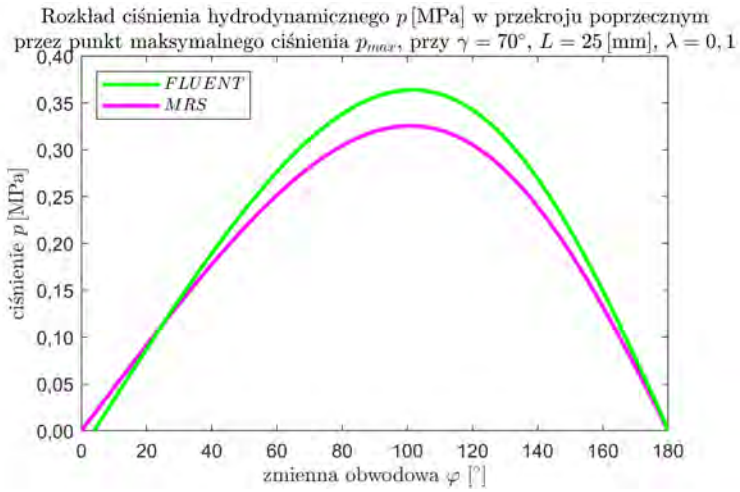
gdzie α_c to stosunek energii aktywacji do wartości *uniwersalnej stałej gazowej*, natomiast T_α to temperatura odniesienia, dla której $H(T) = 1$. Dopasowując powyższy model do wyników doświadczalnych dla ferrooleju o 2 % stężeniu cząstek magnetycznych, otrzymano $\alpha_c = 7000\,[\mathrm{K}]$.

Obliczenia przeprowadzono adaptując warunek (3.6.20), gdyż wykorzystane komercyjne oprogramowanie CFD Fluent jest zaprojektowane do prowadzenia symulacji w ogólnym rozumieniu zjawisk przepływowych, a nie samych łożysk ślizgowych. Proces wykonywania takich obliczeń wymaga przeprowadzenia pre-processingu, podczas którego określa się badaną domenę poprzez zaprojektowanie rozważanego obszaru w programie graficznym, po czym tworzy się siatkę obliczeniową. Po przekazaniu danych siatki do tzw. *solvera* i uzyskaniu poszukiwanych wartości, wyniki przekazywane są do kolejnego etapu, nazywanego post-processingiem. Wyznaczenie położenia końca filmu olejowego zgodnie z warunkiem (2.3.48) wymagałoby, aby po każdorazowym uzyskaniu wyników, powrócić do pre-processingu, w celu zaprojektowania nowej domeny, w której brzeg obszaru przesunąłby się o kolejną zadaną wartość $\Delta\varphi_k\,[^\circ]$, aż do spełnienia warunku (2.3.48).

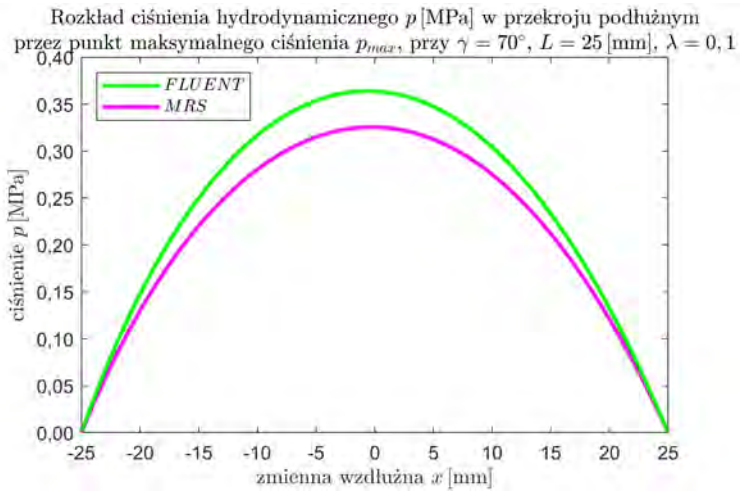
Trójwymiarową szczelinę modelowaną w środowisku Ansys Workbench, podzielono na dziesięć warstw. Utworzone siatki obliczeniowe zawierały od 450 do 650 tys. węzłów obliczeniowych. Przyjęta w obliczeniach temperatura odniesienia wynosiła $T_0 = 393,0\,[\mathrm{K}]$. Założono, że wartość strumienia ciepła na powierzchni czopa wynosiła $q = 0\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}}\right]$. Nadciśnienie na brzegach szczeliny smarnej było równe $0\,[\mathrm{Pa}]$. Problem stanowiło określenie wartości temperatury na powierzchni panewki. Zastosowano pewne uproszczenie służące możliwości porównania wyników otrzymywanych obiema metodami. Polegało ono na wyznaczeniu rozkładu temperatury własnym programem, po czym obliczano średnią temperaturę na powierzchni panewki, następnie podstawiając tę wartość jako warunek brzegowy w oprogramowaniu Fluent. W symulacjach wykorzystano metodę SIMPLE. Poniżej przedstawiono porównanie otrzymanych wyników.

Na Rys. 3.22 przedstawiono rozkład ciśnienia hydrodynamicznego w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnej wartości ciśnienia p_{max} w szczelinie smarnej łożyska o kącie $\gamma = 70^\circ$, długości (mierzonej wzdłuż powierzchni czopa) $L = 25\,[\mathrm{mm}]$ i o promieniu (w połowie długości) $R_0 = 25\,[\mathrm{mm}]$, co daje bezwymiarową długość łożyska $L_1 = 1$, gdy mimośrodowość względna $\lambda = 0,1$, natomiast na Rys. 3.23 pokazano rozkład ciśnienia w przekroju podłużnym przez punkt p_{max}.

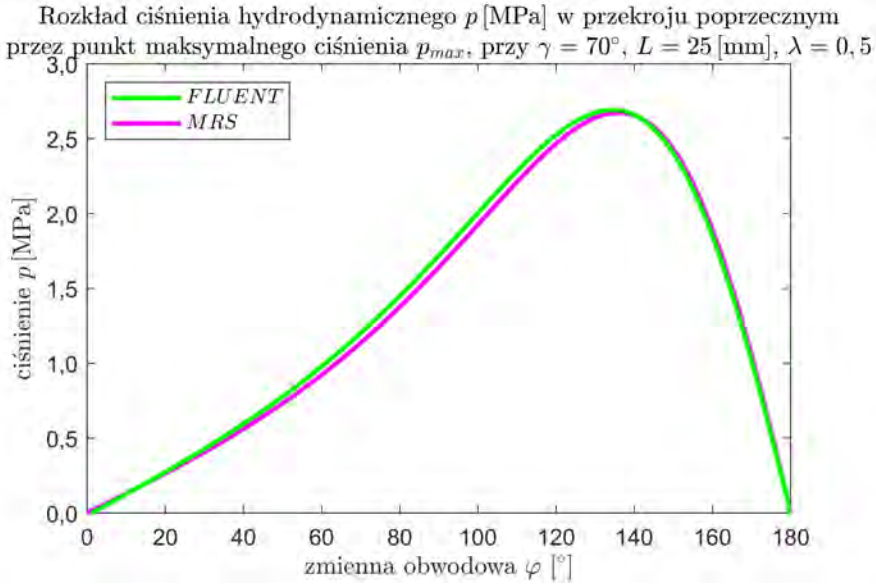
Wyniki otrzymane przy wykorzystaniu oprogramowania Ansys Fluent oznaczono w legendzie jako $FLUENT$, natomiast wartości uzyskane na podstawie metody różnic skończonych i własnych procedur obliczeniowych opisano jako MRS. Rys. 3.24 i 3.25 w taki sam sposób przedstawiają rozkłady ciśnienia dla tego łożyska, gdy mimośrodowość względna $\lambda = 0,5$, natomiast dla łożyska o $\lambda = 0,9$, poprzeczny i podłużny rozkład ciśnienia przedstawiono, odpowiednio na Rys. 3.26 oraz 3.27.



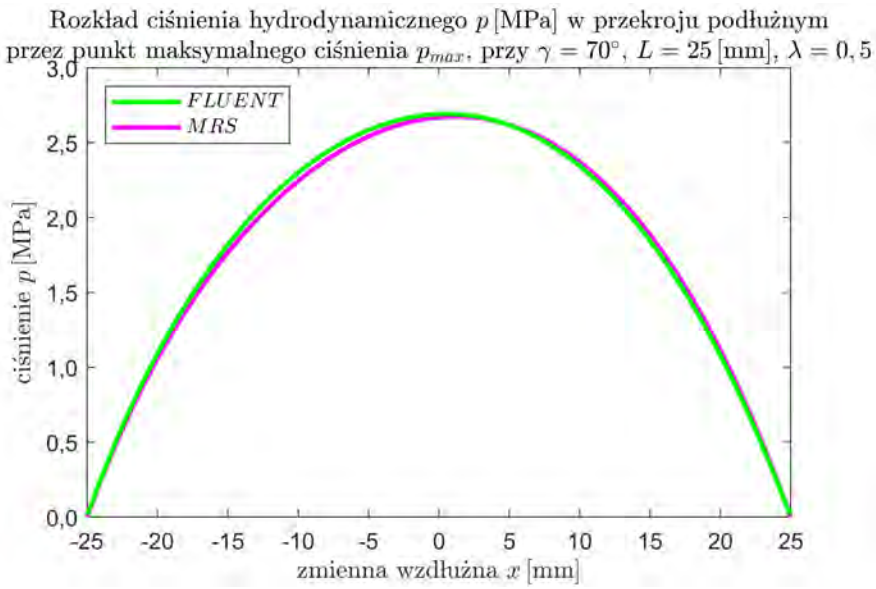
Rys. 3.22. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, przy $\gamma = 70°$, $L = R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,1$



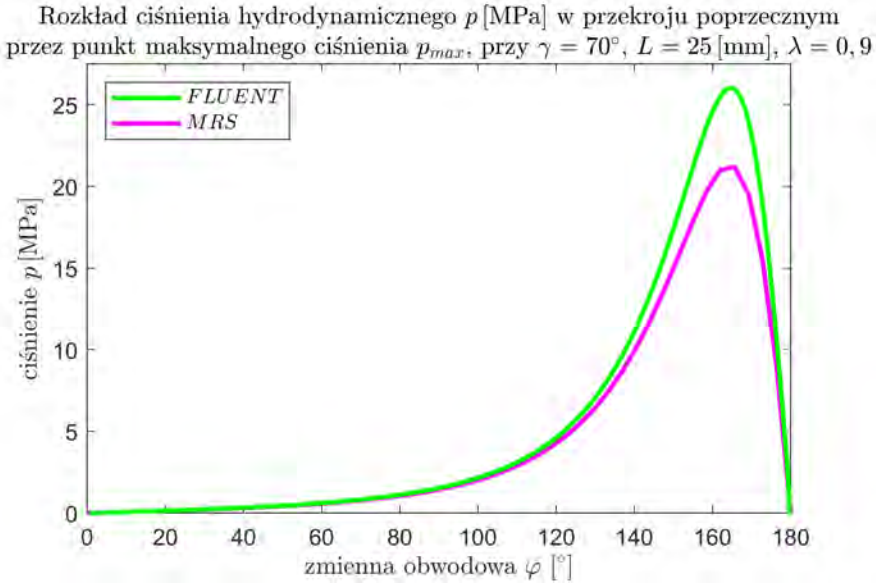
Rys. 3.23. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, przy $\gamma = 70°$, $L = R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,1$



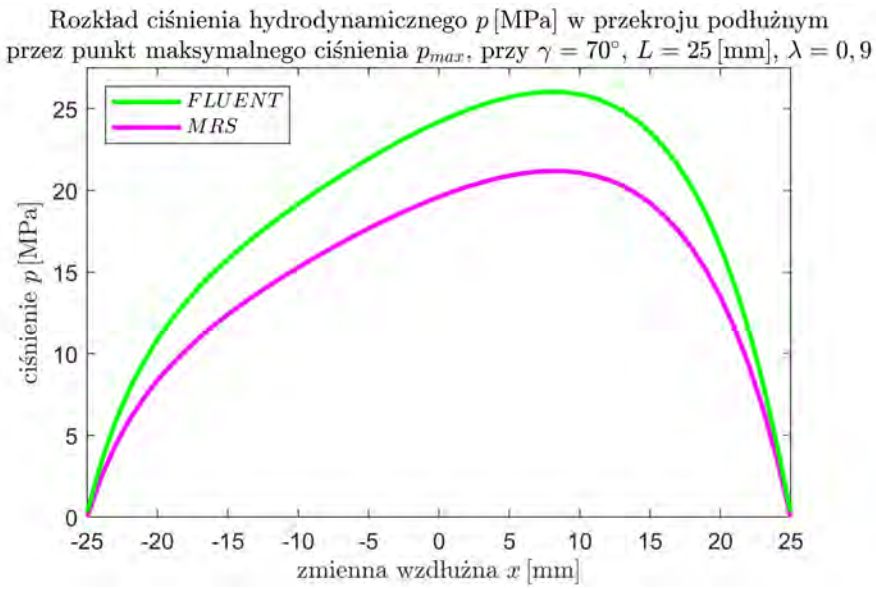
Rys. 3.24. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, przy $\gamma = 70°$, $L = R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,5$



Rys. 3.25. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, przy $\gamma = 70°$, $L = R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,5$



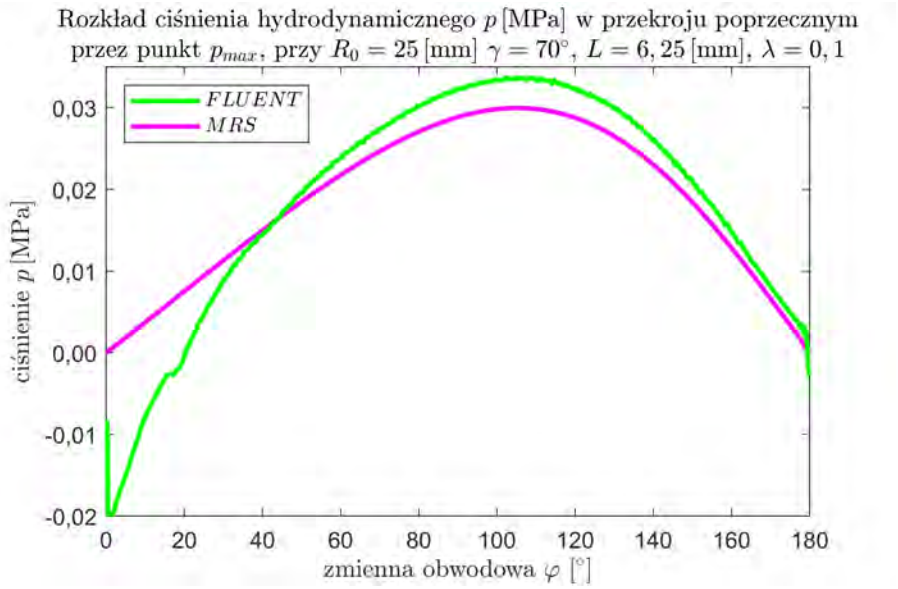
Rys. 3.26. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, przy $\gamma = 70°$, $L = R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,9$



Rys. 3.27. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, przy $\gamma = 70°$, $L = R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,9$

Na Rys. 3.28 przedstawiono rozkład ciśnienia w przekroju poprzecznym, natomiast na Rys. 3.29 rozkład ciśnienia w prekroju podłużnym przez punkt p_{max}, dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$, gdzie przyjęto $L = 6,25$ [mm] i $R_0 = 25$ [mm]. Przedstawione wyniki dotyczą łożyska o mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$.

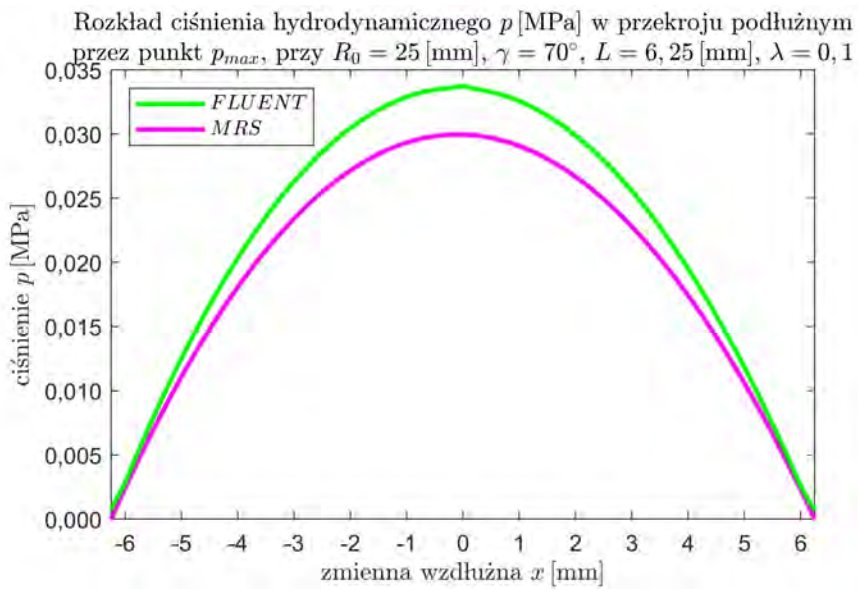
Rys. 3.30 i 3.31 zawierają rozkłady ciśnienia dla tego łożyska, jeżeli przyjęta mimośrodowość względna $\lambda = 0,5$, gdy dla łożyska o $\lambda = 0,9$, poprzeczny i podłużny rozkład ciśnienia hydrodynamicznego przedstawiono na Rys. 3.32 i 3.33.



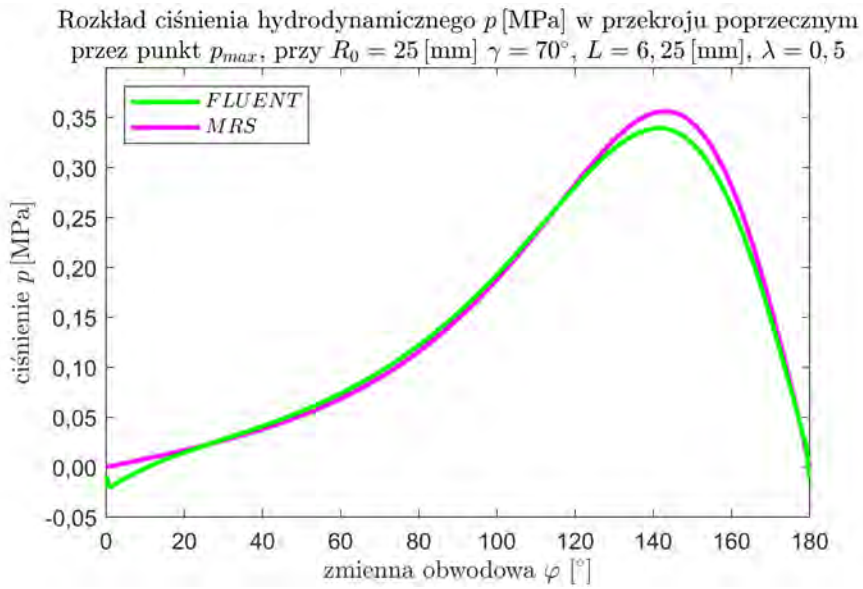
Rys. 3.28. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$, przy $\gamma = 70°$, $L = 6,25$ [mm], $R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,1$

Rys. 3.34 przedstawia rozkład ciśnienia hydrodynamicznego w przekroju poprzecznym (przez punkt p_{max}) dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i o wymiarach odpowiadających bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, gdzie założono, że $L = 25$ [mm] przy $R_0 = 12,5$ [mm], natomiast $\lambda = 0,1$. Rozkład ciśnienia w przekroju podłużnym dla tego łożyska, pokazany jest na Rys. 3.35. Podobnie przedstawiono wyniki dla tego łożyska na Rys. 3.36 i na Rys. 3.37, gdy $\lambda = 0,5$ oraz na Rys. 3.38 i Rys. 3.39, przy $\lambda = 0,9$

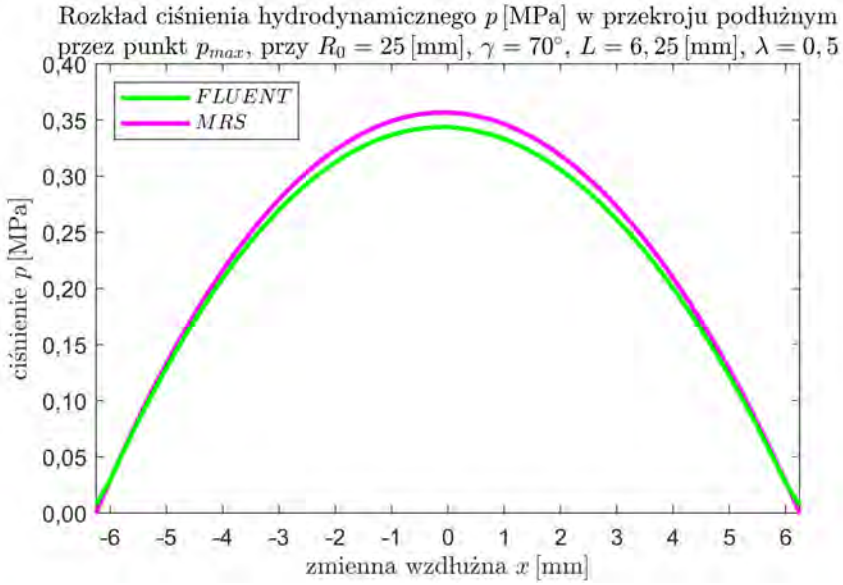
W Tab. 3.1 zawarto różnice pomiędzy wartościami uzyskanymi obiema metodami. Wyniki otrzymane przy wykorzystaniu własnej metody i programu, odniesiono do rezultatów symulacji z wykorzystaniem pakietu Fluent.



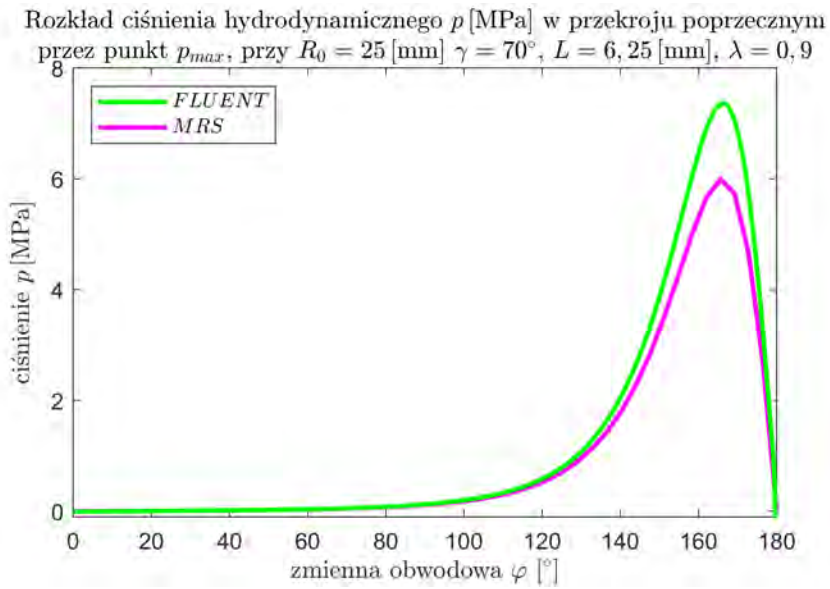
Rys. 3.29. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$, przy $\gamma = 70°$, $L = 6,25$ [mm], $R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,1$



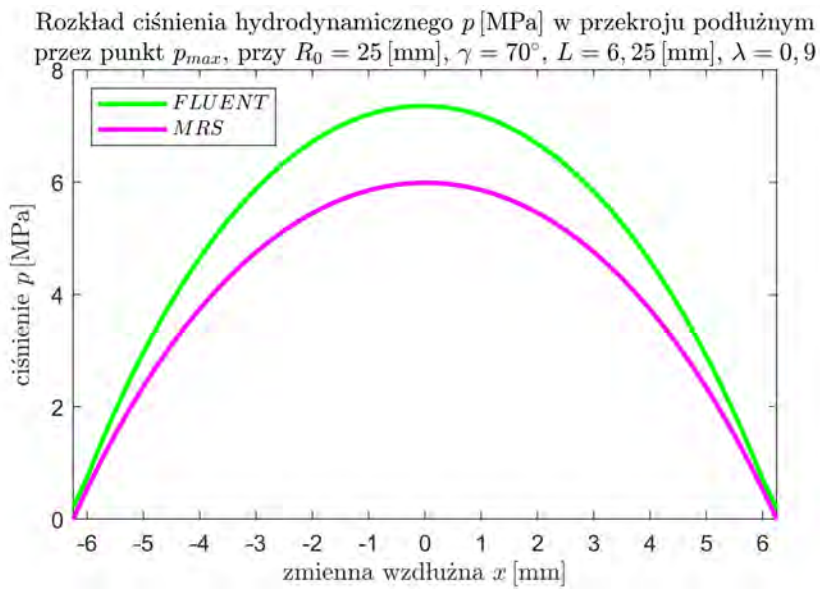
Rys. 3.30. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$, przy $\gamma = 70°$, $L = 6,25$ [mm], $R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,5$



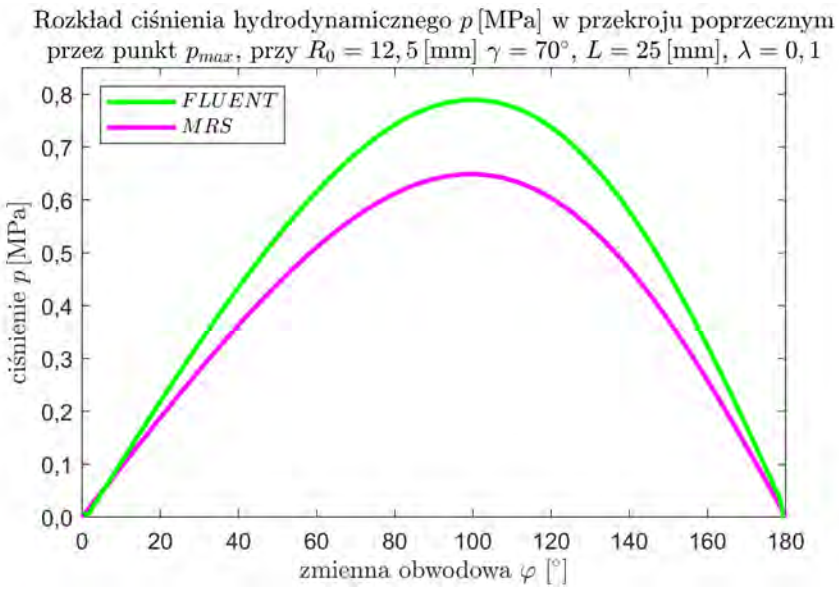
Rys. 3.31. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$, przy $\gamma = 70°$, $L = 6,25$ [mm], $R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,5$



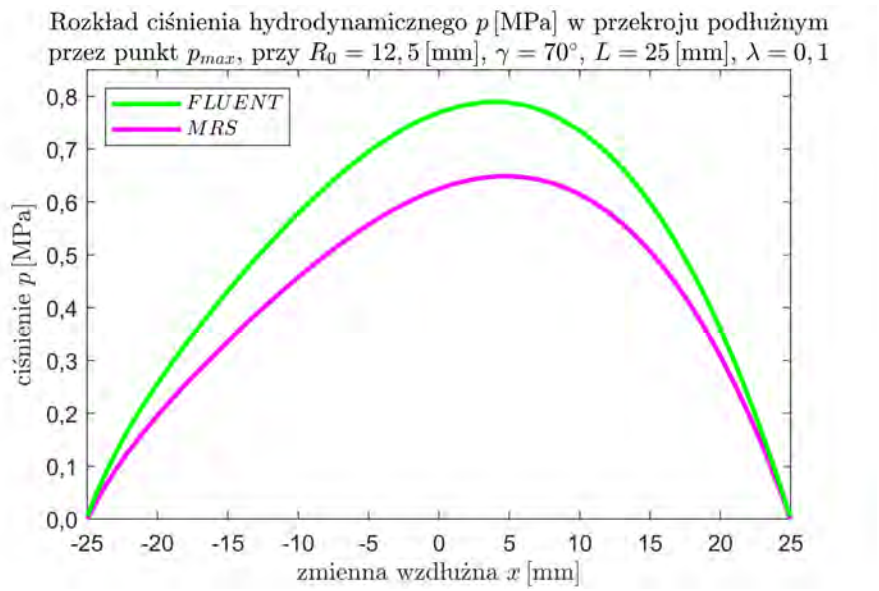
Rys. 3.32. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$, przy $\gamma = 70°$, $L = 6,25$ [mm], $R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,9$



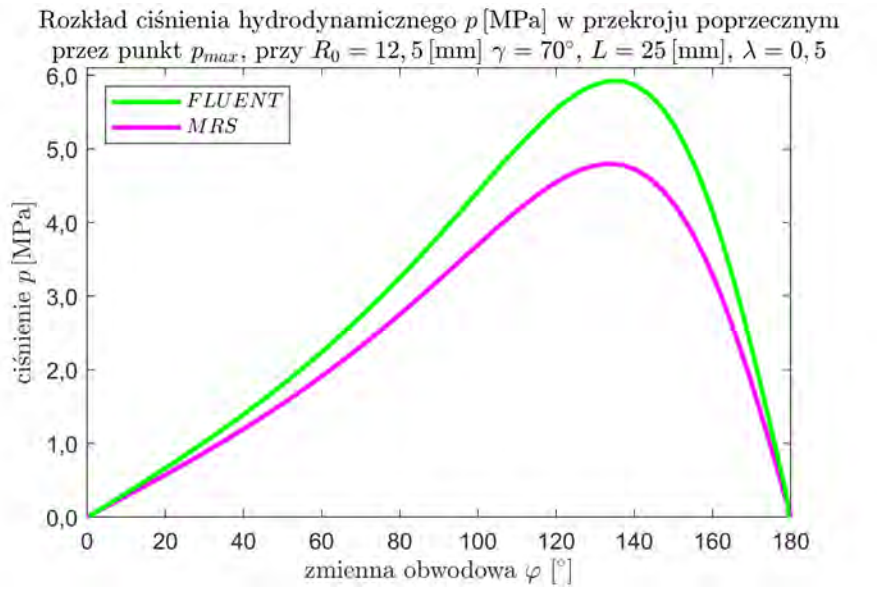
Rys. 3.33. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$, przy $\gamma = 70°$, $L = 6,25$ [mm], $R_0 = 25$ [mm] i $\lambda = 0,9$



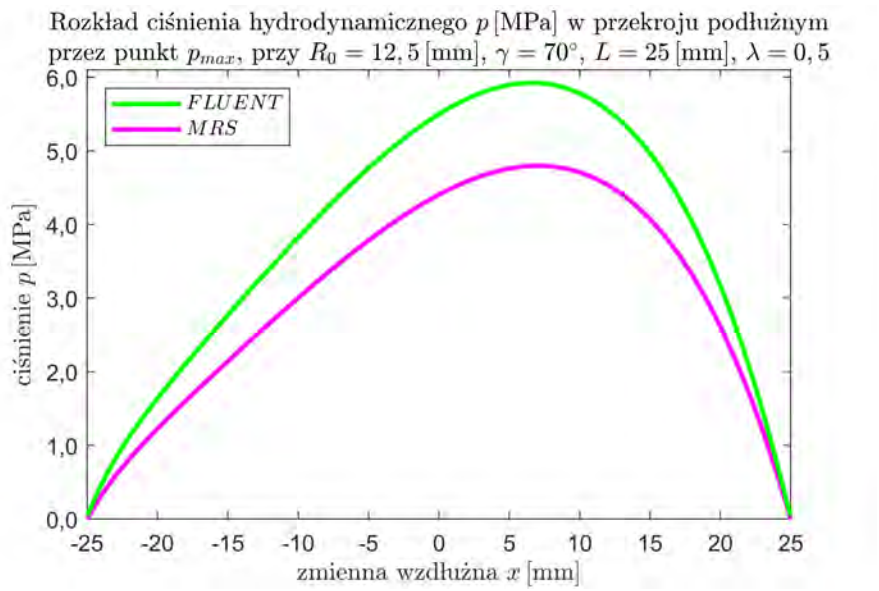
Rys. 3.34. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, przy $\gamma = 70°$, $L = 25$ [mm], $R_0 = 12,5$ [mm] i $\lambda = 0,1$



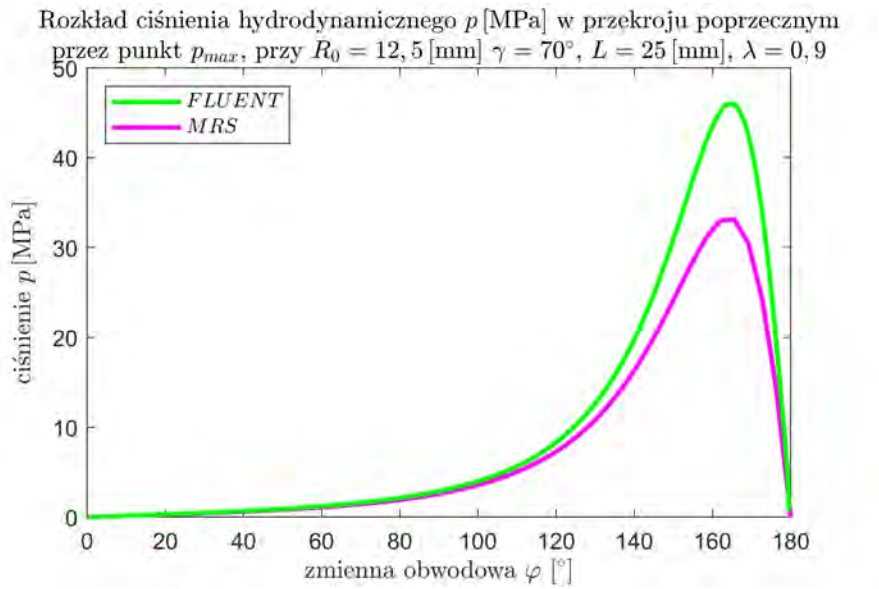
Rys. 3.35. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, przy $\gamma = 70°$, $L = 25$ [mm], $R_0 = 12,5$ [mm] i $\lambda = 0,1$



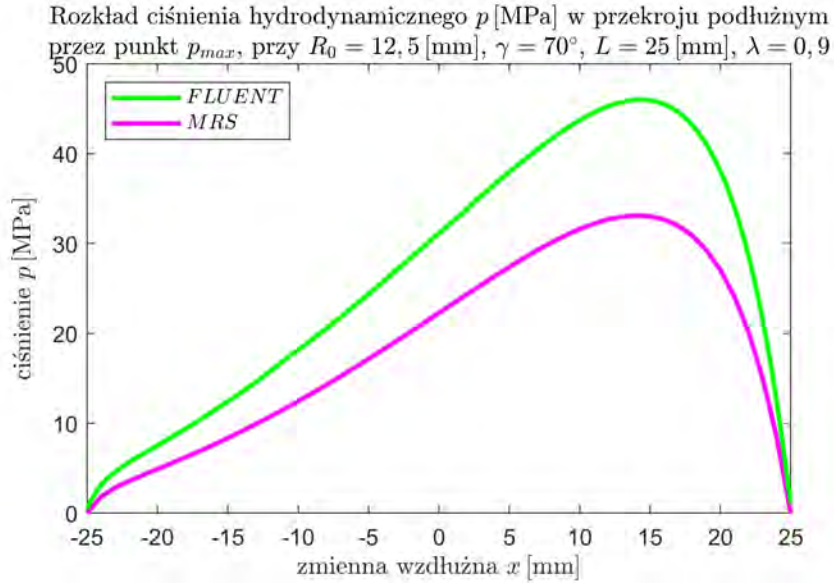
Rys. 3.36. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, przy $\gamma = 70°$, $L = 25$ [mm], $R_0 = 12,5$ [mm] i $\lambda = 0,5$



Rys. 3.37. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, przy $\gamma = 70°$, $L = 25$ [mm], $R_0 = 12,5$ [mm] i $\lambda = 0,5$



Rys. 3.38. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój poprzeczny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, przy $\gamma = 70°$, $L = 25$ [mm], $R_0 = 12,5$ [mm] i $\lambda = 0,9$

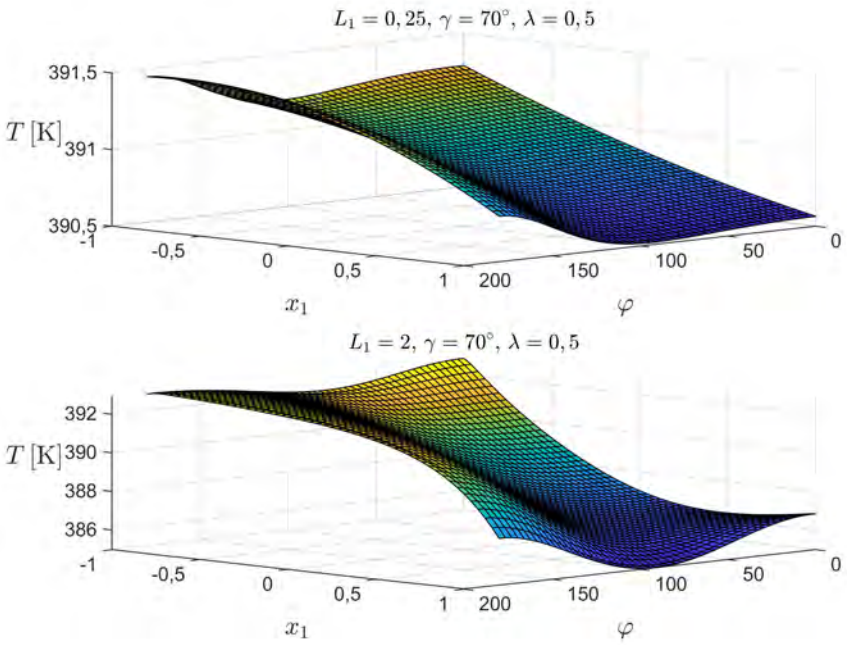


Rys. 3.39. Porównanie otrzymywanych wartości z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu oprogramowania CFD Fluent z platformy Ansys Worbench. Przekrój podłużny przez położenie punktu maksymalnego ciśnienia p_{max} dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, przy $\gamma = 70°$, $L = 25$ [mm], $R_0 = 12,5$ [mm] i $\lambda = 0,9$

Tab. 3.1. Różnice pomiędzy uzyskanymi wartościami, w stosunku do wyników uzyskanych przy wykorzystaniu oprogramowania Fluent firmy Ansys, dla łożyska o $\gamma = 70°$

R_0	L_1	λ	δp_{max}	δp_{sr}	$\delta C_{\sum}$	ΔT_{sr}	$\Delta\varphi_{p_{1max}}$	$\Delta x_{1p_{1max}}$
[mm]			[%]	[%]	[%]	[%]	[°]	[mm]
25	0,25	0,1	11,3	5,3	13,9	0,01	0,8	0,01
		0,5	3,4	3,2	2,47	0,09	3,9	0,01
		0,9	18,5	20,2	17,8	0,02	0,6	0,01
25	1	0,1	12,0	15,8	12,7	0,02	1,2	0,28
		0,5	0,8	7,4	5,1	$\approx 0,00$	2,3	$\approx 0,00$
		0,9	17,8	20,1	16,9	0,02	1,3	0,20
12,5	2	0,1	18,2	25,7	20,6	0,06	0,7	1,36
		0,5	19,0	26,8	20,8	0,52	1,8	0,75
		0,9	28,0	35,4	25,8	0,12	0,8	0,56

Najmniejsze rozbieżności pomiędzy obiema metodami dotyczą wyznaczania położenia punktu występowania maksymalnego ciśnienia p_{max} oraz średniej wartości temperatury T_{sr}. W przypadku pozostałych wielkości, czyli maksymalnej wartości ciśnienia p_{max}, średniej wartości ciśnienia p_{sr} i wypadkowej siły nośnej $C_{\sum}$, różnice są większe, zwłaszcza dla łożysk o dużej wartości mimośrodowości względnej λ i o większej długości. Autor przypuszcza, że jest to efektem przyjęcia stałej wartości temperatury na powierzchni panewki, która była obliczona jako średnia temperatura uzyskana na podstawie obliczeń własnym programem i metodą różnic skończonych. Pomimo stałej temperatury na panewce, temperatury wewnątrz oleju smarującego mogły znacznie się zmieniać, co wpływało na obliczane wartości lepkości. Przykładowe porównanie rozkładów temperatury na powierzchni panewek łożysk o $L_1 = 0,25$ i $L_1 = 2$, przy wartościach $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$ przedstawiono na Rys. 3.40.



Rys. 3.40. Porównanie uzyskiwanych rozkładów temperatury na powierzchni panewek łożysk o bezwymiarowych długościach $L_1 = 0,25$ i $L_1 = 2$, przy wartościach $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$

Zakres zmian wartości temperatury był znacznie większy na powierzchni panewki łożyska o większej długości. Dodatkowo różnice powodowało zastosowania różnych modeli zmian lepkości w funkcji temperatury. Autor zauważył, że model (2.8.144) przybliżał dokładniej zmiany lepkości w szerszym zakresie, niż model (3.8.24), dlatego oddalanie się wartości temperatury, od przyjętej temperatury odniesienia zwiększało różnice pomiędzy modelowanymi wartościami lepkości.

Na Rys. 3.28 szczególnie widoczne staje się powstanie podciśnień w obszarze

szczeliny smarnej. Ujemne wartości ciśnienia uzyskiwano również w przypadku łożysk o innych długościach i mimośrodowościach, jednak tutaj są one wyjątkowo czytelne w związku z zakresem osi ciśnienia p [MPa]. Otrzymane wyniki mogą okazać się zgodne innymi modelami oraz danymi doświadczalnymi [58, 68, 104], które, między innymi, ukazały występowanie rejonów podciśnień i kawitacji w szczelinie smarnej łożysk ślizgowych. W takich obszarach szczeliny smarnej może występować faza gazowo-ciekła, a przepływ oleju nie odbywa się w całej objętości szczeliny smarnej.

Pomimo uzyskanych rozbieżności dla niektórych modelowanych łożysk, autor uważa przeprowadzone symulacje za cenne. Przeprowadzone modelowanie hydrodynamicznego smarowania w trójwymiarowej szczelinie smarnej, w której wszystkie wartości były obliczane metodą elementów skończonych, potwierdziło, że zasadne jest pominięcie zmian wartości ciśnienia w kierunku wysokości szczeliny.

3.9 Podsumowanie rozdz. 3

W rozdziale tym opisano metodę rozwiązywania rozpatrywanego zagadnienia brzegowego, dotyczącego wyznaczania wartości ciśnienia w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego smarowanego ferroolejem, na który działa pole magnetyczne. Rozwiązanie równania (2.6.119) polegało na wykorzystaniu metody Newtona dla nieliniowych równań cząstkowych II rzędu. Podano znane z literatury oraz określone własnymi metodami wartości współczynników, opisujących właściwości fizyczne ferroleju o 2 [%] objętościowym stężeniu cząstek magnetycznych. Prezentowane wyniki uzyskano dzięki przeprowadzeniu obliczeń przy wykorzystaniu pakietu Matlab firmy Mathworks, w którym napisano własny kod programu. Opracowany program umożliwia przeprowadzenie symulacji smarowania stożkowego łożyska ślizgowego dla różnych modeli lepkościowych. Wyniki porównano z wartościami uzyskanymi na podstawie znanych rozwiązań analitycznych dla szczególnych przypadków łożyska walcowego[4], czyli dla łożyska nieskończenie długiego oraz łożyska bardzo krótkiego, smarowanych olejem newtonowskim o stałej lepkości. Rezultaty symulacji skonfrontowano również z wynikami uzyskiwanymi za pomocą oprogramowania CFD Fluent firmy Ansys, gdzie uwzględniono zmiany lepkości od szybkości ścinania także modelem Crossa, natomiast wpływ temperatury na lepkość modelowany był za pomocą prawa Arrheniusa. Modelowanie w programie Fluent wymagało rozpatrywanie trówymiarowej szczeliny smarej, a uzyskane wyniki potwierdziły zasadność przyjęcia założenia o braku zmian ciśnienia w kierunku wysokości szczeliny smarnej.

[4] W celu modelowania smarowania walcowego łożyska ślizgowego, należy przyjąć kąt $\gamma = 90\,[°]$.

4 Wyniki symulacji

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki przeprowadzonych symulacji hydrodynamicznego smarowania stożkowego łożyska ślizgowego smarowanego ferroolejem o 2 % objętościowym stężeniu cząstek magnetycznych, którego opis szczegółowych badań i właściwości można odnaleźć w pracy [53], gdzie wskazano, że ferroolej o takim stężeniu cząstek magnetycznych wykazuje pewne optymalne właściwości, w stosunku do ferrolejów o innych udziałach cząstek magnetycznych. Wpływ pola magnetycznego na wartości uzyskiwanych ciśnień hydrodynamicznych, dla łożysk o różnych bezwymiarowych długościach, mimośrodowościach względnych i kątach γ określających kąt rozwarcia stożka czopa i panewki łożyska, może zostać zaobserwowany na wykresach obrazujących rozkład ciśnienia w przekrojach poprzecznych, czyli określonych przez płaszczyznę prostopadłą do kierunku wyznaczonego przez oś x_1 i przechodzącą przez punkt występowania maksymalnego ciśnienia w szczelinie smarnej $p_{1_{max}}$ lub[1] przez płaszczyznę prostopadłą do osi obrotu czopa i przechodzącą przez punkt $p_{1_{max}}$. Wykresy w przekroju podłużnym przedstawiają zmiany ciśnienia względem zmiennej x_1, dla kąta φ określonego przez płaszczyznę, na której znajduje się oś obrotu czopa, i przechodzącą przez punkt występowania maksymalnego ciśnienia $p_{1_{max}}$. Rozdział zawiera również wykresy ukazujące wpływ indukcji $B_{1_{ind}}$ pola magnetycznego na wartości maksymalnego $p_{1_{max}}$ i średniego $p_{1_{sr}}$ bezwymiarowego ciśnienia, składowej poprzecznej C_{1T} (o kierunku działania prostopadłym do osi obrotu czopa) i podłużnej C_{1L} (o kierunku działania wzdłuż osi obrotu czopa) siły nośnej, siły tarcia Fr i umownego współczynnika tarcia μ_r. Porównania tych wartości dokonano w tabelach. Symulacje przeprowadzono dla łożysk pracujących w jednorodnym polu magnetycznym, przy zwiększaniu bezwymiarowej wartości $B_{1_{ind}}$ indukcji pola magnetycznego, od 0 do 1 co $0,2$. Kolejne wyniki dotyczą smarowania łożysk w niejednorodnym polu magnetycznym, gdzie wartość indukcji rośnie lub maleje liniowo wzdłuż osi x_1, gdzie wartość bezwymiarowej składowej H_3 natężenia pola magnetycznego zmieniała się w zakresie wartości, odpowiednio, od 0 do 1 lub

[1] W obu przypadkach otrzymujemy profil ciśnienia dla tej samej wartości x_1. Nie było by tak oczywiste, gdyby występowały zmiany wartości ciśnienia w kierunku wysokości szczeliny smarnej.

od 1 do 0. Kolejny podrozdział dotyczy sprawdzenia wpływu członów nieliniowych w równaniach (2.6.119), (2.5.112) i (2.7.142) oraz właściwości nienewtonowskich na wartości wyznaczanych parametrów eksploatacyjnych.

4.1 Wpływ jednorodnego pola magnetycznego na parametry przepływowe i eksploatacyjne stożkowego łożyska ślizgowego

W podrozdziale tym porównano obliczanych wartości parametrów przepływowych i eksploatacyjnych uzyskiwanych przy różnych wartościach indukcji $B_{1_{ind}}$ oddziałującego pola magnetycznego, ale przy założeniu o jednorodności tego pola w całej objętości ferrooleju. Symulacje wykazały, że w przypadku modelowania pola magnetycznego poprzez zadawanie wartości składowych H_1, H_2 i H_3 natężenia pola magnetycznego, a następnie obliczanie wartości $B_{1_{ind}}$ zgodnie z (2.2.22) i (2.2.23), wpływ kierunku działania wektora natężenia pola jest pomijalny.

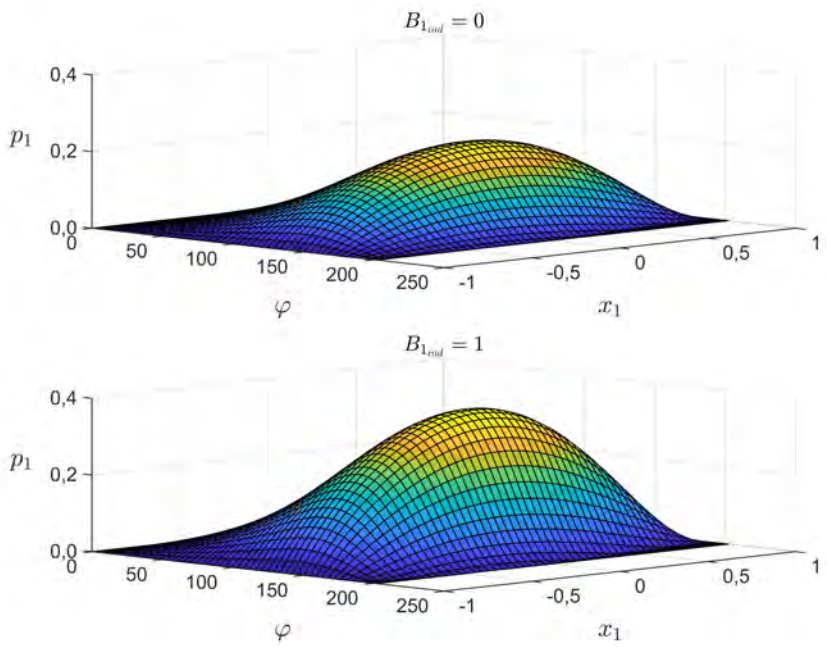
W celu zbadania wpływu oddziaływania stacjonarnego i jednorodnego pola magnetycznego na parametry przepływowe i eksploatacyjne stożkowego łożyska ślizgowego smarowanego ferroolejem, przeprowadzono szereg obliczeń dla łożysk o różnych bezwymiarowych długościach i kątach stożka γ i przy różnych mimośrodowościach względnych. Rozpatrywano łożyska o:

- bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kątach $\gamma = 60°, 70°, 80°$,
- bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i kącie $\gamma = 70°$,
- bezwymiarowej długości $L_1 = 2$ i kącie $\gamma = 70°$.

Obliczenia wykonano przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$ dla każdego z tych łożysk. Wpływ jednorodnego pola magnetycznego badano przy bezwymiarowych wartościach indukcji $B_{1_{ind}} = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$. W celu przedstawienia przeprowadzonych rozważań, w niniejszym rozdziale zawarto wszystkie analizowane parametry[2] jedynie dla łożyska o środkowych wartościach parametrów z rozpatrywanych przedziałów, czyli łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, kącie $\gamma = 70°$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$. Część wyników dla pozostałych łożysk, zostało przedstawione w dodatkach.

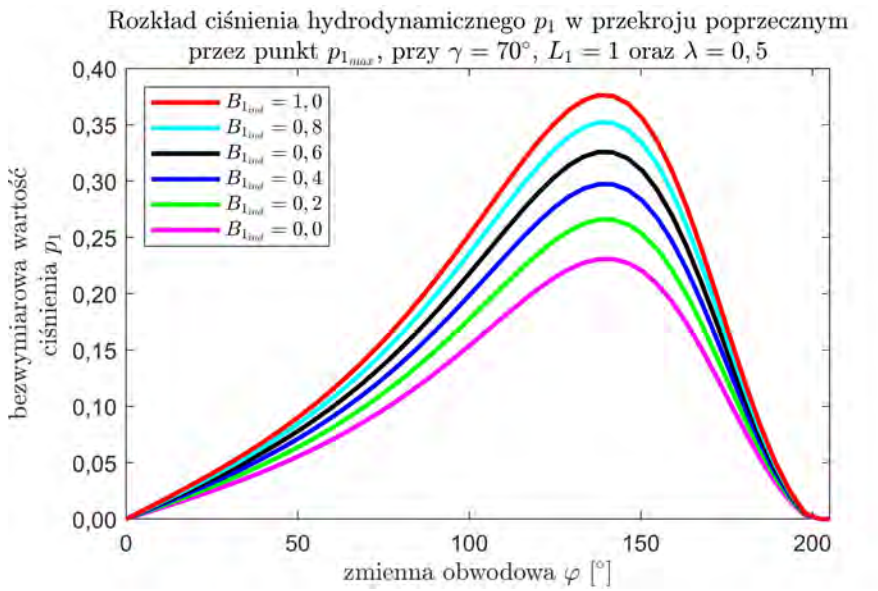
[2]Trójwymiarowe rozkłady ciśnienia, rozkłady ciśnienia w przekroju poprzecznym i podłużnym, rozkłady temperatury na panewce łożyska, maksymalną i średnią wartość ciśnienia w szczelinie smarnej, wartości poprzecznej i podłużnej siły nośnej, wartości siły tarcia i umownego współczynnika tarcia.

Rys. 4.1 przedstawia wpływ oddziaływania jednorodnego pola magnetycznego o wartości indukcji $B_{1_{ind}} = 1$ na rozkład bezwymiarowej wartości ciśnienia p_1, w formie trójwymiarowego wykresu, oraz jego porównanie z rozkładem ciśnienia uzyskanym, gdy $B_{1_{ind}} = 0$, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$, $\lambda = 0,5$. Analogiczne porównania trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla tego łożyska przy innych wartościach λ oraz w szczelinach smarnych pozostałych zbadanych łożysk, zawarto w dodatku D.

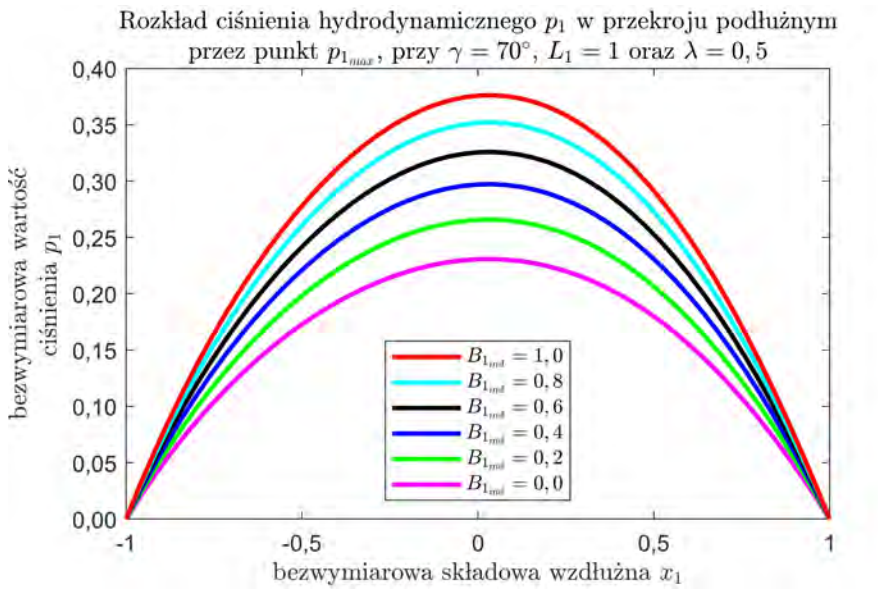


Rys. 4.1. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$

Największe przyrosty wartości, spowodowane oddziaływaniem pola magnetycznego powstają w obszarze występowania największych ciśnień. W celu zobrazowania wpływu pola magnetycznego, na rozkłady ciśnienia hydrodynamicznego, dla różnych wartości indukcji $B_{1_{ind}}$, na Rys. 4.2 przedstawiono rozkłady bezwymiarowej wartości ciśnienia w przekroju poprzecznym, w punkcie występowania maksymalnej wartości ciśnienia $p_{1_{max}}$, dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, gdy mimośrodowość względna $\lambda = 0,5$, natomiast na Rys. 4.3 przedstawiono rozkłady ciśnienia dla tego łożyska, ale w przekroju podłużnym (wzdłuż osi obrotu czopa) w punkcie występowania maksymalnego ciśnienia $p_{1_{max}}$. Rozkłady ciśnienia w przekrojach poprzecznych i podłużnych, dla łożysk o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kątach $\gamma = 60°; 70°; 80°$ oraz dla łożysk o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowych długościach $L_1 = 0,25$ i $L_1 = 2$ zawarto w dodatku E.



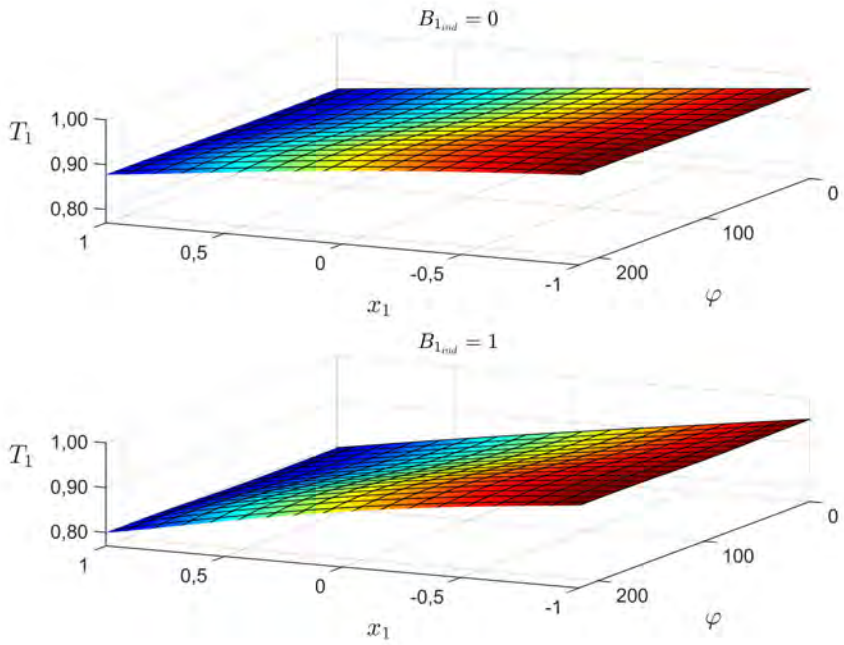
Rys. 4.2. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



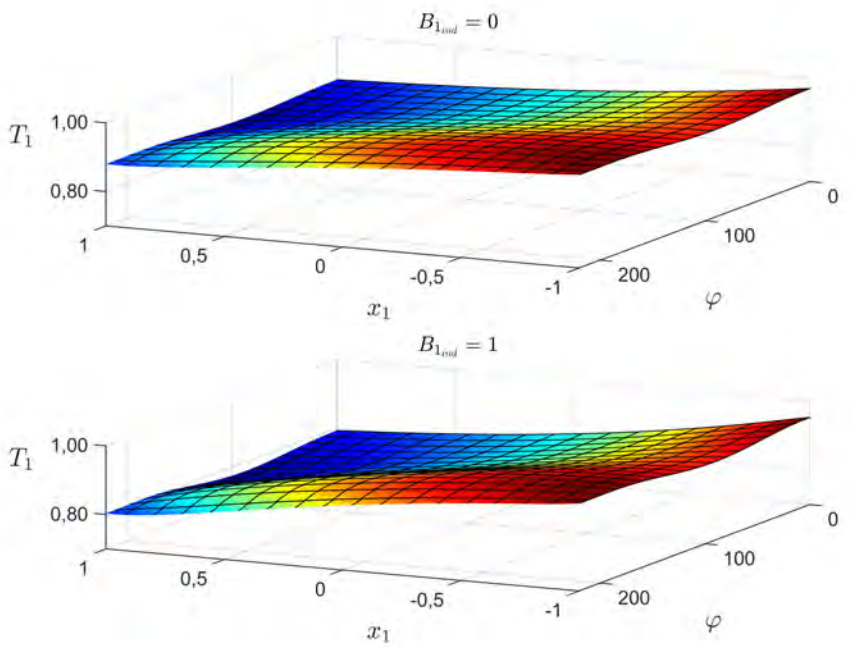
Rys. 4.3. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

Zwiększanie wartości $B_{1_{ind}}$ powoduje generowanie większych wartości ciśnienia w szczelinie smarnej. Nie zaobserwowano jednak dla tego łożyska zmiany kształtu rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego i położenia punktu $p_{1_{max}}$.

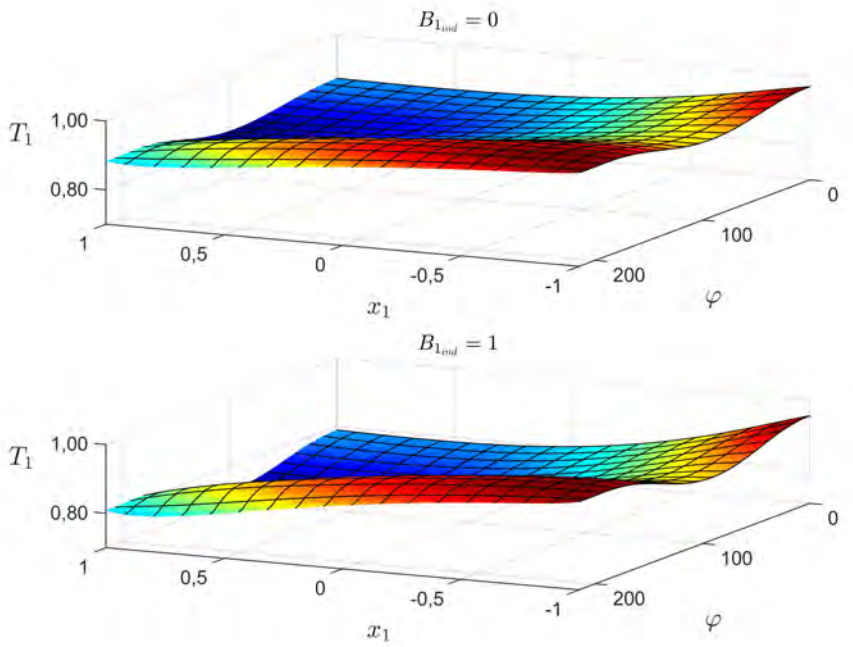
Pole magnetyczne oddziałujące na ferroolej wpływa również na wartości temperatur w szczelinie smarnej. Na Rys. 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 oraz 4.8 dokonano porównania trójwymiarowych rozkładów bezwymiarowej temperatury na panewce łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, kącie $\gamma = 70°$ i mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, gdy $B_{1_{ind}} = 0$ oraz $B_{1_{ind}} = 1$. Analogiczne porównania, dotyczące łożysk o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kątach $\gamma = 60°, \gamma = 80°$, łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i kącie $\gamma = 70°$ oraz łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$ i kącie $\gamma = 70°$, przedstawiono w dodatku F.



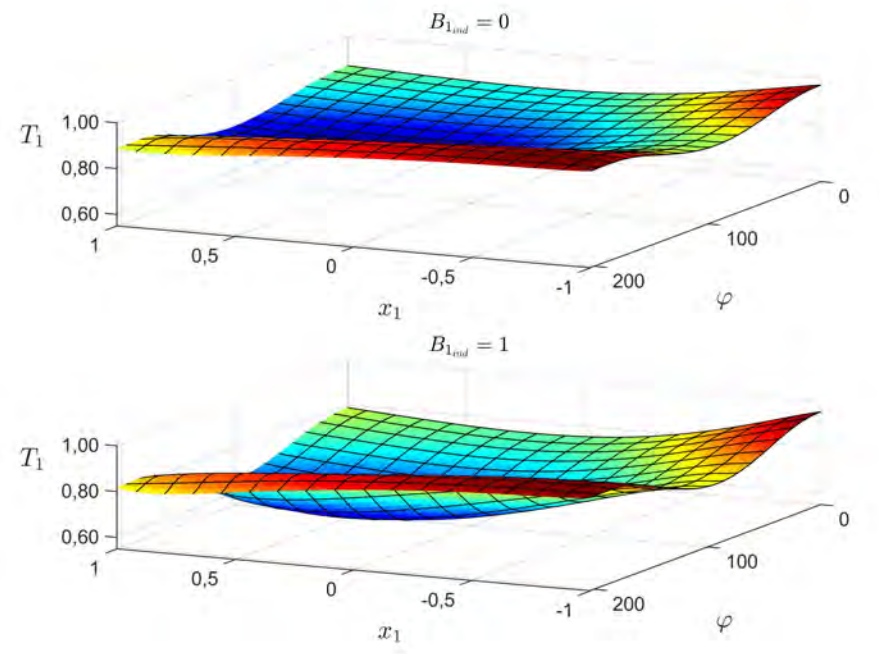
Rys. 4.4. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



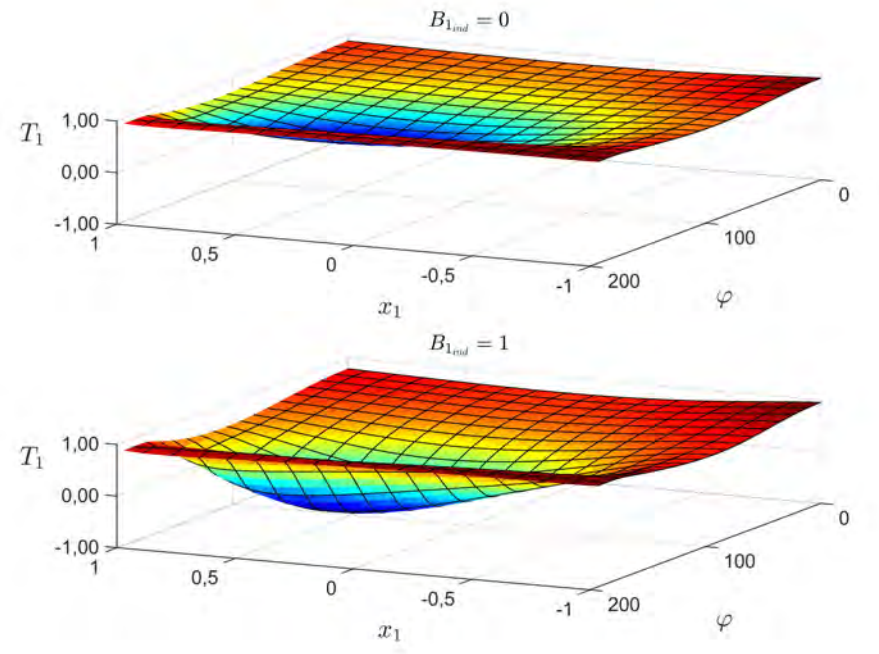
Rys. 4.5. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. 4.6. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



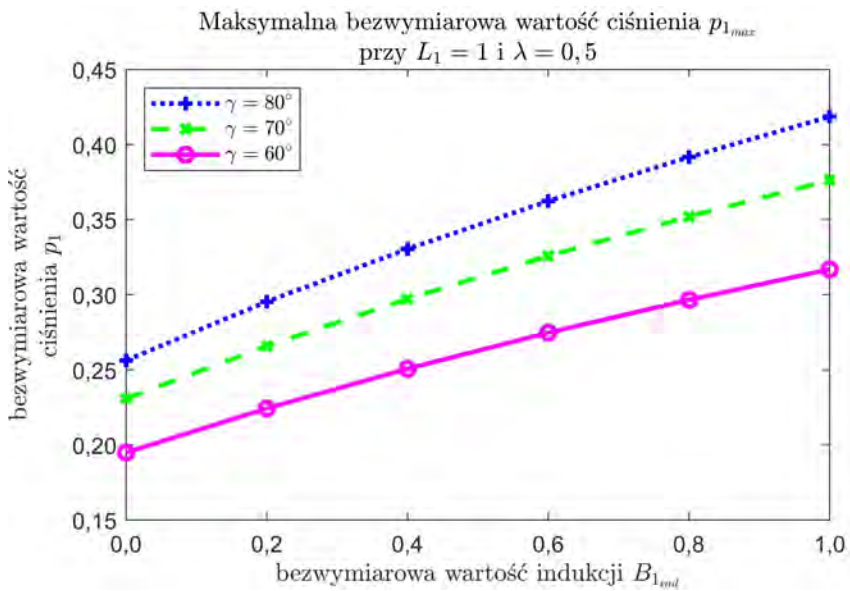
Rys. 4.7. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



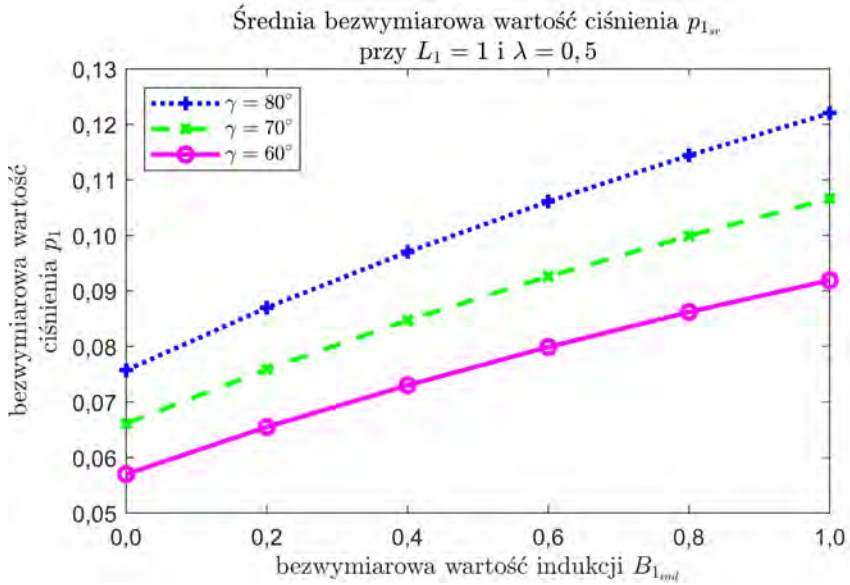
Rys. 4.8. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$

Wraz ze wzrostem mimośrodowości względnej, przy panewce łożyska powstają obszary o coraz niższych wartościach bezwymiarowej temperatury T_1. Położenie ich pokrywa się z miejscami występowania największych wartości ciśnienia i gradientów ciśnienia, gdzie podczas przepływu ferrooleju generowana jest większa ilość ciepła na skutek tarcia wewnętrznego i dyssypacji energii, niż w obszarach o niższych wartościach ciśnienia. W przyjętym modelu rozpatrywane jest smarowanie stacjonarne, czyli zakłada się, że generowane ciepło musi odpływać z obszaru szczeliny smarnej nie powodując zmian temperatury ferooleju, stąd niższe obliczone wartości temperatur przy panewce łożyska, pozwalające na przepływ większej ilości ciepła. Oddziaływanie na ferroolej polem magnetycznym powoduje zwiększenie wartości jego lepkości, czego efektem jest generowanie większych ilości ciepła na skutek dyssypacji energii, stąd obniżenie temperatur na powierzchni panewki łożyska przy $B_{1_{ind}} = 1$, w stosunku do sytuacji, gdy na ferroolej nie oddziałuje pole magnetyczne.

W jaki sposób pole magnetyczne wpływa na wartość maksymalnej wartości ciśnienia generowanej w ferroleju, pokazano na Rys. 4.9. Wyniki te uzyskano dla łożyska o mimośrodowość względnej $\lambda = 0,5$. Obliczenia przeprowadzono dla trzech wartości kąta γ, które wynosiły 60°, 70° i 80°. Na Rys. 4.10 przedstawiono średnie wartości ciśnienia hydrodynamicznego $p_{1_{sr}}$.



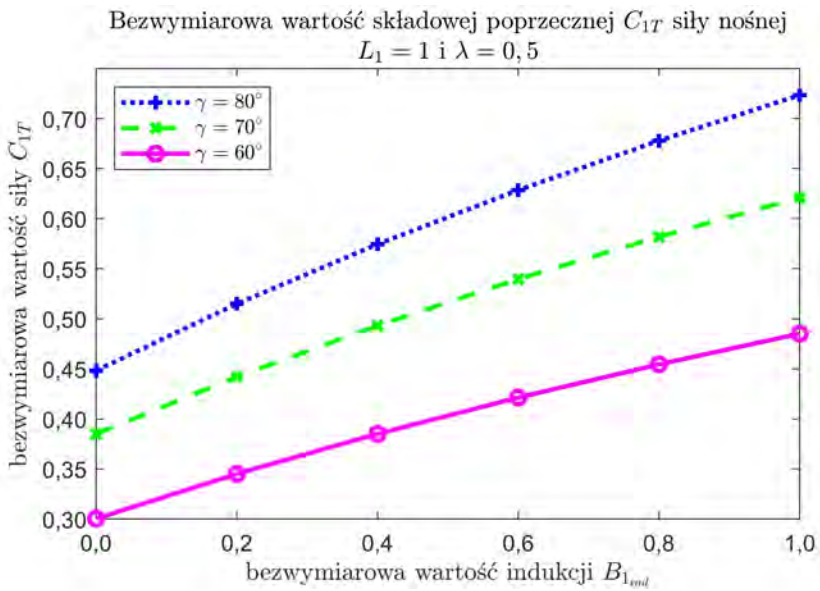
Rys. 4.9. Obliczone wartości maksymalnego ciśnienia p_{1max} generowanego w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, 70° oraz 80°, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



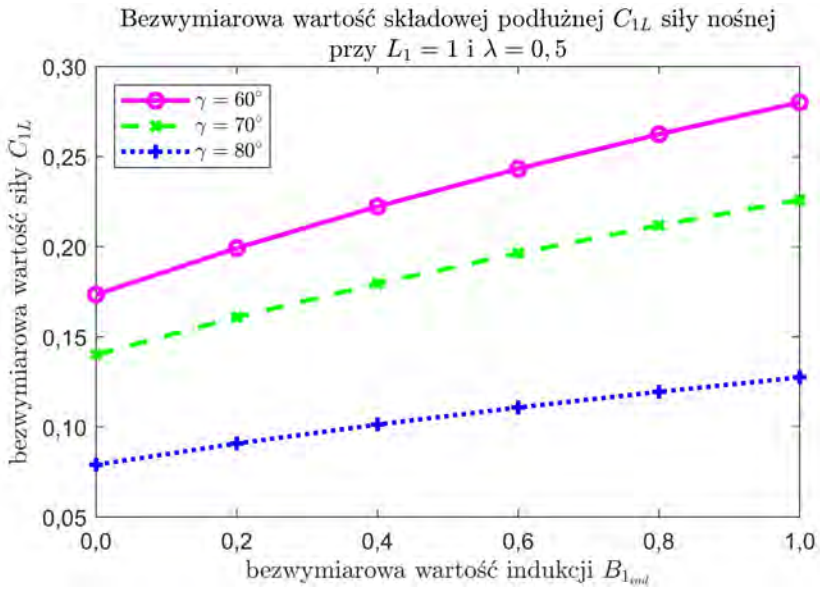
Rys. 4.10. Obliczone wartości średniego ciśnienia p_{1sr} w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego

Zwiększanie wartości natężenia (a zatem także indukcji) pola magnetycznego, powoduje przyrosty wartości lepkości ferrooleju. Większe wartości lepkości oleju smarnego pozwalają na osiągnięcie wyższych ciśnień hydrodynamicznych, przy zachowaniu pozostałych parametrów łożyska. Dzięki zwiększaniu wartości pola można uzyskać przyrost wartości siły nośnej takiego łożyska. Wpływ pola magnetycznego na uzyskiwane siły nośne: C_{1T} w kierunku poprzecznym do osi obrotu czopa i C_{1L} w kierunku osi obrotu czopa, przedstawiono, odpowiednio na Rys. 4.11 i Rys. 4.12. Charakter zmian wartości C_{1L} względem kąta γ jest odwrotny, w stosunku do wartości składowej C_{1T}. Związane jest to z geometrią badanego łożyska, gdyż przy większych wartościach kąta γ, kąt rozwarcia stożka czopa i panewki łożyska jest mniejszy, a dla szczególnego przypadku, kiedy $\gamma = 90°$ rozpatrywane łożysko jest łożyskiem walcowym, wtedy składowa C_{1L} zanika (przy założeniu, że oś obrotu czopa łożyska, jest równoległa do osi panewki).

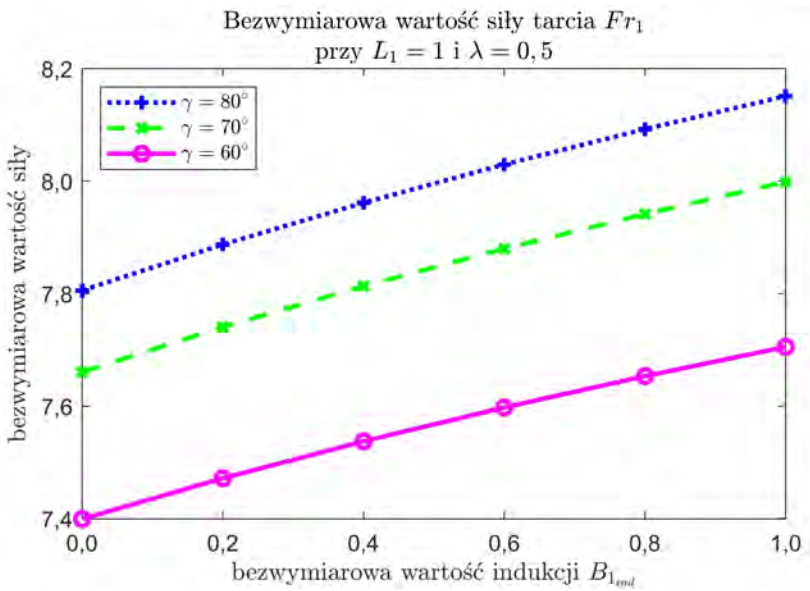
Na Rys. 4.13 pokazano, jak zmiana wartości pola magnetycznego wpływa na obliczaną siłę tarcia, natomiast na Rys. 4.13 przedstawiono zmiany wartości umownego współczynnika tarcia w zależności od wartości indukcji oddziałującego pola magnetycznego. Zwiększanie wartości lepkości ferroleju poprzez oddziaływanie polem magnetycznym powoduje również zwiększanie siły tarcia, jednak przyrosty sił nośnych są względnie większe, stąd uzyskuje się zmniejszenie wartości współczynnika tarcia.



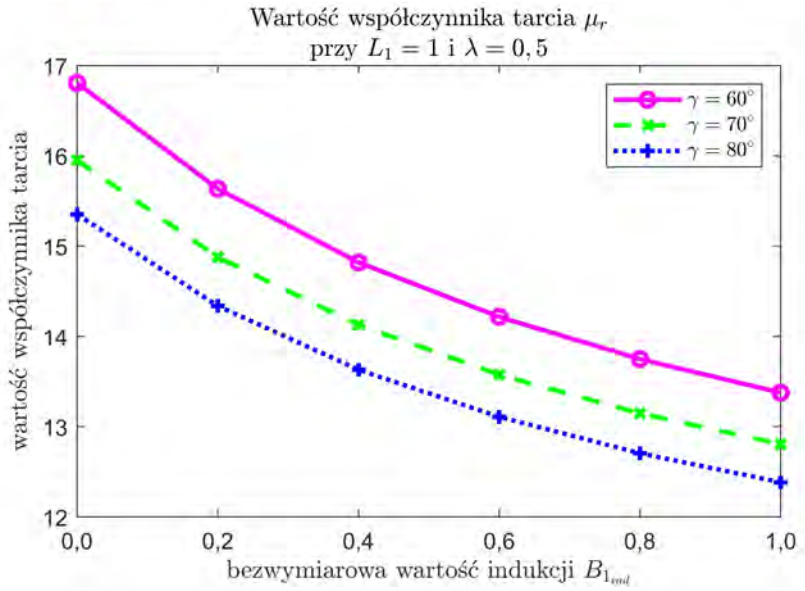
Rys. 4.11. Wartość C_{1T} składowej siły nośnej działającej w kierunku poprzecznym do osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



Rys. 4.12. Wartość C_{1L} składowej siły nośnej działającej w kierunku osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego

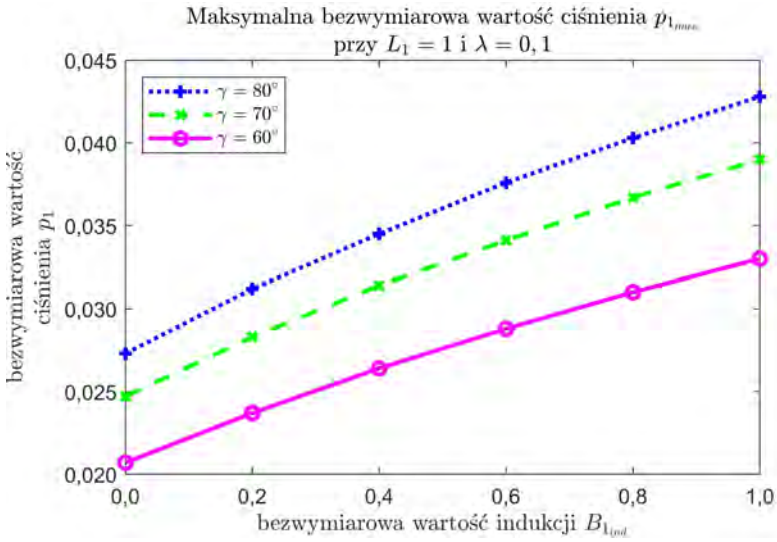


Rys. 4.13. Wartość siły tarcia Fr_1, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego

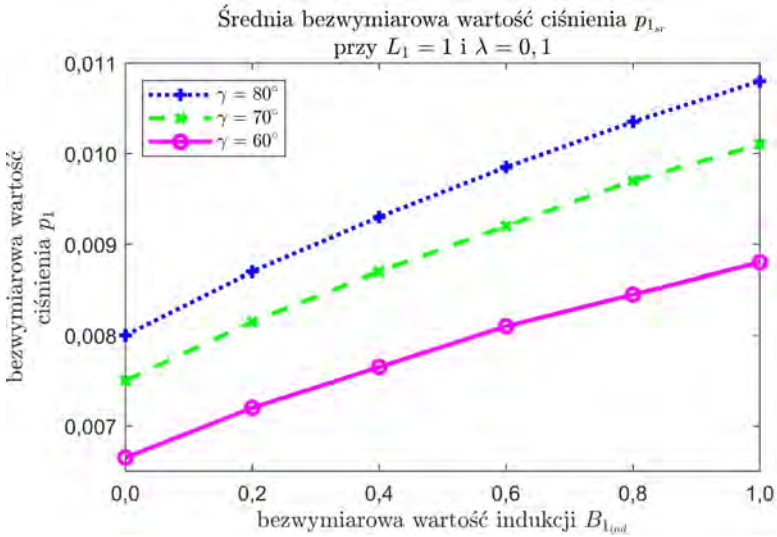


Rys. 4.14. Wartość współczynnika tarcia μ_r, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego

Na Rys. 4.15, 4.21, 4.27 oraz 4.33 przedstawiono bezwymiarowe wartości maksymalnych ciśnień $p_{1_{max}}$ a na Rys. 4.16, 4.22, 4.28 i 4.34 średnich ciśnień $p_{1_{sr}}$ generowanych w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego i kątach $\gamma = 60°$, $70°$, $80°$, dla mimośrodowości względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,7$, $0,9$.

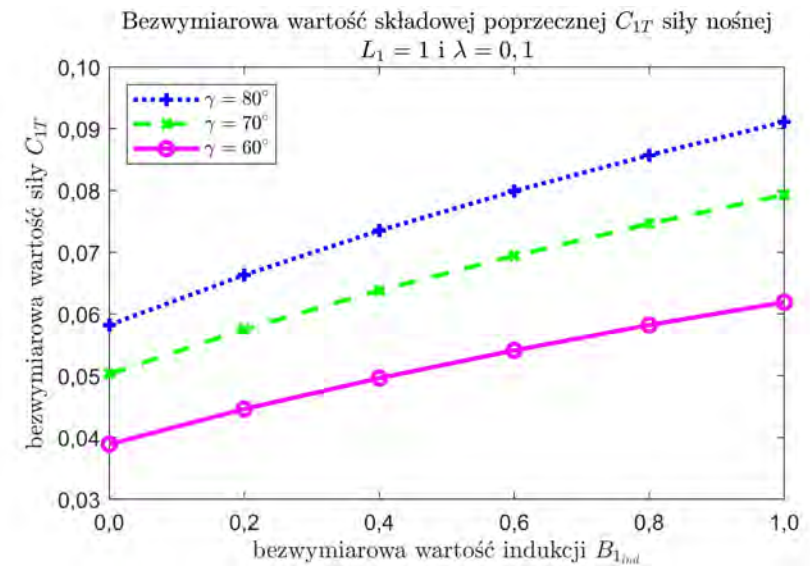


Rys. 4.15. Obliczone wartości maksymalnego ciśnienia p_{1max} generowanego w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

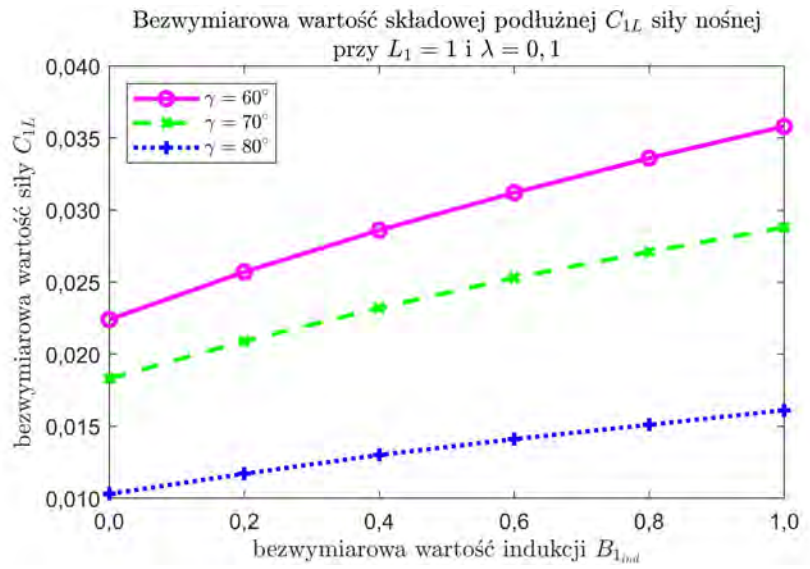


Rys. 4.16. Obliczone wartości średniego ciśnienia p_{1sr} w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego

Rys. 4.17, 4.23, 4.29, 4.35 pokazują wpływ wartości indukcji $B_{1_{ind}}$ pola magnetycznego na wartości składowej poprzecznej C_{1T} siły nośnej, natomiast Rys. 4.18, 4.24, 4.30 oraz 4.36 wpływ pola magnetycznego na wartości składowej podłużnej C_{1L} siły nośnej.

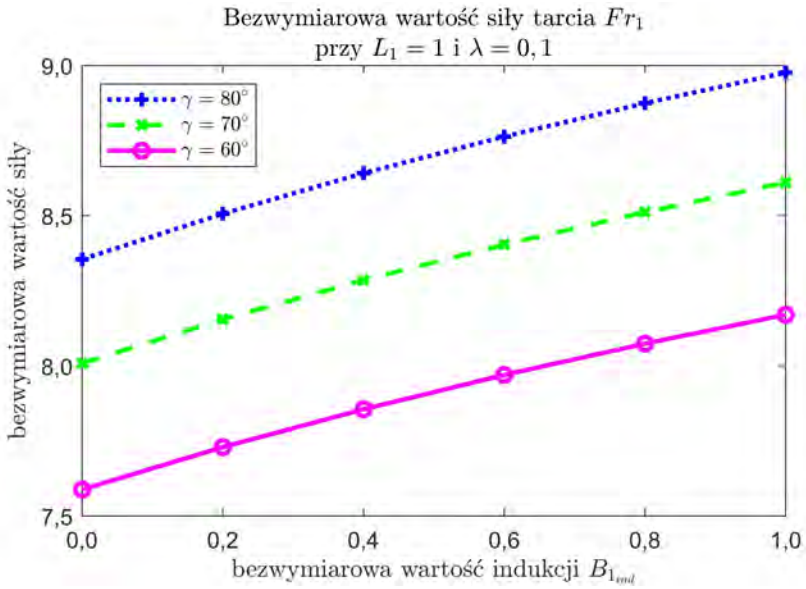


Rys. 4.17. Wartość C_{1T} składowej siły nośnej działającej w kierunku poprzecznym do osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego

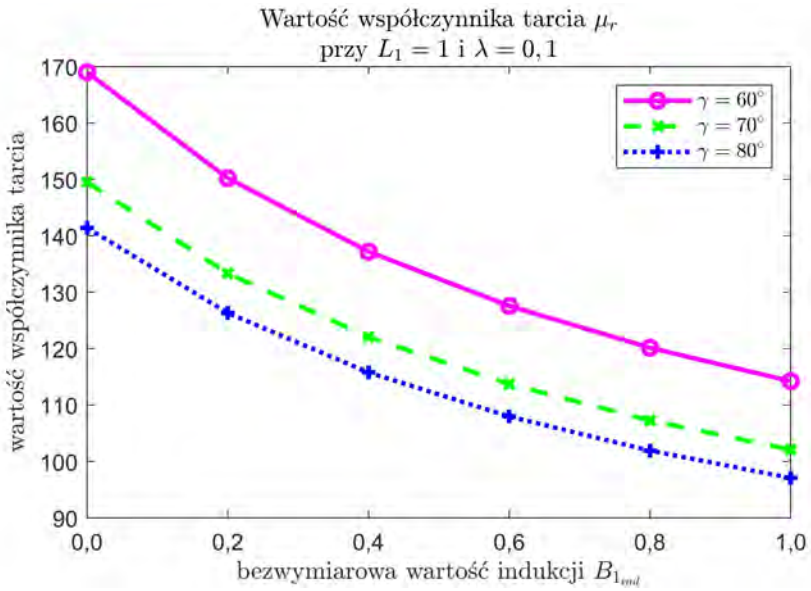


Rys. 4.18. Wartość C_{1L} składowej siły nośnej działającej w kierunku osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego

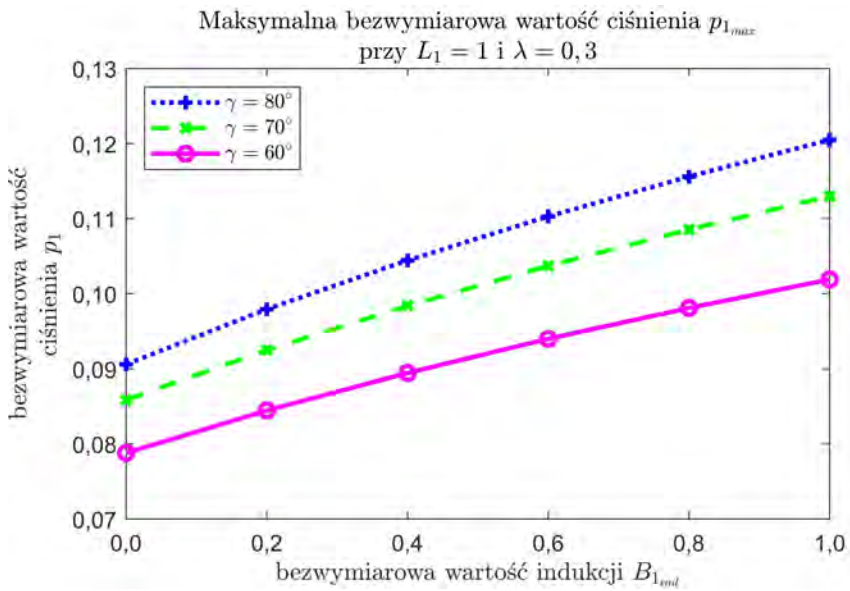
Obliczone wartości sił tarcia przedstawiono na Rys. 4.19, 4.25, 4.31, 4.37, natomiast wartości współczynnika tarcia na Rys. 4.20, 4.26, 4.32, 4.38.



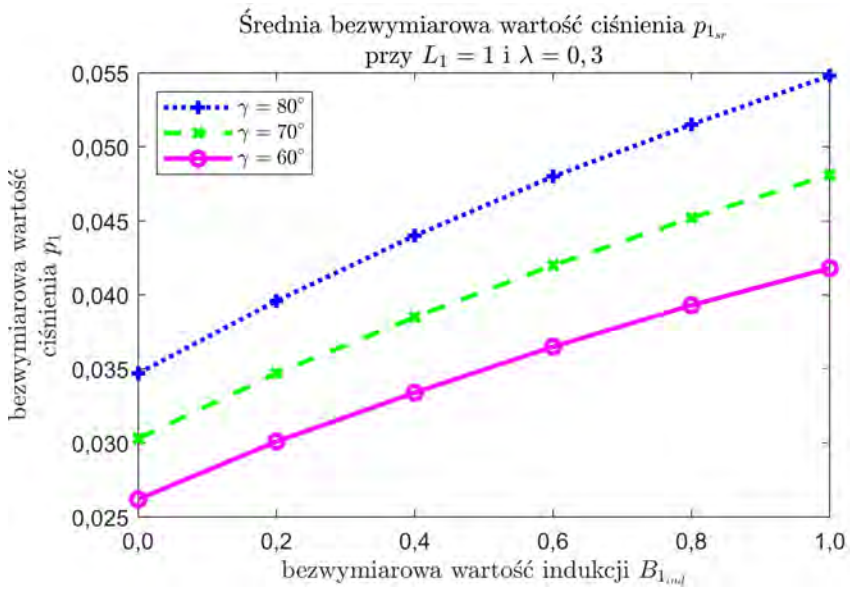
Rys. 4.19. Wartość siły tarcia Fr_1, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



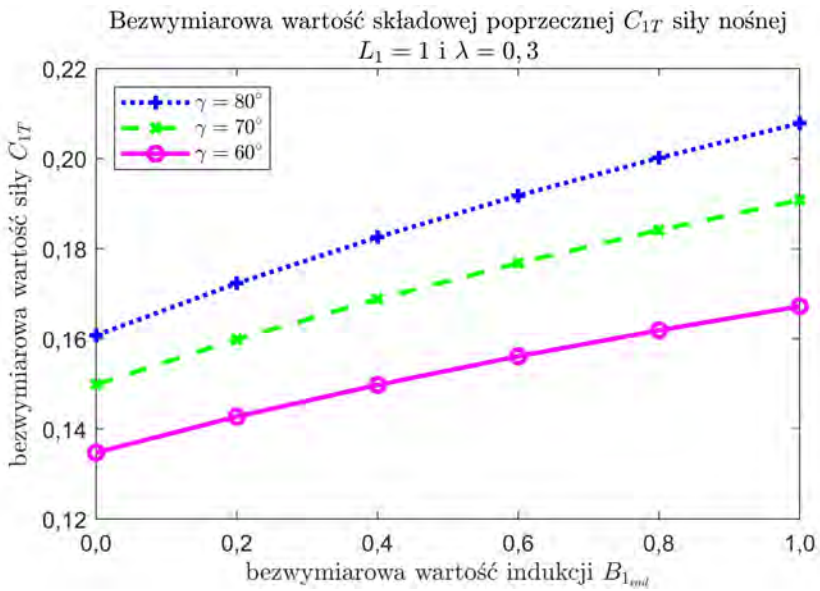
Rys. 4.20. Wartość współczynnika tarcia μ_r, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



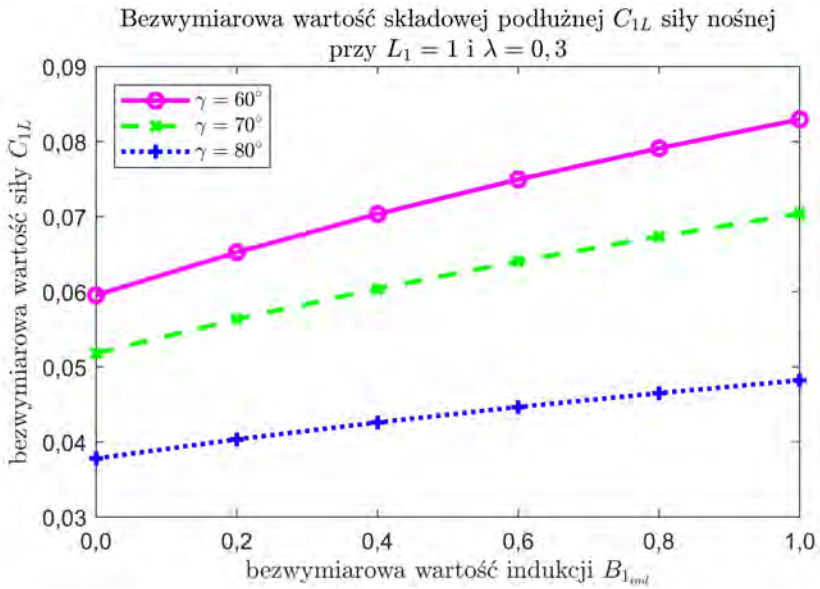
Rys. 4.21. Obliczone wartości maksymalnego ciśnienia p_{1max} generowanego w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



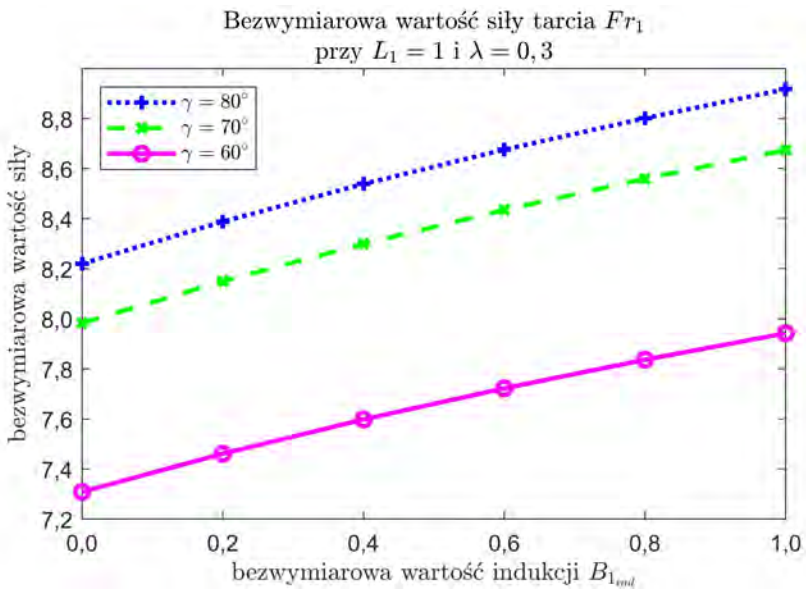
Rys. 4.22. Obliczone wartości średniego ciśnienia p_{1sr} w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



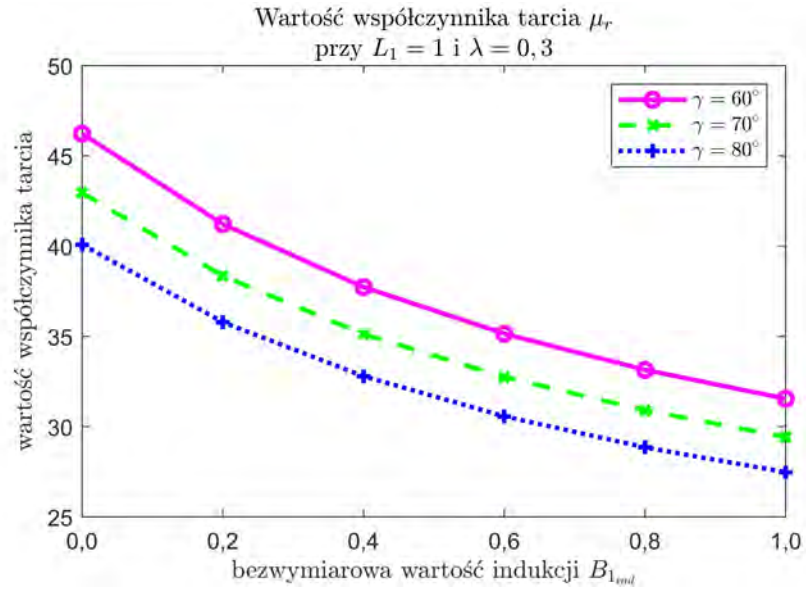
Rys. 4.23. Wartość C_{1T} składowej siły nośnej działającej w kierunku poprzecznym do osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



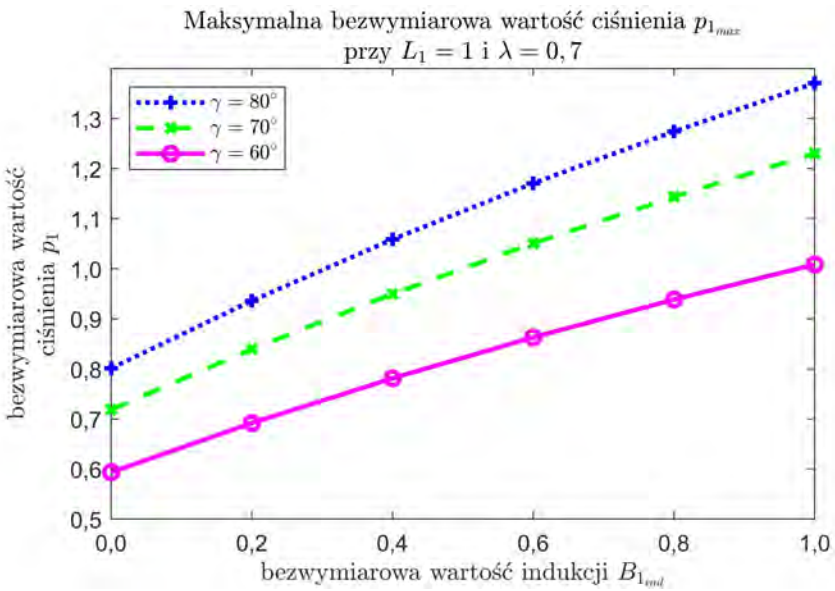
Rys. 4.24. Wartość C_{1L} składowej siły nośnej działającej w kierunku osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



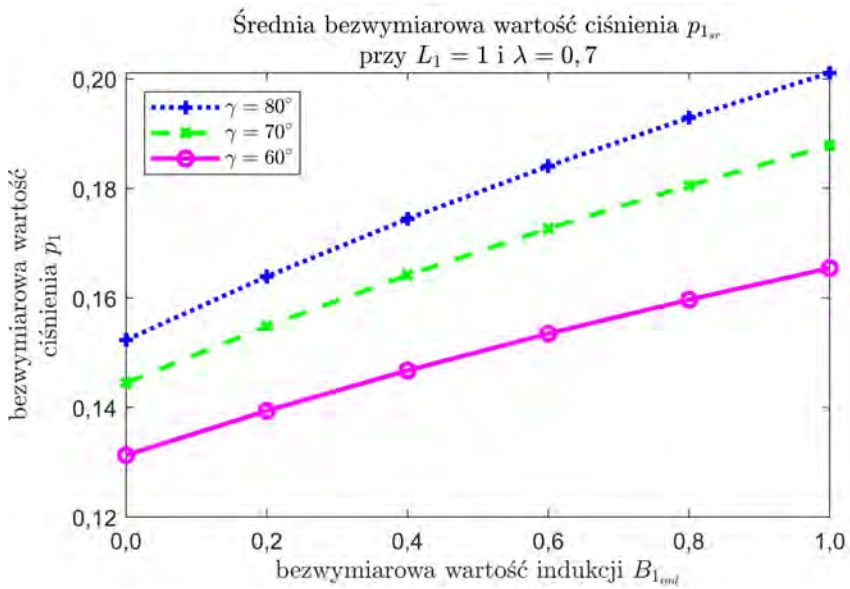
Rys. 4.25. Wartość siły tarcia Fr_1, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



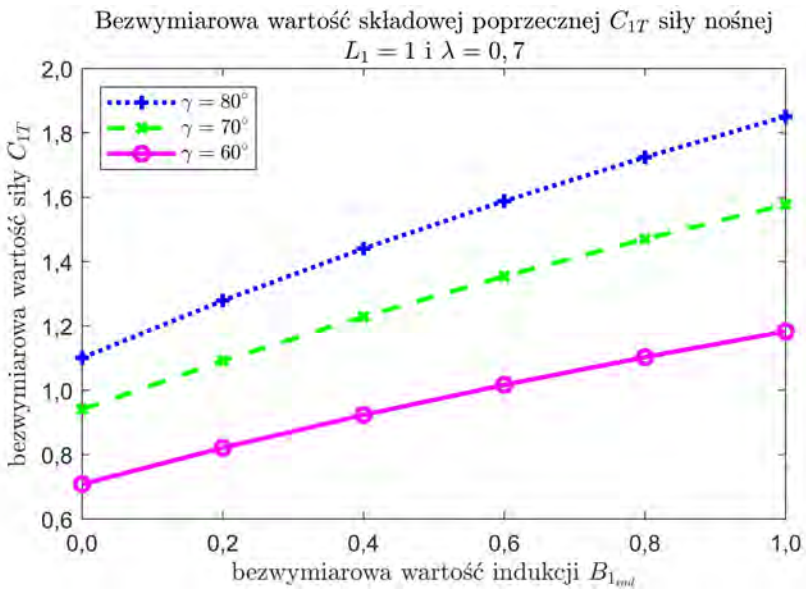
Rys. 4.26. Wartość współczynnika tarcia μ_r, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



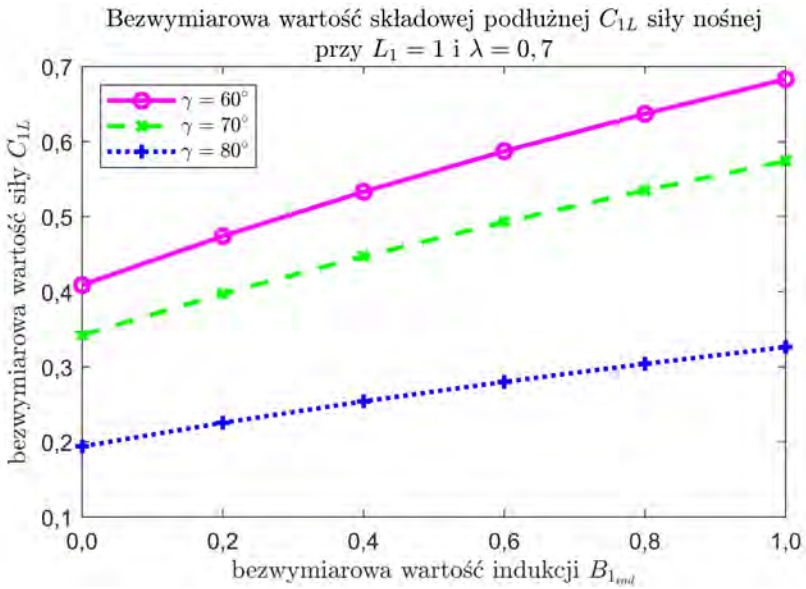
Rys. 4.27. Obliczone wartości maksymalnego ciśnienia p_{1max} generowanego w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



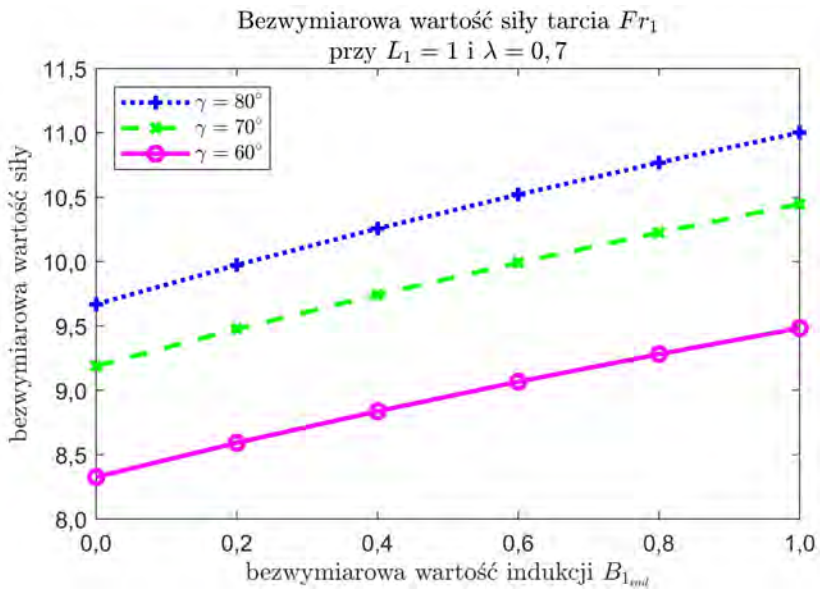
Rys. 4.28. Obliczone wartości średniego ciśnienia p_{1sr} w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



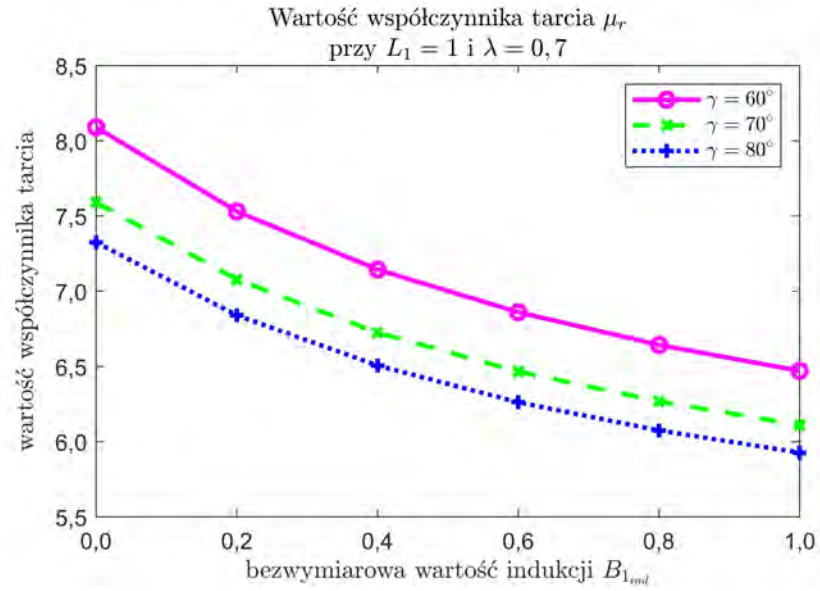
Rys. 4.29. Wartość C_{1T} składowej siły nośnej działającej w kierunku poprzecznym do osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



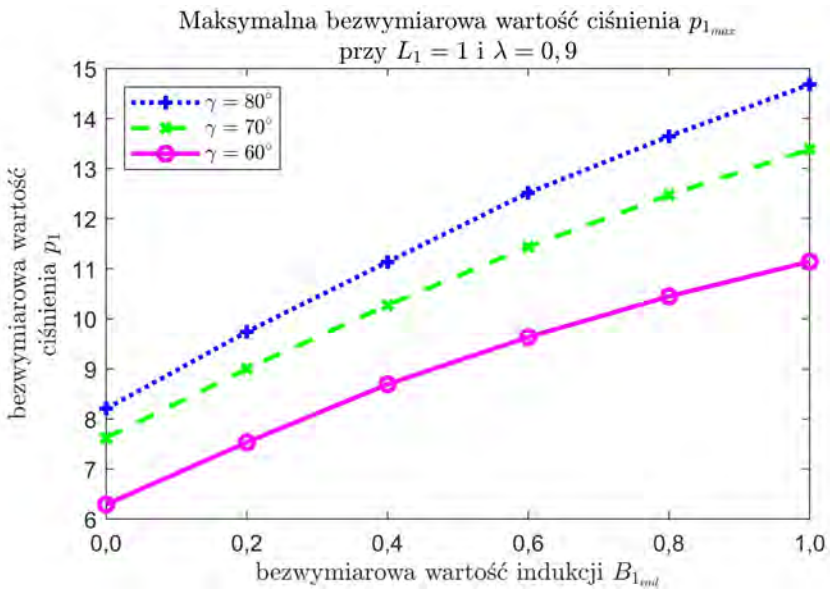
Rys. 4.30. Wartość C_{1L} składowej siły nośnej działającej w kierunku osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



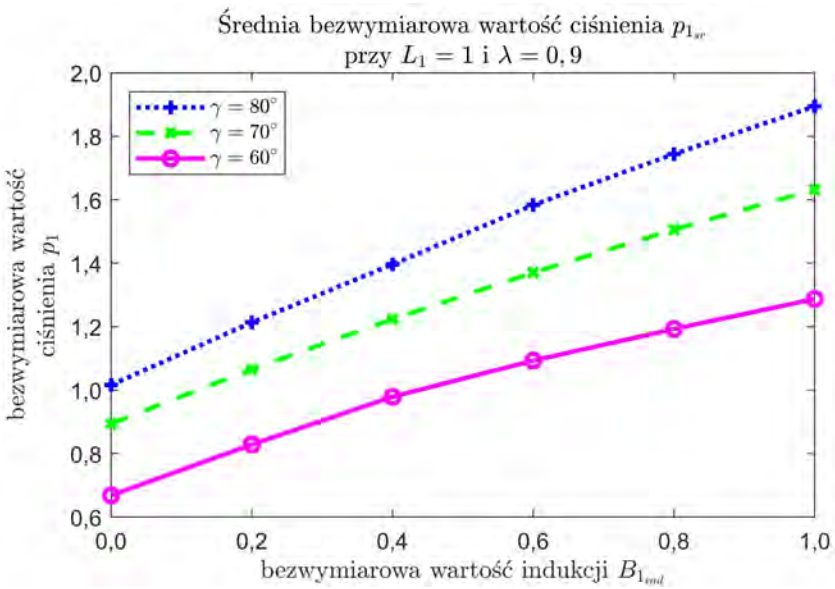
Rys. 4.31. Wartość siły tarcia Fr_1, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



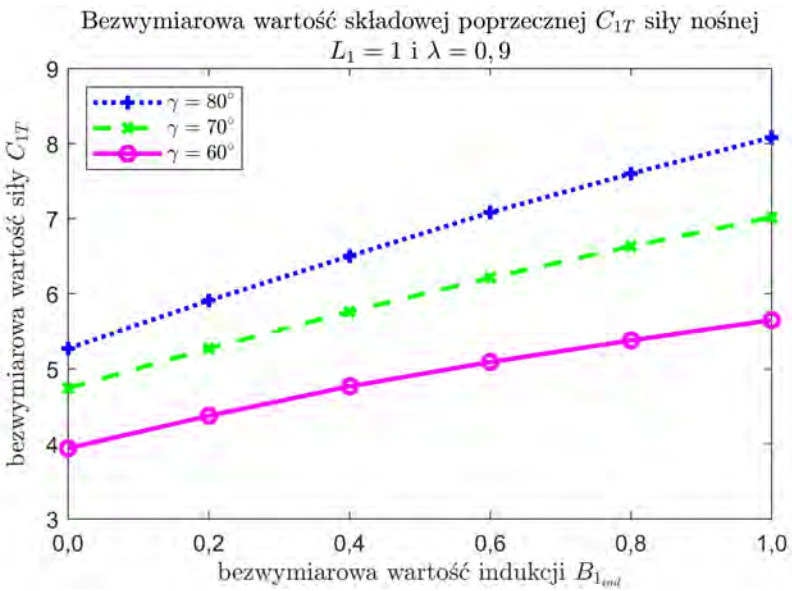
Rys. 4.32. Wartość współczynnika tarcia μ_r, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



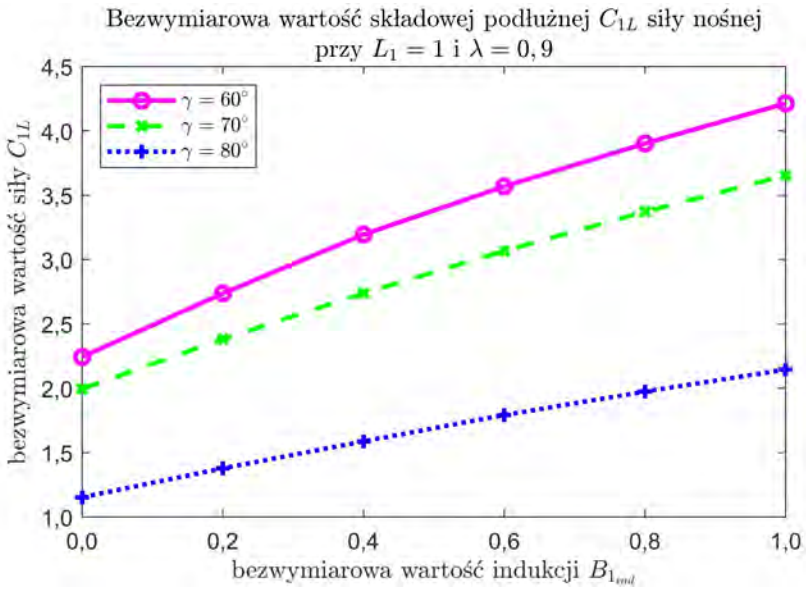
Rys. 4.33. Obliczone wartości maksymalnego ciśnienia p_{1max} generowanego w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



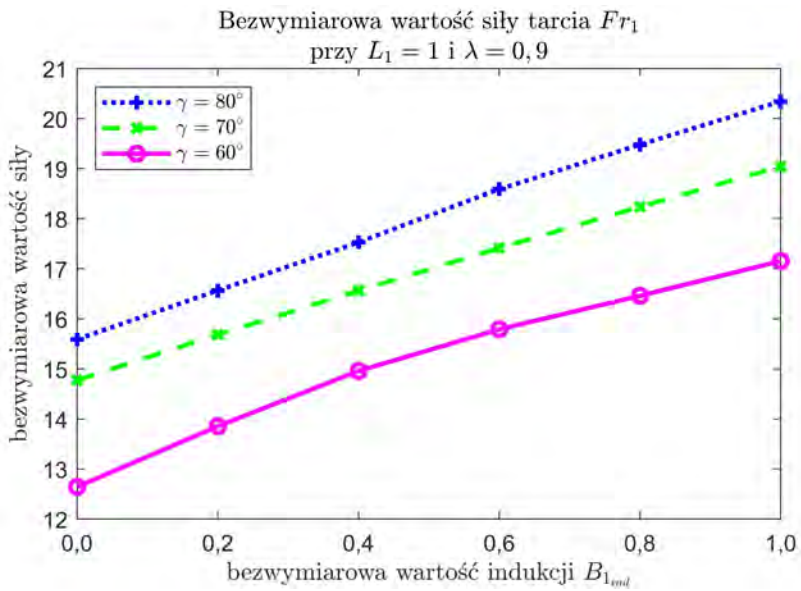
Rys. 4.34. Obliczone wartości średniego ciśnienia p_{1sr} w szczelinie smarnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



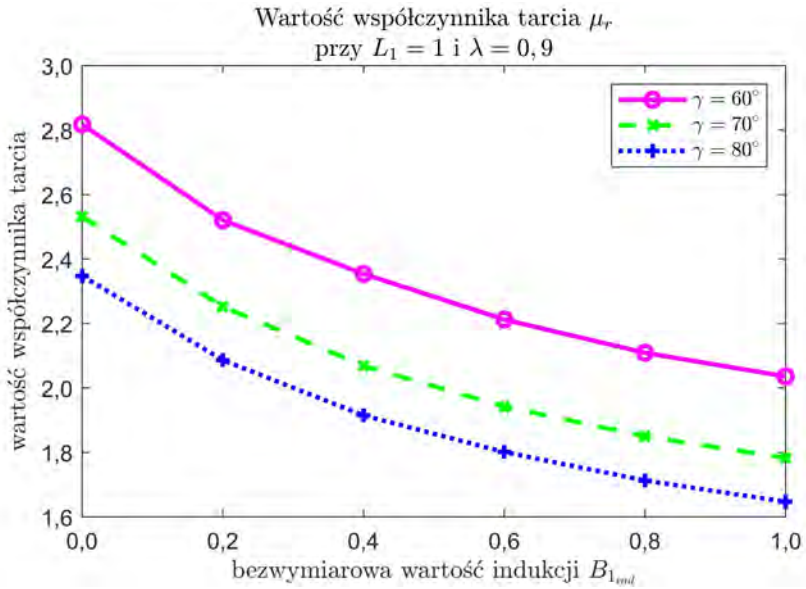
Rys. 4.35. Wartość C_{1T} składowej siły nośnej działającej w kierunku poprzecznym do osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



Rys. 4.36. Wartość C_{1L} składowej siły nośnej działającej w kierunku osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



Rys. 4.37. Wartość siły tarcia Fr_1, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego



Rys. 4.38. Wartość współczynnika tarcia μ_r, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$ oraz rozważanych kątów $\gamma = 60°$, $70°$ oraz $80°$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego

W Tab. 4.1 przedstawiono wpływ oddziaływania pola magnetycznego o bezwymiarowej wartości indukcji $B_{1_{ind}} = 1$ na wyznaczane parametry eksploatacyjne, z wartościami uzyskanymi dla łożyska, na które nie oddziałuje pole (czyli, gdy $B_{1_{ind}} = 0$), przy bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ i dla kątów $\gamma = 60°, 70°, 80°$ oraz mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$. Względne zmiany obliczono zgodnie z równaniem:

$$\delta W_i = \frac{W_i^{B1} - W_i^{B0}}{W_i^{B0}}, \tag{4.1.1}$$

gdzie W_i^{B0} oznacza wartość rozpatrywanej wielkości przy braku pola magnetycznego, a W_i^{B1} odpowiednią wartość, gdy $B_{1_{ind}} = 1$.

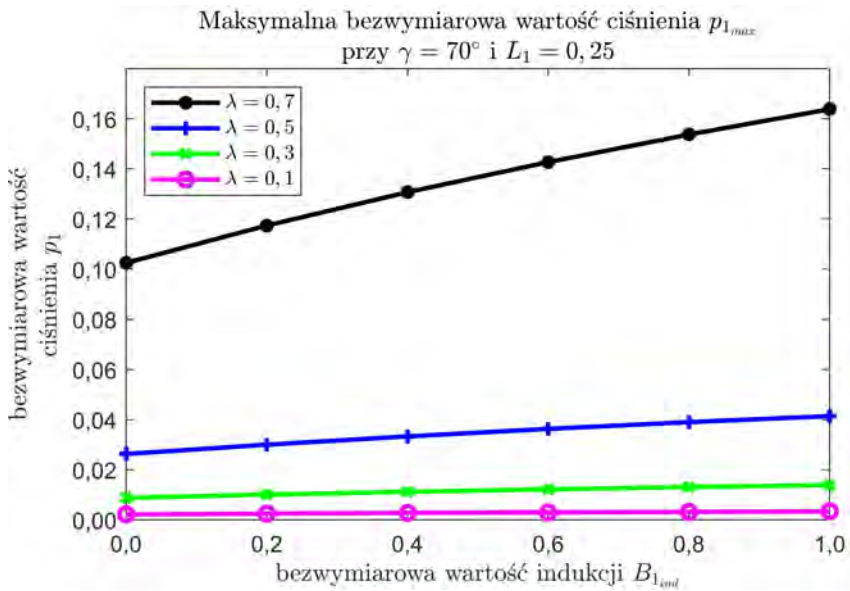
Tab. 4.1. Wpływ oddziaływania stałego pola magnetycznego o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$ na wartości obliczanych parametrów eksploatacyjnych, względem łożyska, na które nie oddziałuje pole magnetyczne, przy $L_1 = 1$ i kątach $\gamma = 60°, 70° i 80°$

	λ	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
$\gamma = 60°$	δC_{1T} [%]	59,1	59,2	61,5	67,0	87,8
	δC_{1L} [%]	59,8	59,2	61,5	67,0	87,8
	δFr_1 [%]	7,7	8,7	10,2	13,9	35,7
	$\delta \mu_r$ [%]	-32,4	-31,8	-31,8	-31,8	-27,7
$\gamma = 70°$	δC_{1T} [%]	57,7	58,6	61,4	67,7	83,0
	δC_{1L} [%]	57,4	58,5	61,3	67,7	83,0
	δFr_1 [%]	7,5	8,7	10,4	13,7	28,9
	$\delta \mu_r$ [%]	-31,7	-31,5	-31,6	-32,2	-29,6
$\gamma = 80°$	δC_{1T} [%]	56,5	58,3	61,4	68,1	86,0
	δC_{1L} [%]	56,3	58,4	61,4	68,1	86,0
	δFr_1 [%]	7,4	8,5	10,1	13,8	30,5
	$\delta \mu_r$ [%]	-31,3	-31,5	-31,8	-32,3	-29,8

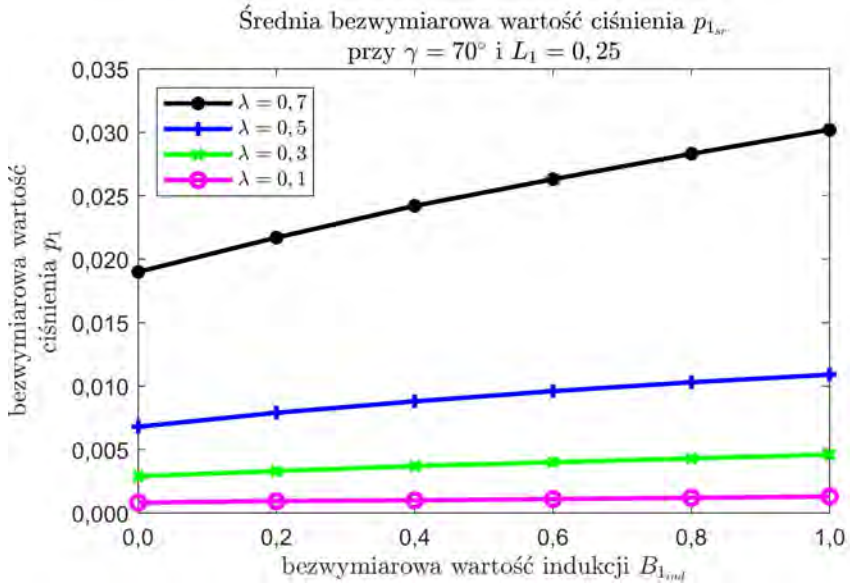
Oddziaływanie polem magnetycznym o $B_{1_{ind}} = 1$ na ferroolej smarujący łożysko stożkowe powodowało przyrosty obliczanych sił nośnych i tarcia oraz zmniejszenie wartości umownego współczynnika tarcia (stąd w tabeli znak „−” przy względnych zmianach wartości współczynnika umownego tarcia). Względne zmiany parametrów dla łożysk o różnych kątach γ były podobne. Siły nośne przyrastały od $56,3$ [%] (łożysko o $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,1$) do $87,8$ [%] (łożysko o $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,9$), siła tarcia od $7,4$ [%] (łożysko o $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,1$) do $35,7$ [%] (łożysko o $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,9$), natomiast względne zmiany współczynnika tarcia od $27,7$ [%] do $32,4$ [%] uzyskano

dla łożyska o $\gamma = 60°$ i pomiędzy przypadkami o mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1$ i $\lambda = 0,9$.

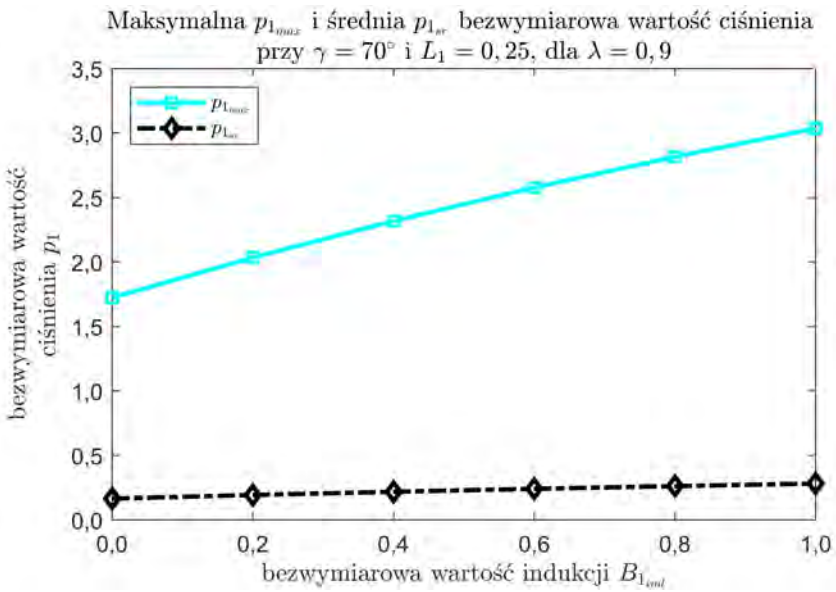
Maksymalna bezwymiarowa wartość ciśnienia $p_{1_{max}}$ dla łożyska stożkowego o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, dla mimośrodowości względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$ i $0,7$ oraz różnych wartości $B_{1_{ind}}$ przedstawiono na wykresie na Rys. 4.39, natomiast średnia wartość ciśnienia $p_{1_{sr}}$ na wykresie na Rys. 4.40. W związku ze względnie dużą różnicą wartości ciśnień dla łożyska o mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, w stosunku do wyników uzyskanych przy mniejszych wartościach λ, obliczone maksymalne $p_{1_{max}}$ i średnie $p_{1_{sr}}$ ciśnienia przedstawiono na osobnym wykresie na Rys. 4.41. W analogiczny sposób, wartości poprzecznej siły nośnej C_{1T} dla łożyska o $L_1 = 0,25$ i przy $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$, $0,7$, pokazano na Rys. 4.42, a wartości C_{1L} składowej podłużnej na Rys. 4.43, natomiast dla łożyska o $\lambda = 0,9$ wartości tych składowych zawarto na wykresie na Rys. 4.44. Rys. 4.45 zawiera wartości sił tarcia, powstających w łożysku o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ przy różnych wartościach $B_{1_{ind}}$, natomiast Rys. 4.46 przedstawia wartości umownego współczynnika tarcia dla tego łożyska.



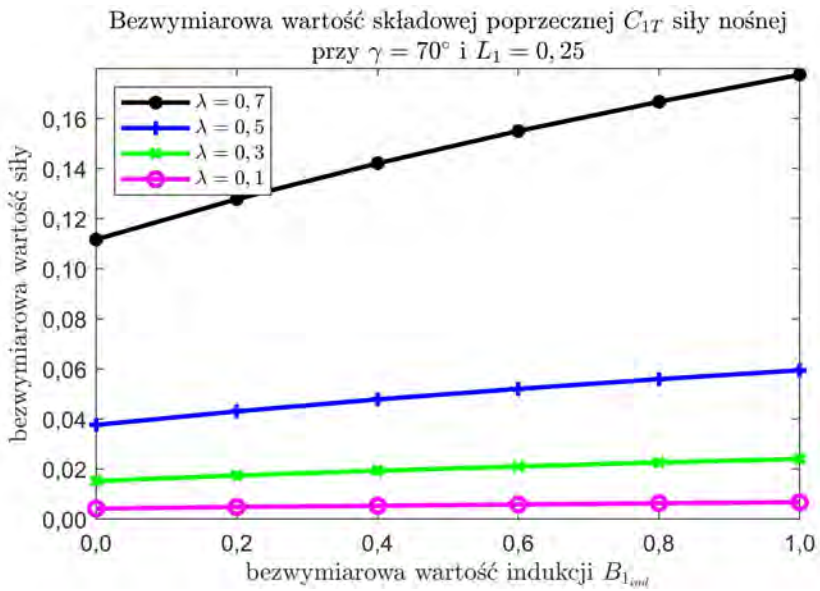
Rys. 4.39. Obliczone wartości maksymalnego ciśnienia p_{1max} generowanego w szczelinie smarnej, gdy założona bezwymiarowa długość łożyska $L_1 = 0,25$ i wartość kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$ oraz $0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



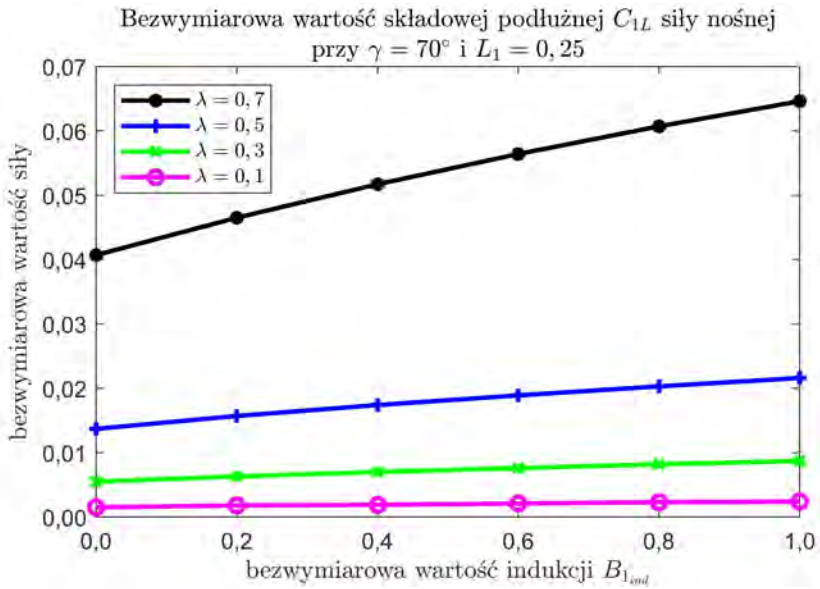
Rys. 4.40. Obliczone wartości średniego ciśnienia p_{1sr} generowanego w szczelinie smarnej, gdy założona bezwymiarowa długość łożyska $L_1 = 0,25$ i wartość kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$ oraz $0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



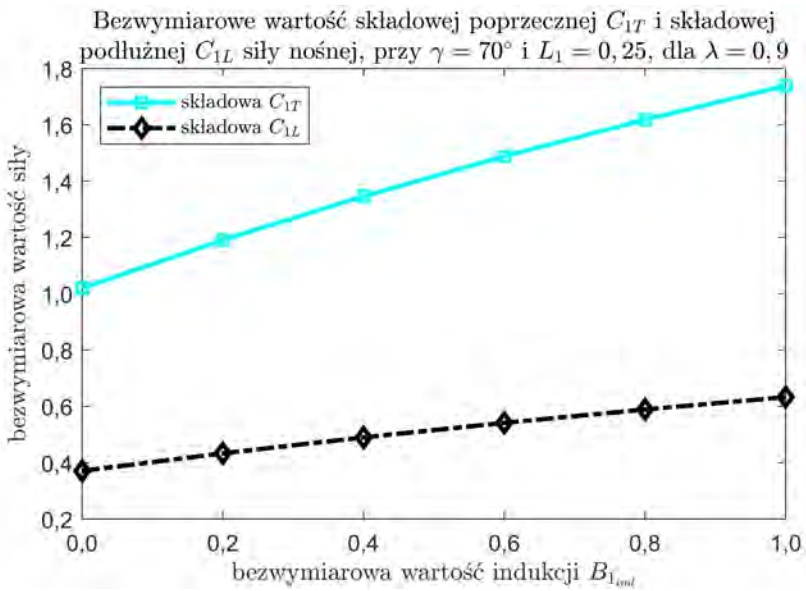
Rys. 4.41. Obliczone wartości maksymalnego p_{1max} i średniego p_{1sr} ciśnienia generowanego w szczelinie smarnej, gdy założona bezwymiarowa długość łożyska $L_1 = 0,25$ i wartość kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



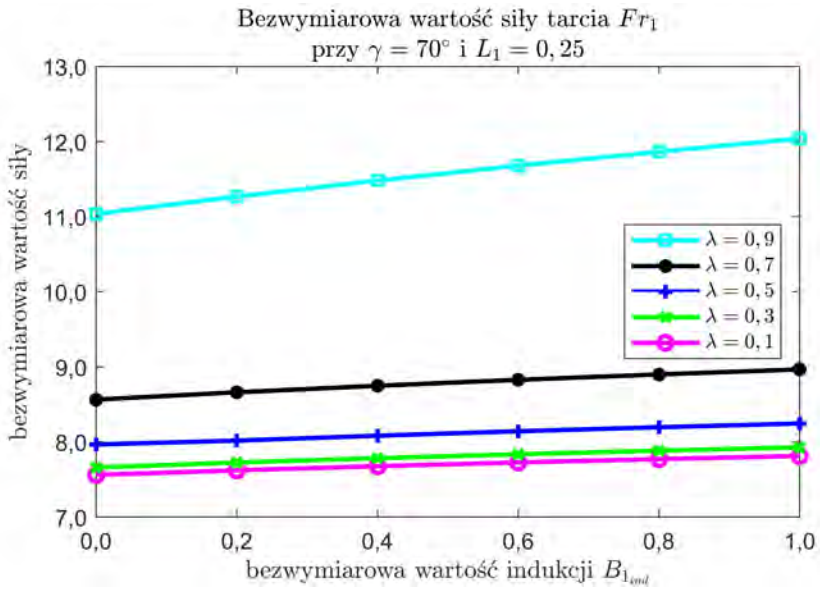
Rys. 4.42. Wartość C_{1T} składowej siły nośnej działającej w kierunku poprzecznym do osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$ oraz $0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



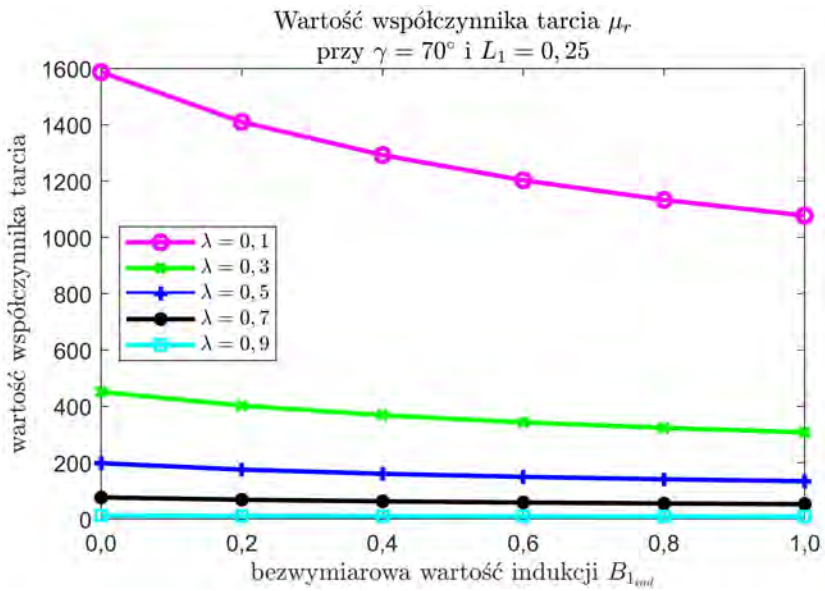
Rys. 4.43. Wartość C_{1L} składowej siły nośnej działającej w kierunku osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$ oraz $0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



Rys. 4.44. Wartość składowej C_{1T} i składowej C_{1L} siły nośnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$, wartości kąta $\gamma = 70°$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



Rys. 4.45. Wartość siły tarcia Fr_1, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$, $0,7$ oraz $0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



Rys. 4.46. Wartość współczynnika tarcia μ_r, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1,\ 0,3,\ 0,5,\ 0,7$ oraz $0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

W Tab. 4.2 przedstawiono wpływ oddziaływania polem magnetycznym o bezwymiarowej wartości indukcji $B_{1_{ind}} = 1$ na wyznaczane parametry eksploatacyjne, w porównaniu z parametrami uzyskanymi przy $B_{1_{ind}} = 0$, dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i wartości kąta $\gamma = 70°$ oraz mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$. Względne zmiany obliczono zgodnie z zależnością (4.1.1).

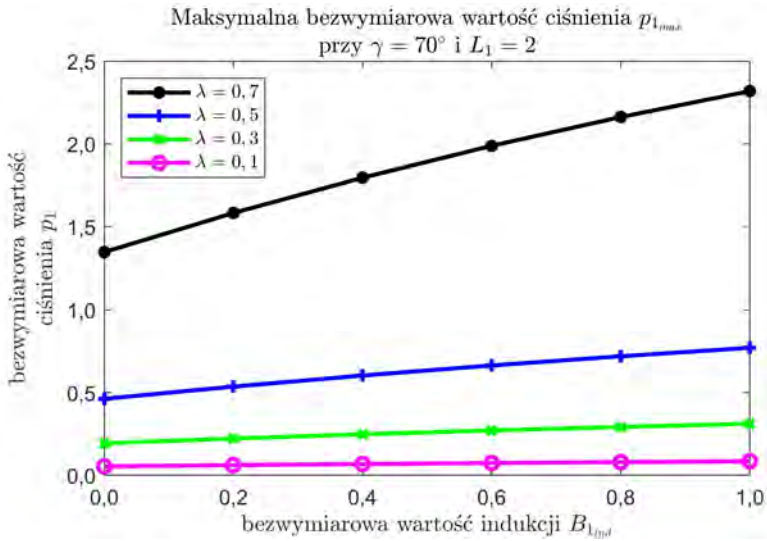
Tab. 4.2. Wpływ oddziaływania stałego pola magnetycznego o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$ na wartości obliczanych parametrów eksploatacyjnych, względem łożyska, na które nie oddziałuje pole magnetyczne, przy $L_1 = 0,25$ i kącie $\gamma = 70°$

λ	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
δC_{1T} [%]	59,5	57,9	58,0	58,9	70,5
δC_{1L} [%]	60,0	58,2	57,7	58,7	70,5
δFr_1 [%]	7,1	7,3	7,0	8,8	14,3
$\delta \mu_r$ [%]	-32,1	-31,8	-32,3	-31,5	-33,0

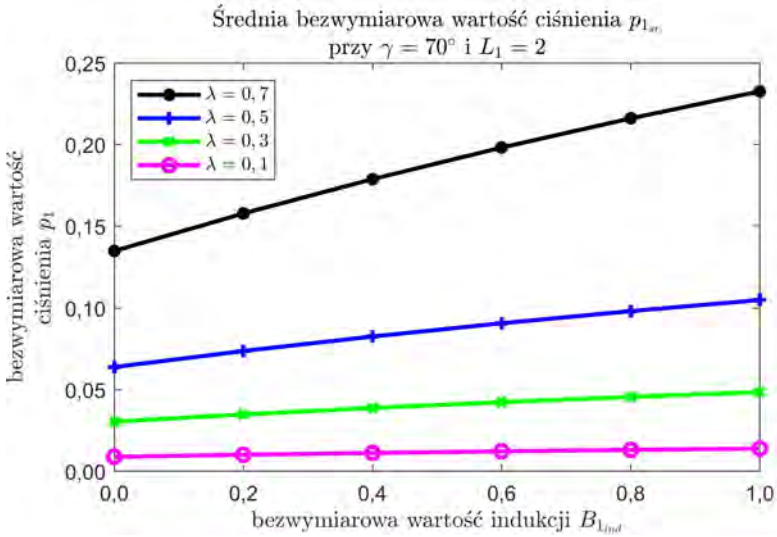
Największe względne przyrosty wartości sił nośnych, wynoszące $70,5$ [%] i siły tarcia, wynoszący $14,3$ [%], dla tego łożyska, wystąpiły przy mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy której zaobserwowano również największe względny spadek wartości umownego współczynnika tarcia, wynoszący $33,0$ [%].

W adekwatny sposób przedstawiono wyniki obliczeń dla łożyska o wartości kąta

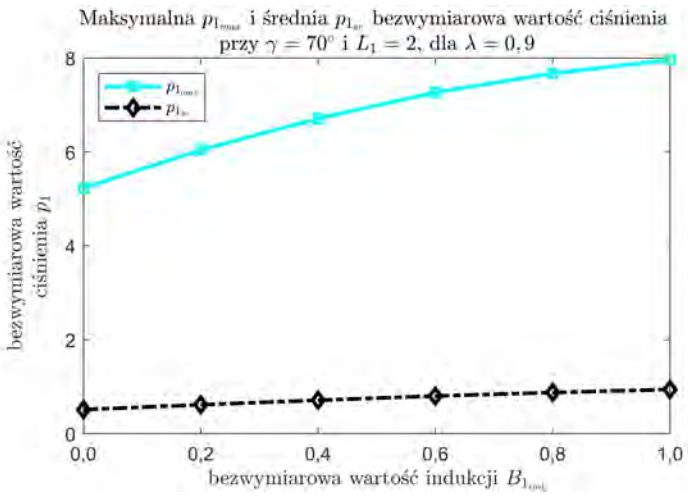
$\gamma = 70°$, lecz o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, gdzie maksymalna bezwymiarowa wartość ciśnienia $p_{1_{max}}$, przy rozpatrywanych wartościach $\lambda = 0,1, 0,3, 0,5, 0,7$ i dla różnych wartości $B_{1_{ind}}$, została przedstawiona na Rys. 4.47, średnia wartość ciśnienia $p_{1_{sr}}$ na na Rys. 4.48, natomiast na oddzielnym wykresie na Rys. 4.49 pokazano te wartości, gdy $\lambda = 0,9$.



Rys. 4.47. Obliczone wartości maksymalnego ciśnienia p_{1max} generowanego w szczelinie smarnej, gdy założona bezwymiarowa długość łożyska $L_1 = 2$ i wartość kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1, 0,3, 0,5$ oraz $0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

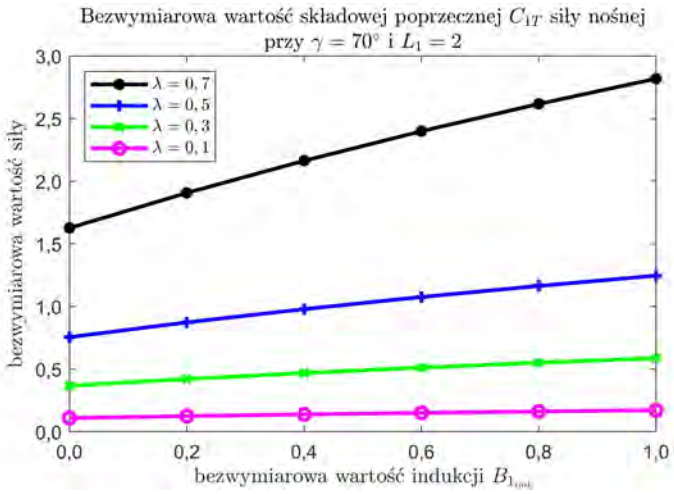


Rys. 4.48. Obliczone wartości średniego ciśnienia p_{1sr} generowanego w szczelinie smarnej, gdy założona bezwymiarowa długość łożyska $L_1 = 2$ i wartość kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1, 0,3, 0,5$ oraz $0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

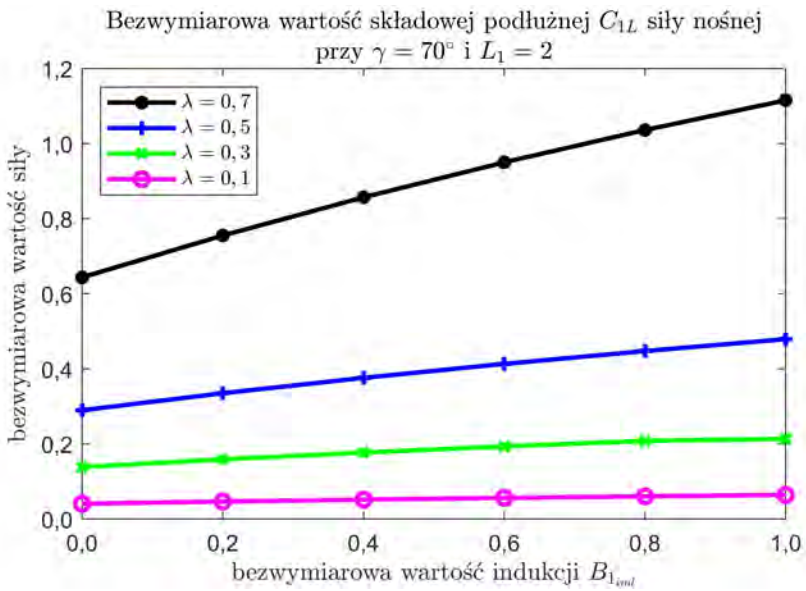


Rys. 4.49. Obliczone wartości maksymalnego p_{1max} i średniego p_{1sr} ciśnienia generowanego w szczelinie smarnej, gdy założona bezwymiarowa długość łożyska $L_1 = 2$ i wartość kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

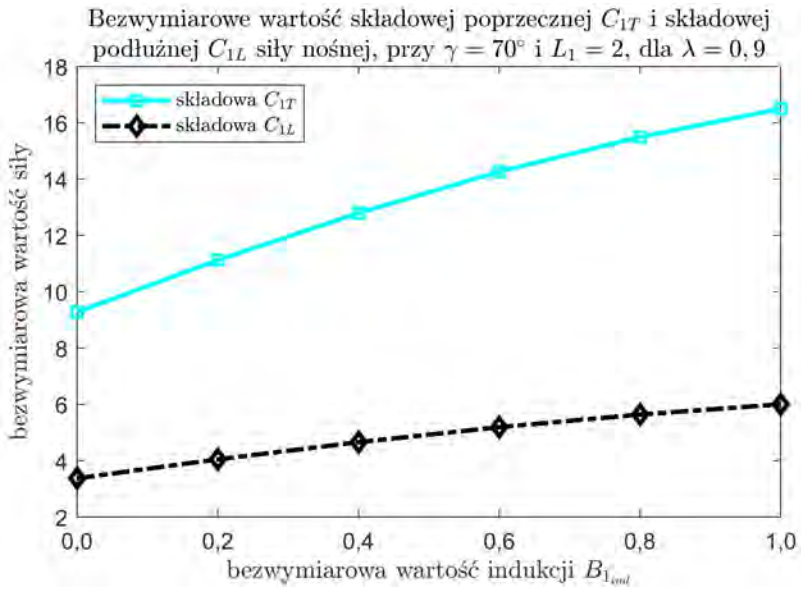
Wartości generowanej poprzecznej siły nośnej C_{1T} dla $\lambda = 0,1,\ 0,3,\ 0,5,\ 0,7$ zaprezentowano na Rys. 4.50, wartości składowej podłużnej C_{1L} pokazano na Rys. 4.51, a dla łożyska o $\lambda = 0,9$ wartości tych składowych zawarto na Rys. 4.52. Rys. 4.53 zawiera wartości sił tarcia w tym łożysku, natomiast Rys. 4.54 przedstawia odpowiadające im wartości umownego współczynnika tarcia.



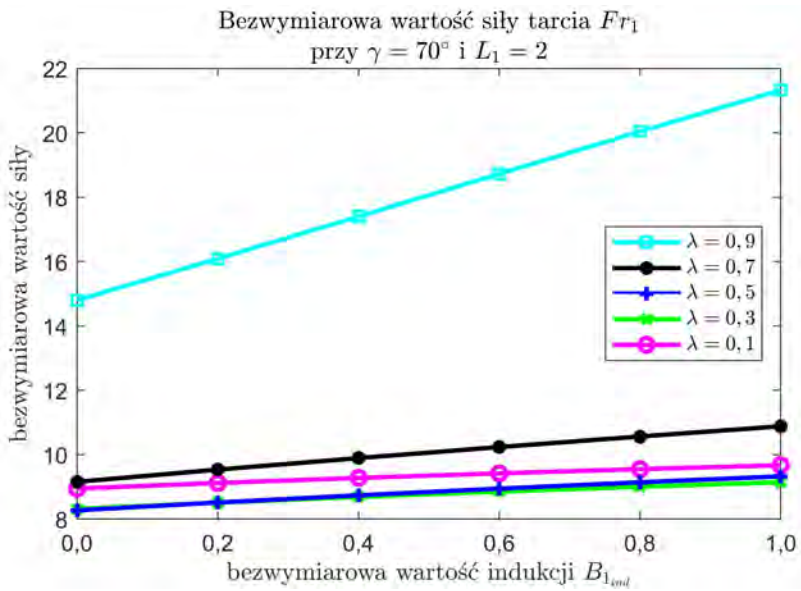
Rys. 4.50. Wartość C_{1T} składowej siły nośnej działającej w kierunku poprzecznym do osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1,\ 0,3,\ 0,5$ oraz $0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



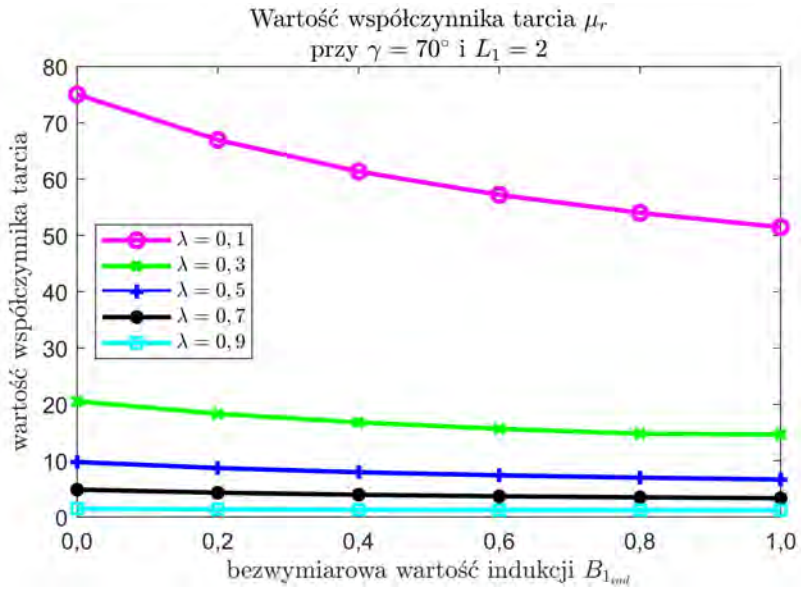
Rys. 4.51. Wartość C_{1L} składowej siły nośnej działającej w kierunku osi obrotu czopa łożyska, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1, 0,3, 0,5$ oraz $0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



Rys. 4.52. Wartość składowej C_{1T} i składowej C_{1L} siły nośnej, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$, wartości kąta $\gamma = 70°$ i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



Rys. 4.53. Wartość siły tarcia Fr_1, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$ $0,7$ oraz $0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



Rys. 4.54. Wartość współczynnika tarcia μ_r, dla założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ i wartości kąta $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1$, $0,3$, $0,5$ $0,7$ oraz $0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

W Tab. 4.3 przedstawiono wpływ pola magnetycznego o bezwymiarowej wartości indukcji $B_{1_{ind}} = 1$ na wyznaczane parametry eksploatacyjne, w porównaniu z parametrami uzyskanymi przy $B_{1_{ind}} = 0$, dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$ i wartości kąta $\gamma = 70°$ oraz mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$. Względne zmiany obliczono zgodnie z równaniem (4.1.1).

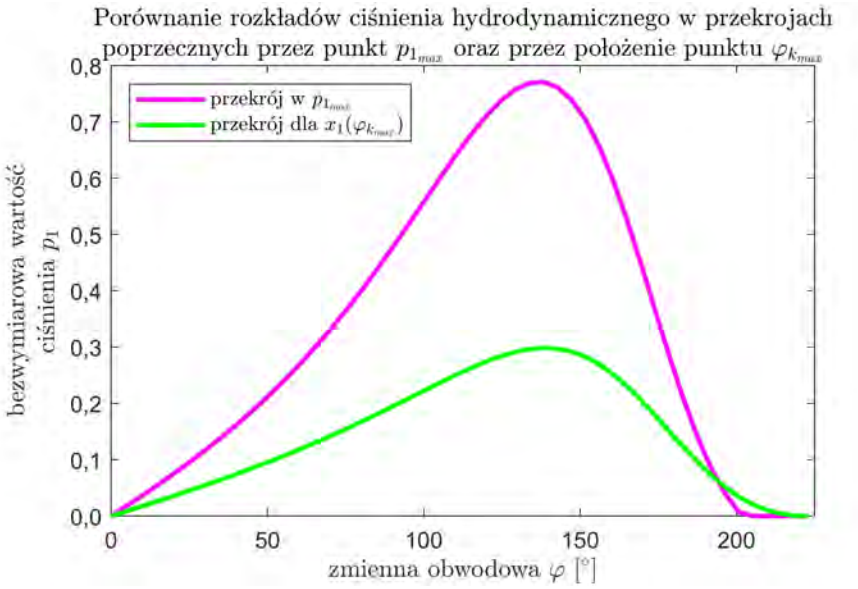
Tab. 4.3. Wpływ oddziaływania stałego pola magnetycznego o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$ na wartości obliczanych parametrów eksploatacyjnych, względem łożyska, na które nie oddziałuje pole magnetyczne, przy $L_1 = 2$ i kącie $\gamma = 70°$

λ	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
δC_{1T} [%]	57,7	54,4	65,3	73,2	77,8
δC_{1L} [%]	57,6	54,3	65,3	73,2	77,8
δFr_1 [%]	8,1	10,0	12,8	8,1	44,1
$\delta \mu_r$ [%]	-31,4	-28,8	-31,8	-31,4	-19,0

Prezentowane rozkłady ciśnienia w przekroju poprzecznym przez punkt występowania maksymalnego ciśnienia $p_{1_{max}}$ osiągają wartość bezwymiarowego ciśnienia równą zeru dla wartości kąta φ_k (koniec filmu olejowego w przekroju poprzecznym dla $x_1(p_{1_{max}})$) innej niż maksymalna wartość kąta $\varphi_{k_{max}}$ (czyli dla $x_1(\varphi_{k_{max}})$) występowania końca filmu olejowego. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że te dwa położenia mogą być przesunięte względem siebie, a ta różnica wzrasta dla łożysk o większych wartościach L_1. Przykładowe porównanie omówionych rozkładów, dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$, $L_1 = 2$ i $\lambda = 0,5$ i indukcji $B_{1_{ind}} = 1,0$, przedstawiono na Rys. 4.55. W tym przypadku, z obliczeń uzyskano: $x_1(p_{1_{max}}) = 0,24$ oraz $x_1(\varphi_{k_{max}}) = -0,64$.

W Tab. 4.4 przedstawiono wartości współrzędnych $\varphi_{p1_{max}}$ i $x_{1_{p1_{max}}}$, które określają położenie występowania maksymalnej bezwymiarowej wartości ciśnienia w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego o kącie $\gamma = 60°$ i $L_1 = 1$, dla różnych wartości mimośrodowości względnych λ, w zależności od wartości indukcji $B_{1_{ind}}$ oddziałującego na ferroolej pola magnetycznego. Tab. 4.5 zawiera współrzędne określające położenie maksymalnego ciśnienia $p_{1_{max}}$ dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kącie $\gamma = 70°$, natomiast w Tab. 4.6 zapisane są wartości tych współrzędnych dla łożyska o $L_1 = 1$ i $\gamma = 80°$. Tab. 4.7 również przedstawia położenie $p_{1_{max}}$ dla łożyska o $\gamma = 70°$ i $L_1 = 0,25$, jednak od razu dla całego zakresu badanych wartości $B_{1_{ind}}$, ponieważ w tym przypadku nie udało się wykazać wpływu wartości indukcji pola na położenie maksymalnej wartości ciśnienia. Węzły siatki obliczeniowej były zbyt odległe od siebie, aby wykazać subtelne zmiany położenia $p_{1_{max}}$, dla tak krótkiego łożyska. Bardziej istotny wpływ pola magnetycznego na

położenie $p_{1_{max}}$ zaobserwowano dla łożyska o $\gamma = 70°$ i $L_1 = 2$, dla którego wyniki przedstawiono w Tab. 4.8.



Rys. 4.55. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego w przekrojach poprzecznych przez punkt występowania maksymalnego ciśnienia $p_{1_{max}}$ oraz przez punkt występowania maksymalnej wartości końca filmu olejowego $\varphi_{k_{max}}$, dla łożyska o $\gamma = 70°$, $L_1 = 2$ i $\lambda = 0,5$, przy $B_{1_{ind}} = 1,0$

Tab. 4.4. Położenie węzła siatki, dla którego obliczone ciśnienie hydrodynamiczne osiągnęło maksymalną wartość $p_{1_{max}}$ w szczelinie smarnej łożyska o kącie $\gamma = 60°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 1$

$B_{1_{ind}}$		$\lambda = 0,1$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,7$	$\lambda = 0,9$
$0,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	103,5	125,9	139,9	151,1	159,4
	$x_{1p_{1max}}$	-0,04	0,00	0,04	0,12	0,32
$0,2$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	103,5	125,9	139,9	151,1	159,4
	$x_{1p_{1max}}$	-0,04	0,00	0,04	0,12	0,32
$0,4$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	103,5	125,9	139,9	151,1	163,3
	$x_{1p_{1max}}$	-0,04	0,00	0,04	0,12	0,32
$0,6$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	103,5	125,9	139,9	151,1	163,3
	$x_{1p_{1max}}$	-0,04	0,00	0,04	0,12	0,28
$0,8$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	103,5	125,9	139,9	151,1	163,3
	$x_{1p_{1max}}$	-0,04	0,00	0,04	0,12	0,28
$1,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	103,5	125,9	139,9	151,1	163,3
	$x_{1p_{1max}}$	-0,04	0,00	0,04	0,12	0,24

Tab. 4.5. Położenie węzła siatki, dla którego obliczone ciśnienie hydrodynamiczne osiągnęło maksymalną wartość $p_{1_{max}}$ w szczelinie smarnej łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 1$

$B_{1_{ind}}$		$\lambda = 0,1$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,7$	$\lambda = 0,9$
$0,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,6	123,2	141,9	155,0	166,8
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,04	0,08	0,28
$0,2$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,6	123,2	136,7	151,0	166,8
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,04	0,08	0,24
$0,4$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,6	123,2	136,7	151,0	163,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,04	0,08	0,24
$0,6$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,6	123,2	136,7	151,0	163,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,04	0,08	0,24
$0,8$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,6	123,2	136,7	151,0	163,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,04	0,08	0,24
$1,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,6	123,2	136,7	151,0	163,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,04	0,08	0,20

Tab. 4.6. Położenie węzła siatki, dla którego obliczone ciśnienie hydrodynamiczne osiągnęło maksymalną wartość $p_{1_{max}}$ w szczelinie smarnej łożyska o kącie $\gamma = 80°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 1$

$B_{1_{ind}}$		$\lambda = 0,1$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,7$	$\lambda = 0,9$
$0,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,1	123,5	142,1	154,3	166,9
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,16
$0,2$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,1	123,5	137,9	154,3	166,9
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,16
$0,4$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,1	123,5	137,9	154,3	166,9
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,16
$0,6$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,1	123,5	137,9	154,3	166,9
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,16
$0,8$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,1	123,5	137,9	154,3	166,9
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,16
$1,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,1	123,5	137,9	154,3	163,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,00	0,04	0,12

Tab. 4.7. Położenie węzła siatki, dla którego obliczone ciśnienie hydrodynamiczne osiągnęło maksymalną wartość $p_{1_{max}}$ w szczelinie smarnej łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$

$B_{1_{ind}}$		$\lambda = 0,1$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,7$	$\lambda = 0,9$
$0,0 - 1,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	107,0	129,9	141,3	156,0	166,3
	$x_{1p_{1max}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tab. 4.8. Położenie węzła siatki, dla którego obliczone ciśnienie hydrodynamiczne osiągnęło maksymalną wartość $p_{1_{max}}$ w szczelinie smarnej łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 2$

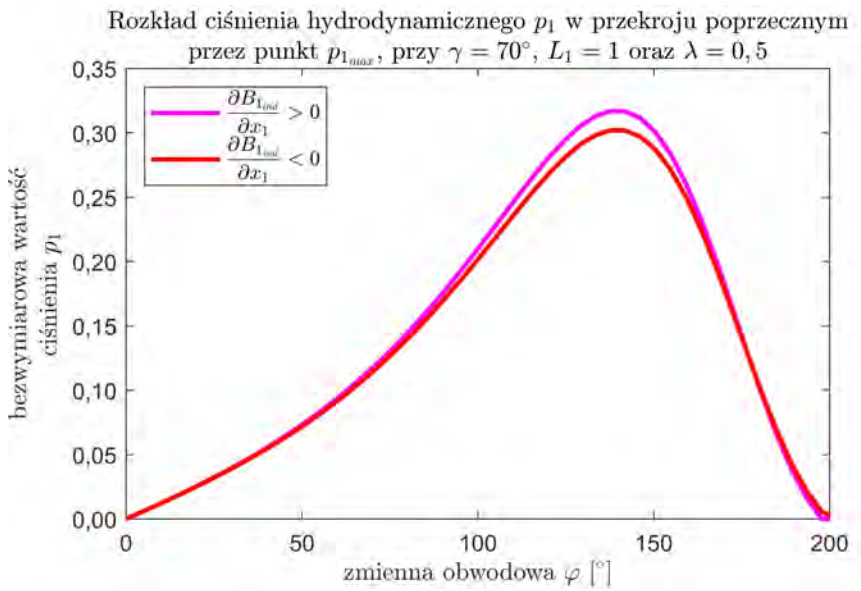
$B_{1_{ind}}$		$\lambda = 0,1$	$\lambda = 0,3$	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,7$	$\lambda = 0,9$
$0,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,2	122,7	138,3	150,5	164,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,16	0,16	0,24	0,36	0,48
$0,2$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,2	122,7	138,3	150,5	164,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,16	0,16	0,24	0,36	0,44
$0,4$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,2	122,7	138,3	150,5	164,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,16	0,20	0,24	0,32	0,40
$0,6$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,2	122,7	138,3	150,5	164,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,16	0,20	0,24	0,32	0,36
$0,8$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,2	122,7	138,3	150,5	164,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,16	0,20	0,24	0,32	0,32
$1,0$	$\varphi_{p_{1max}}$ [°]	104,2	122,7	138,3	150,5	164,0
	$x_{1p_{1max}}$	0,16	0,20	0,24	0,32	0,28

Charakter zmian obliczanych wielkości jest podobny we wszystkich rozpatrzonych przypadkach. Oddziaływanie jednorodnym polem magnetycznym powoduje jednakowe przyrosty wartości funkcji (2.8.146), opisującej wpływ pola magnetycznego na wartość lepkości. Wart uwagi jest również fakt, że jeżeli rozkład wartości indukcji pola ma stałą wartość, wówczas pochodne w równaniach (2.4.77) i (2.4.90) są równe zeru i całe człony M_1 i M_3 nie wpływają na obliczenia.

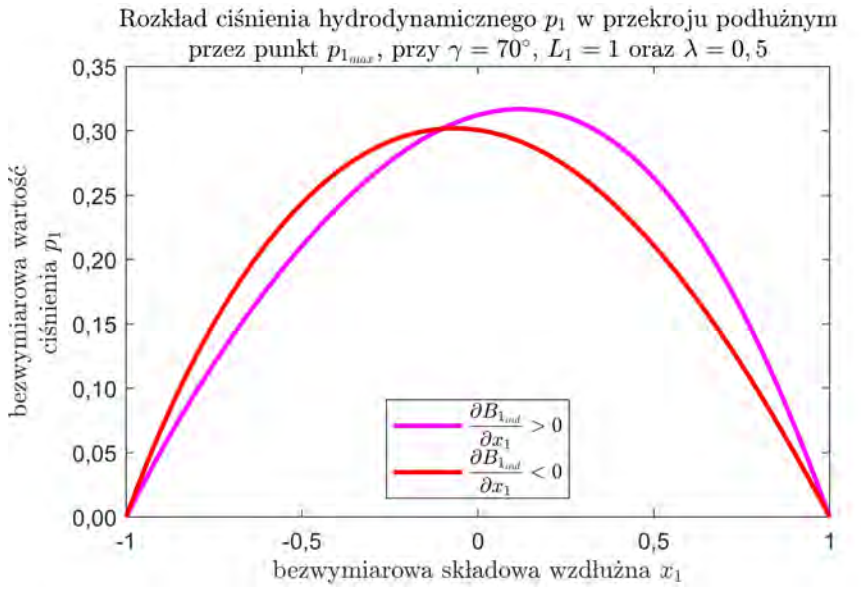
Na podstawie przeprowadzonych rozważań można wywnioskować, że oddziaływanie zewnętrznym polem magnetycznych na ferrolej w szczelinie stożkowego łożyska ślizgowego daje możliwość zmiany wartości generowanych przez nie sił nośnych. Daje to sposobność korygowania mimośrodowości w taki sposób, aby utrzymać jej stałą zadaną wartość, ale eksploatować łożysko przy różnych wartościach obciążeń statycznych.

4.2 Wpływ niejednorodnego pola magnetycznego na parametry pracy stożkowego łożyska ślizgowego

W pracy przeprowadzono także modelowanie hydrodynamicznego smarowania ferroolejem stożkowego łożyska ślizgowego w stałym, ale niejednorodnym polu magnetycznym. Autor nie porusza tematu dotyczącego możliwości realizacji technicznej układu, którym takie pole mogłoby być wytworzone, przyjmuje jednak, że fizycznie najprościej uzyskać zmiany pola w kierunku wyznaczonym przez oś x_1 przyjętego układu współrzędnych. W symulacjach rozpatrywano liniowe zmiany wartości składowej H_3 natężenia pola magnetycznego dla dwóch przypadków: w pierwszym przyjęto, że składowa H_3 zmienia swoją wartość od 0 dla $x_1 = -1$, do 1 dla $x_1 = 1$, w drugim przypadku założono, że wartość składowej H_3 maleje względem zmiennej x_1 od wartości równej 1 dla $x_1 = -1$ do 0 dla $x_1 = 1$. Uzyskano odpowiadające im, liniowe zmiany wartości indukcji $B_{1_{ind}}$. Wyniki tych badań przedstawiono na poniższych wykresach. Rys. 4.56 przedstawia wartości ciśnienia w przekroju poprzecznym, natomiast Rys. 4.57 w przekroju podłużnym dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$, $L_1 = 1$ i mimośrodowości $\lambda = 0,5$, gdzie jako $\frac{\partial B_{1_{ind}}}{\partial x_1} > 0$ oznaczono rozkłady przy liniowo przyrastającej wartości indukcji, natomiast dla drugiej sytuacji i malejącej indukcji wyniki oznaczono jako $\frac{\partial B_{1_{ind}}}{\partial x_1} < 0$. Różnica pomiędzy uzyskanymi rozkładami jest uwydatniona na wykresie dla przekroju podłużnego, gdzie ukazuje się znaczne przesunięcie obszarów występowania maksymalnych ciśnień.

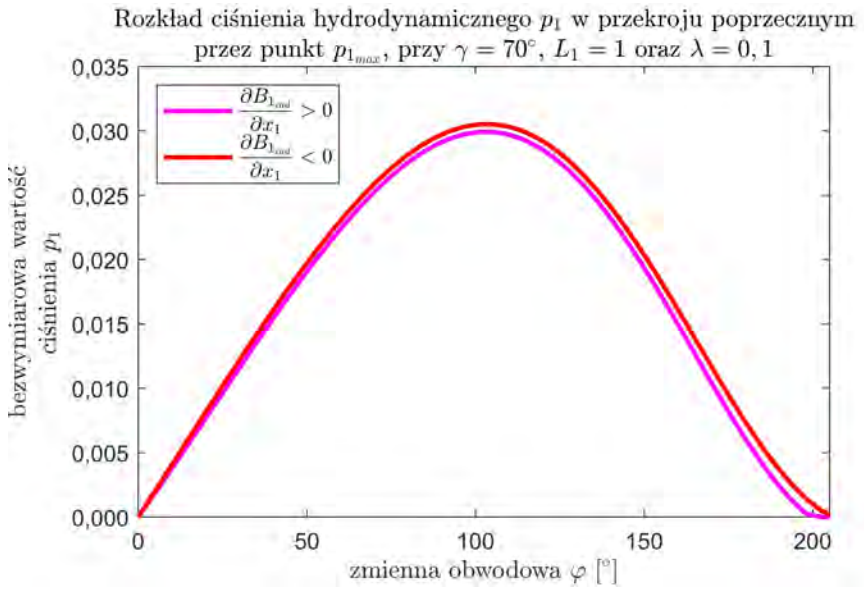


Rys. 4.56. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



Rys. 4.57. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1

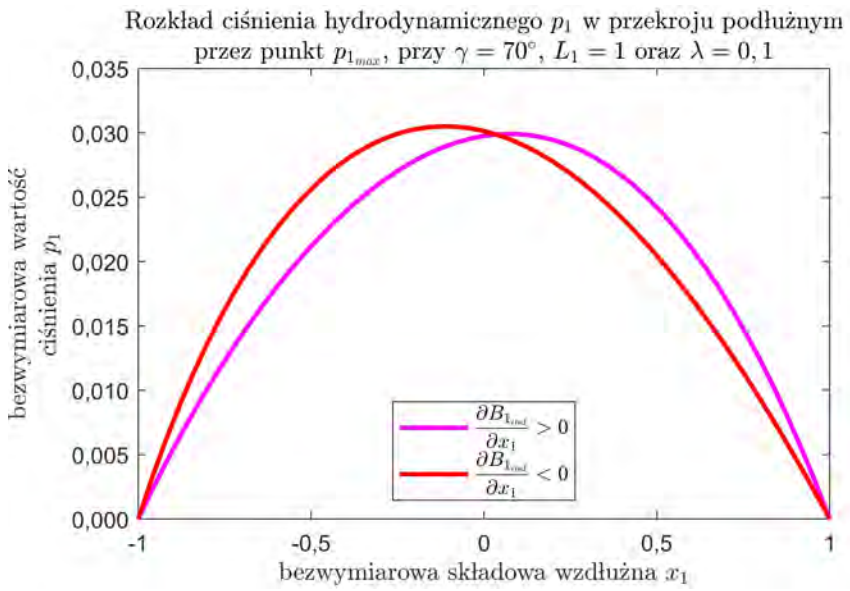
Rozkład ciśnień dla łożyska o $\gamma = 70°$, $L_1 = 1$ i $\lambda = 0,1; 0,3; 0,7; 0,9$, w przekrojach poprzecznych, przedstawiono na Rys. 4.58, 4.60, 4.62, 4.64, natomiast w przekrojach podłużnych, na Rys. 4.59, 4.61, 4.63 i 4.65.



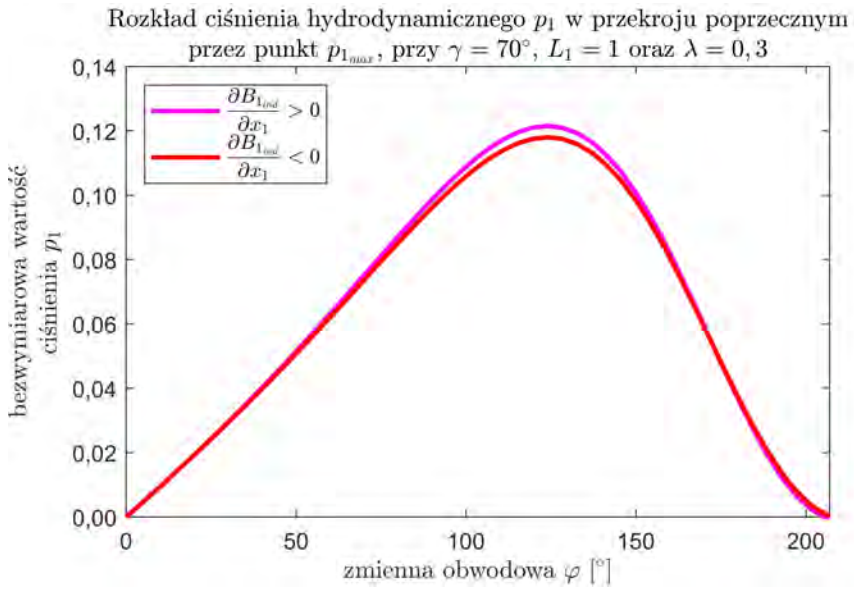
Rys. 4.58. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1

Wyznaczone rozkłady ciśnień dla łożyska o $\gamma = 70°$ i $L_1 = 2$, przy mimośrodowościach $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, w przekrojach poprzecznych, przedstawiono na Rys. 4.66, 4.68, 4.70, 4.72, 4.74, gdy rozkłady ciśnień w przekrojach podłużnych pokazane są na Rys. 4.67, 4.69, 4.71, 4.73 i 4.75.

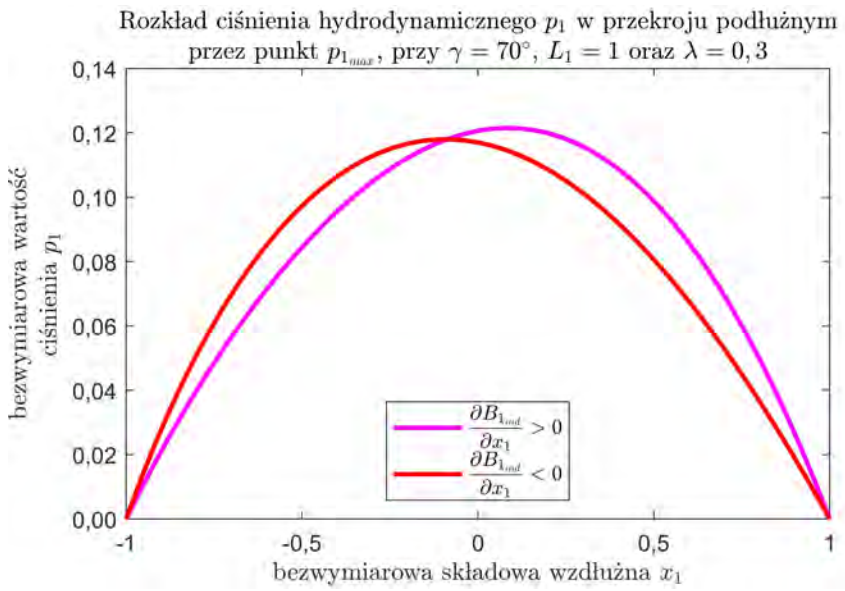
Rys. 4.76, 4.78, 4.80, 4.82 przedstawiają rozkłady ciśnień w przekroju poprzecznym, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i $L_1 = 0,25$, przy mimośrodowościach $\lambda = 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, a na Rys. 4.77, 4.79, 4.81 i 4.83 pokazano odpowiadające im profile w przekroju podłużnym. Nie przedstawiono wyników dla łożyska o mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, ponieważ z obliczeń wynikało, że dla przyjętych rozkładów i wartości indukcji $B_{1_{ind}}$, łożysko nie generuje znacznych wartości nadciśnienia, a więc i siły nośnej, pomimo tego, iż przy rozpatrywaniu tego łożyska bez oddziaływania polem magnetycznym oraz jednorodnym polem magnetycznym, uzyskano niewielkie wartości nadciśnienia w szczelinie smarnej i sił nośnych, co pokazują wykresy na Rys. 4.39, 4.40, 4.42, 4.43 oraz rozkłady na Rys. E.31 i E.32 z dodaktu E. Obliczone siły tarcia w tym przypadku osiągały wartości porównywalne z wynikami uzyskanymi podczas obliczeń dla jednorodnego pola magnetycznego.



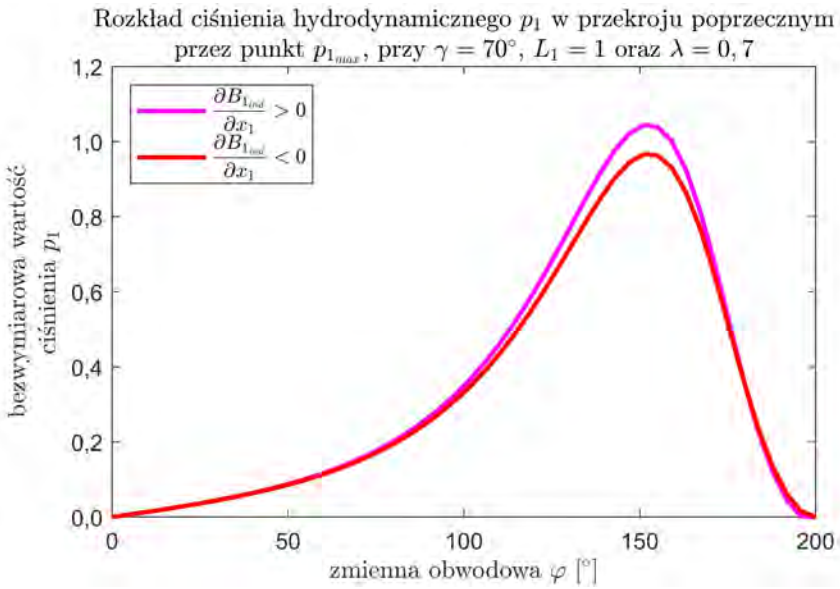
Rys. 4.59. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



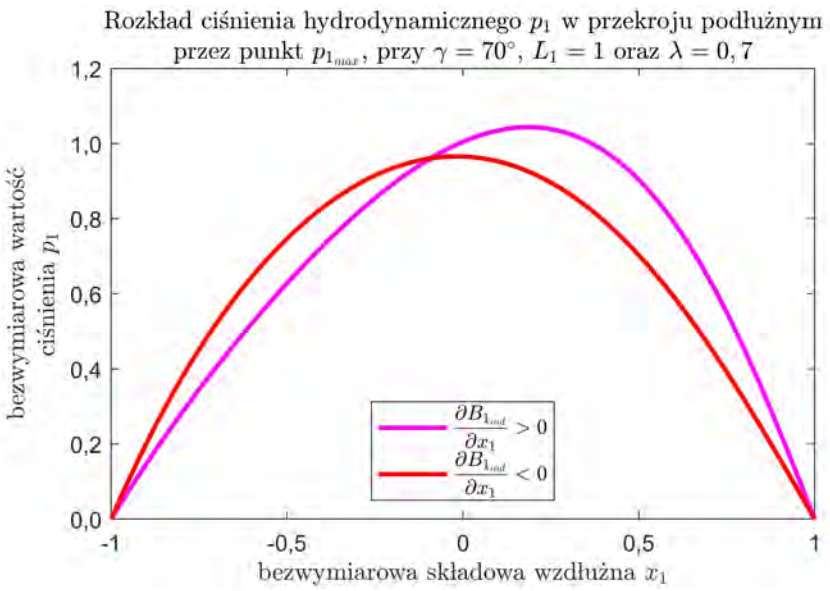
Rys. 4.60. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



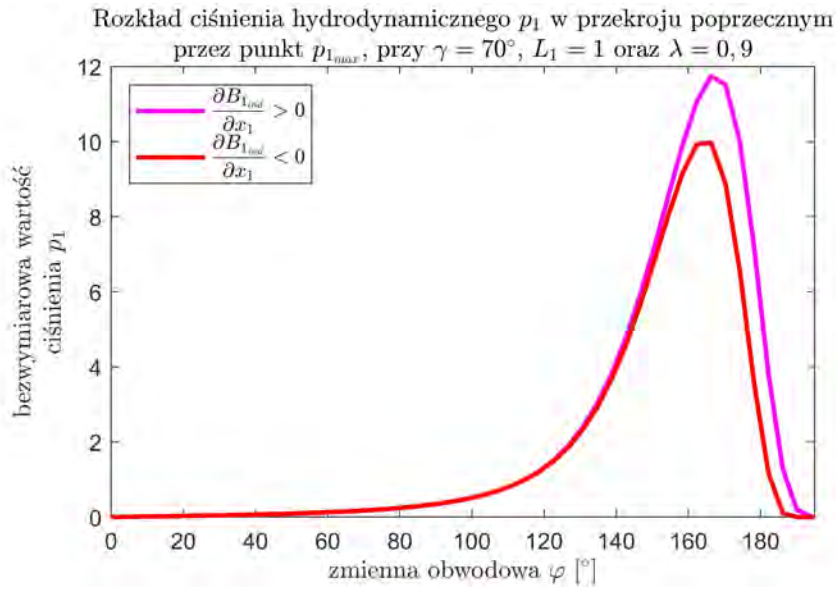
Rys. 4.61. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



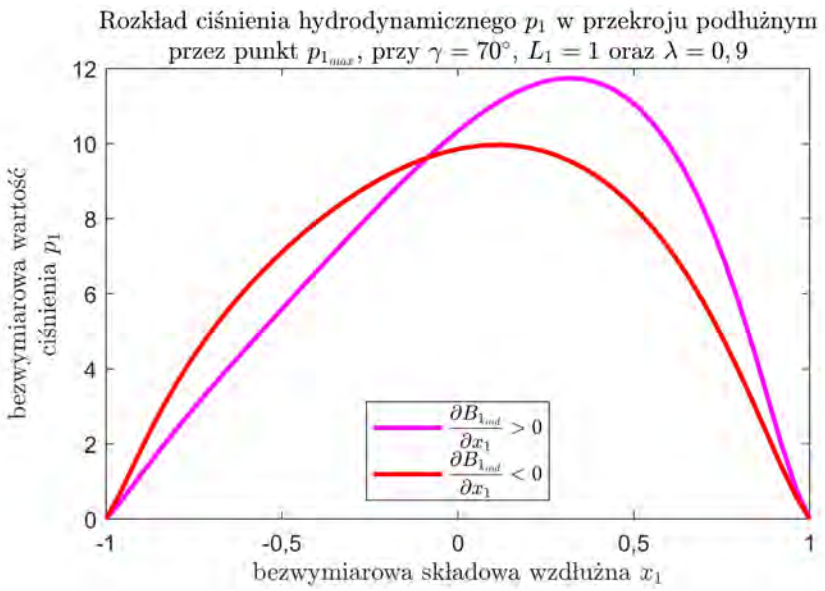
Rys. 4.62. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



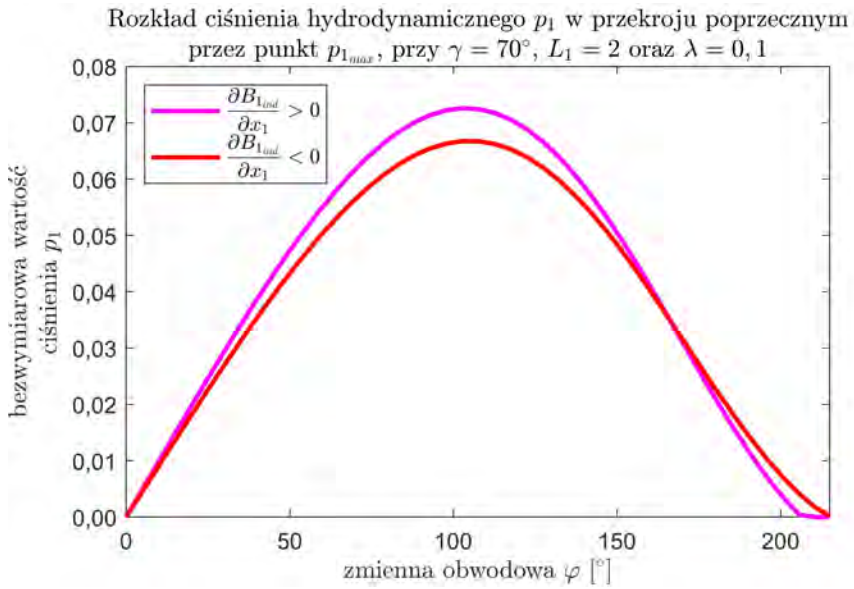
Rys. 4.63. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



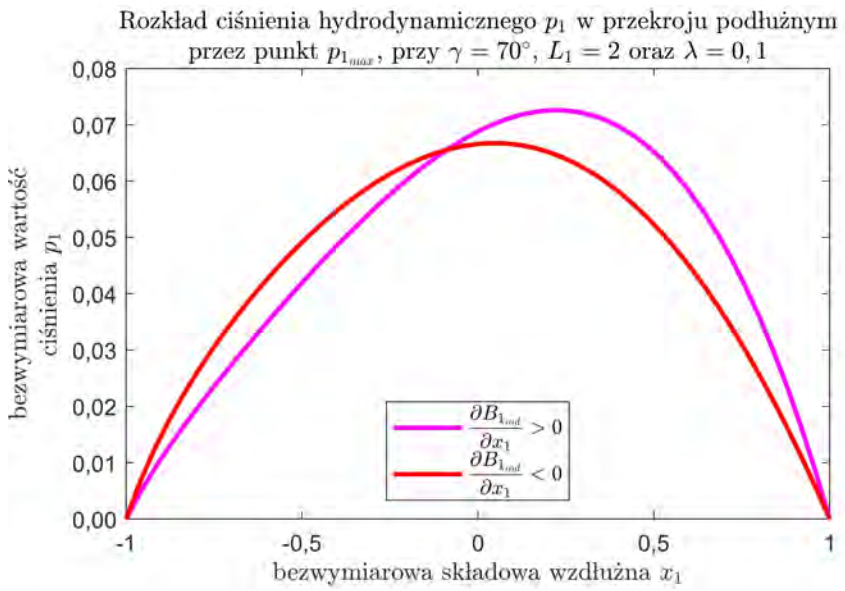
Rys. 4.64. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



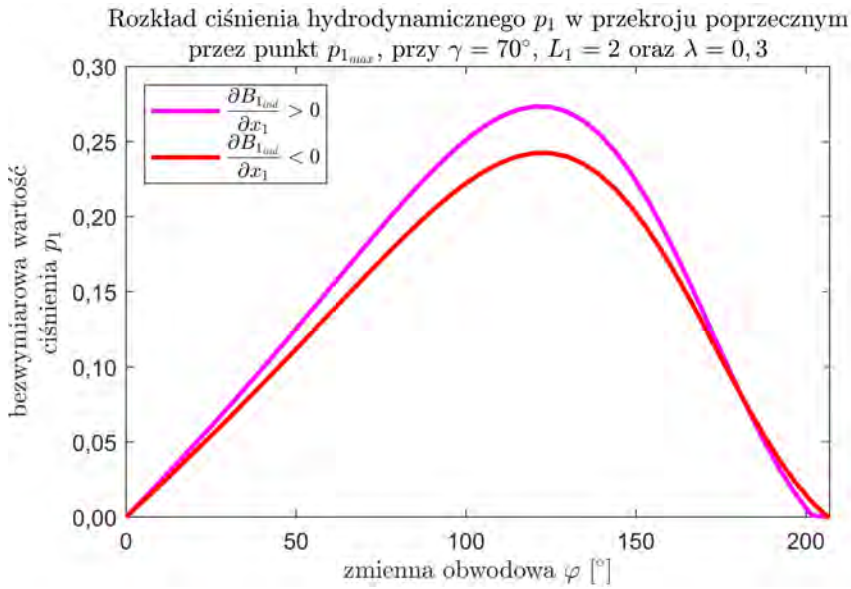
Rys. 4.65. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



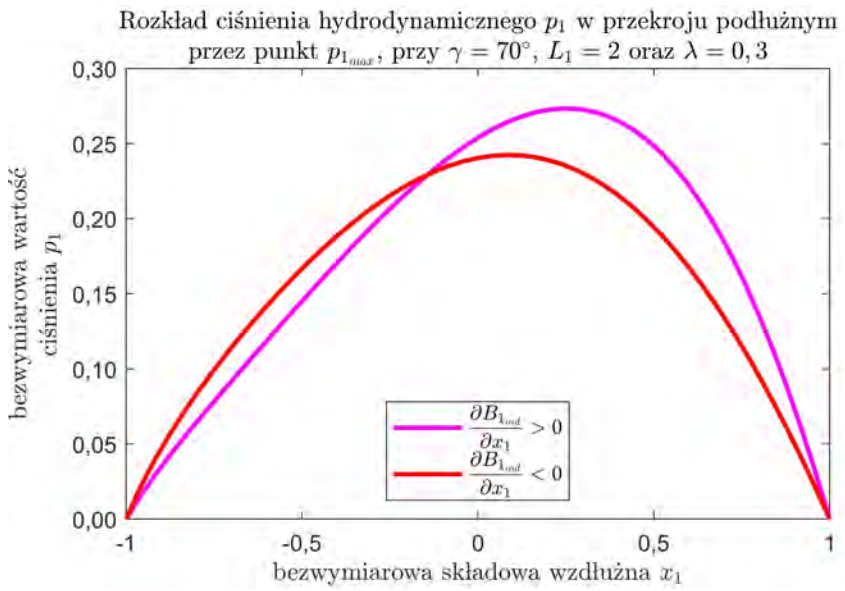
Rys. 4.66. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



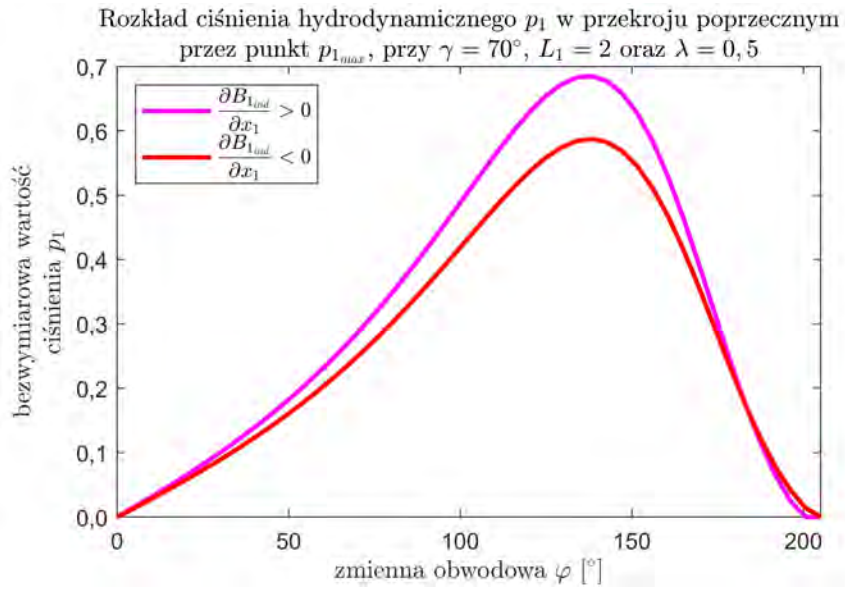
Rys. 4.67. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



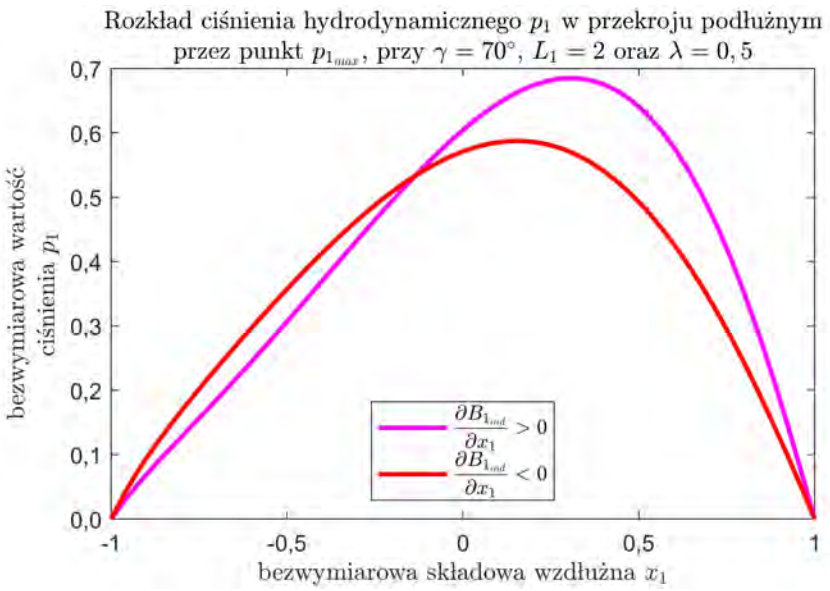
Rys. 4.68. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



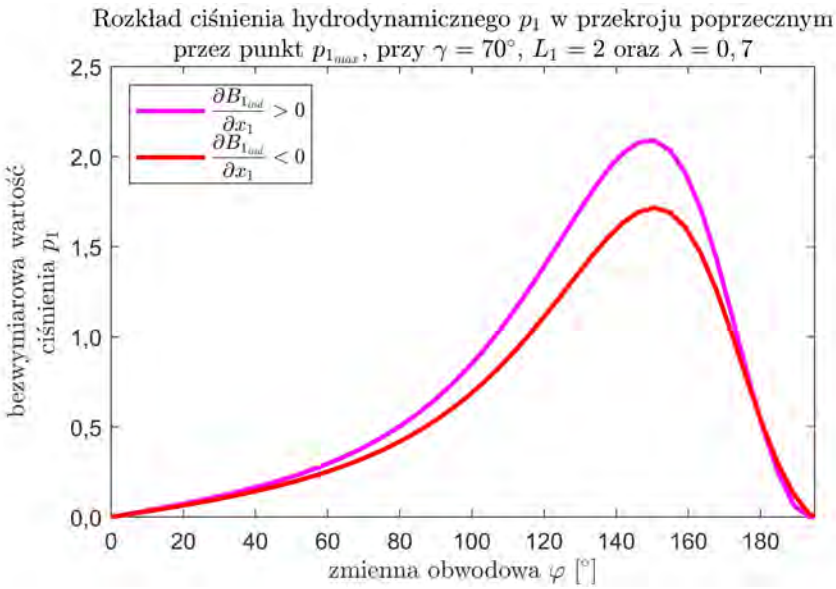
Rys. 4.69. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



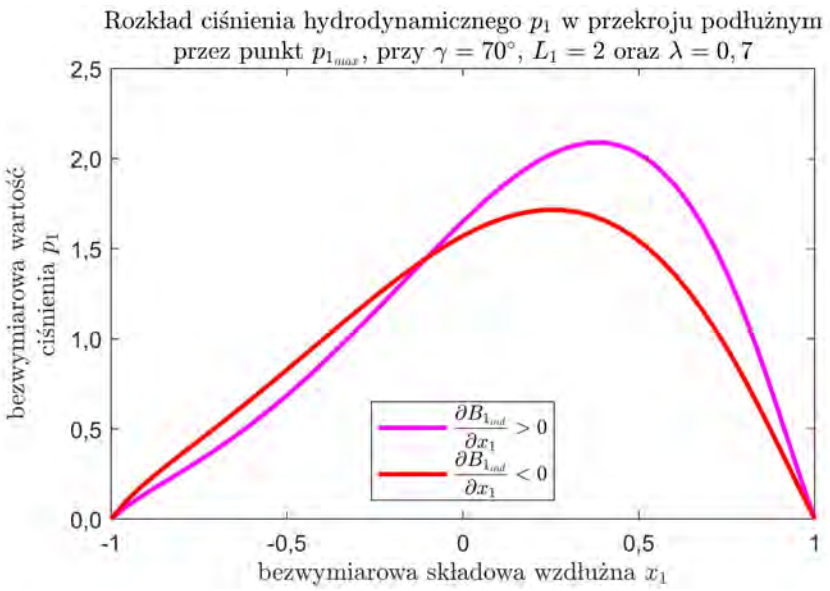
Rys. 4.70. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



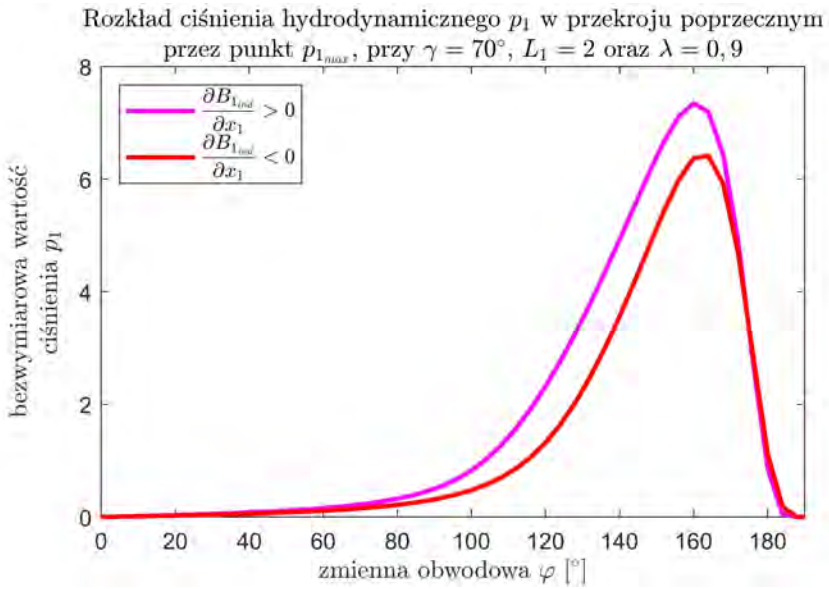
Rys. 4.71. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



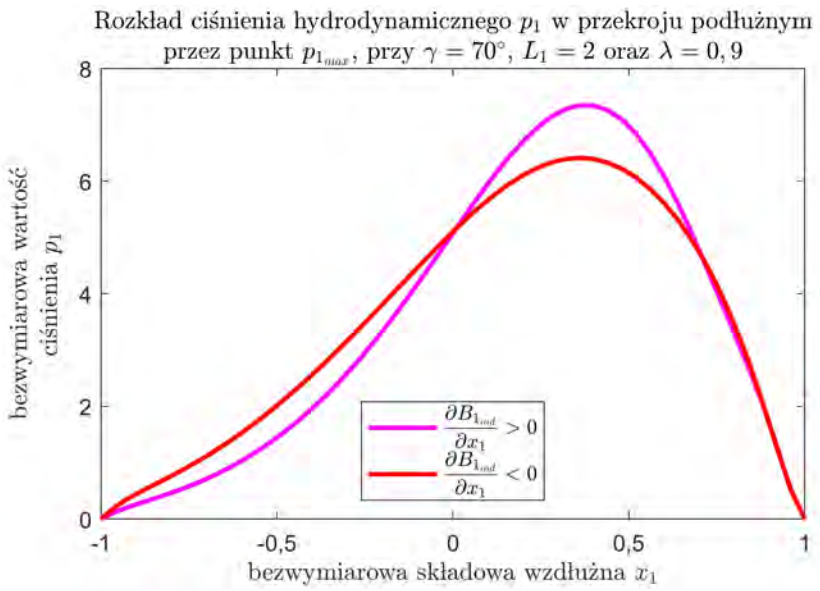
Rys. 4.72. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



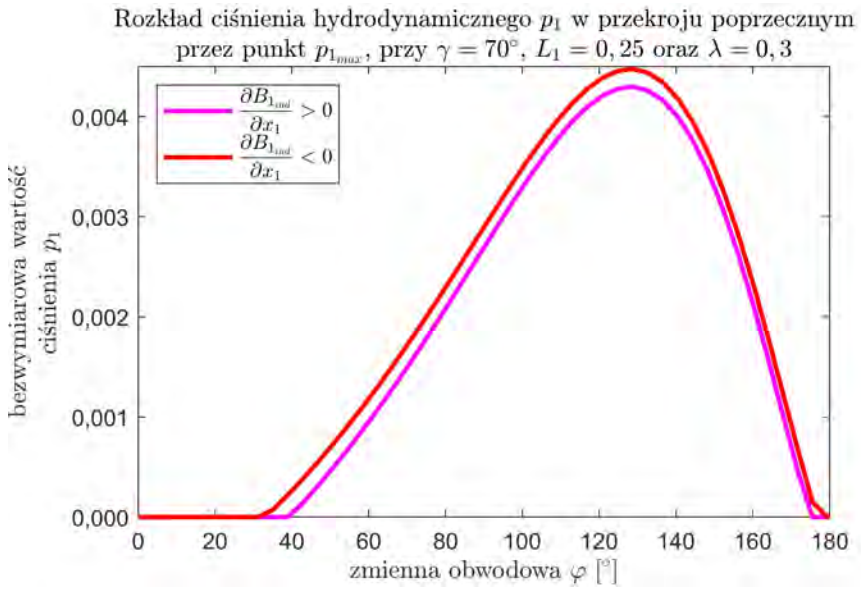
Rys. 4.73. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



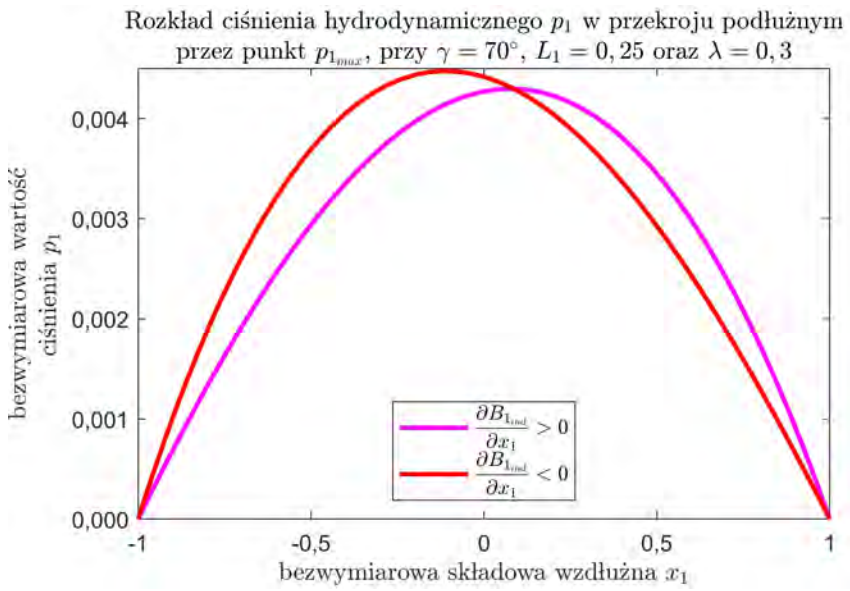
Rys. 4.74. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



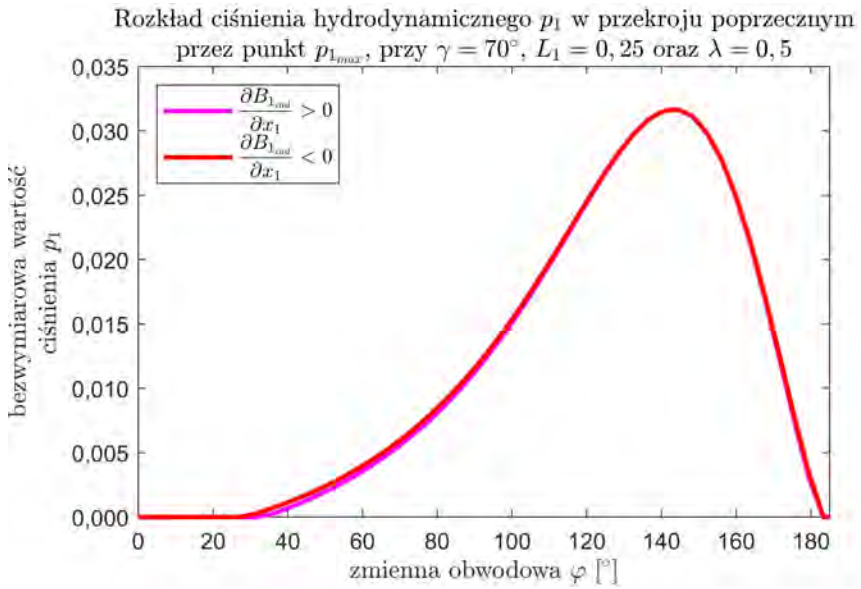
Rys. 4.75. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



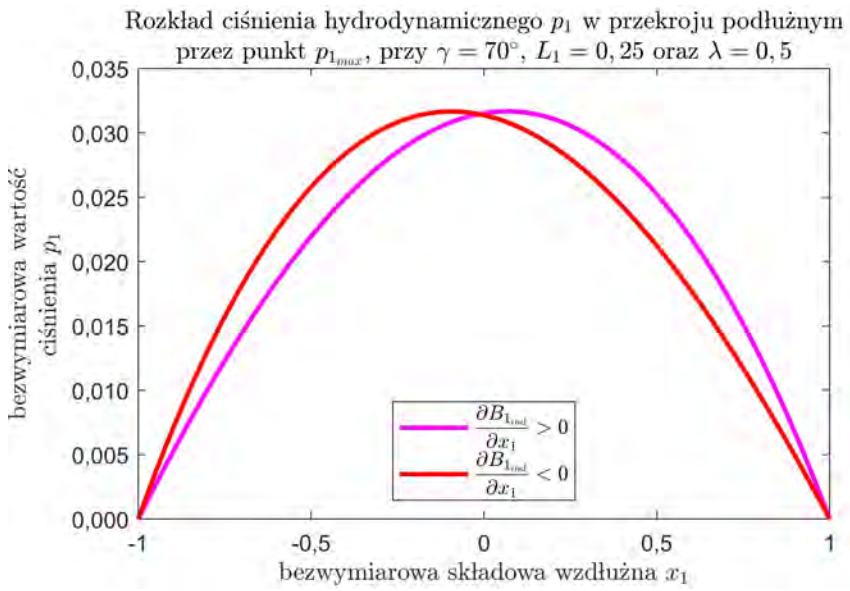
Rys. 4.76. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



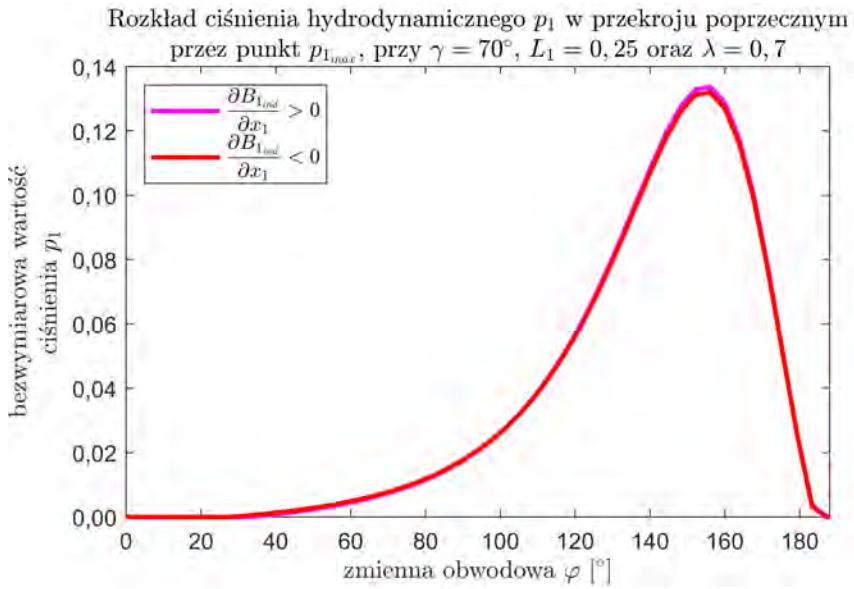
Rys. 4.77. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



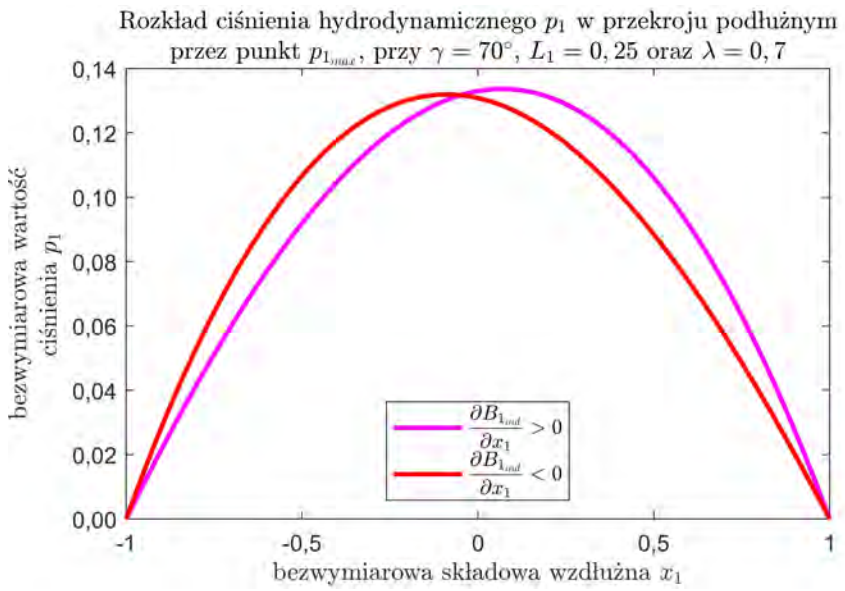
Rys. 4.78. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



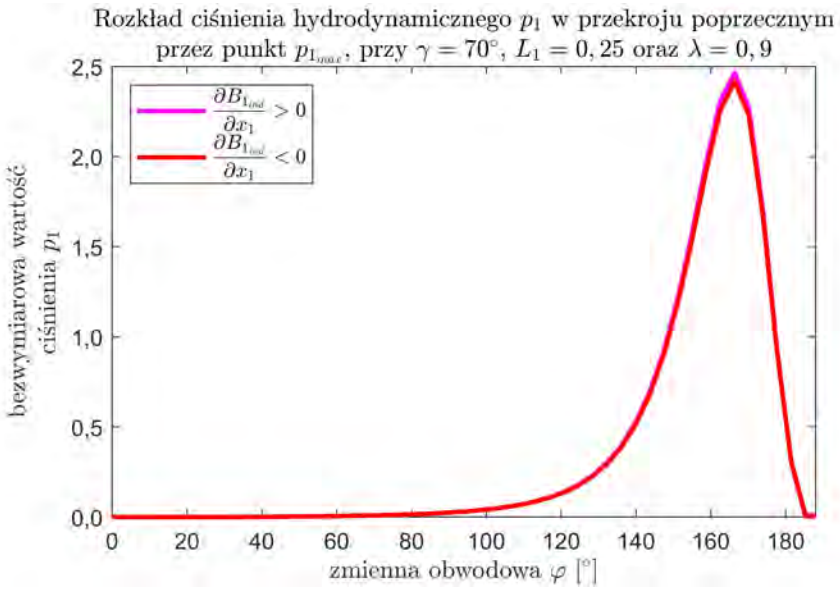
Rys. 4.79. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



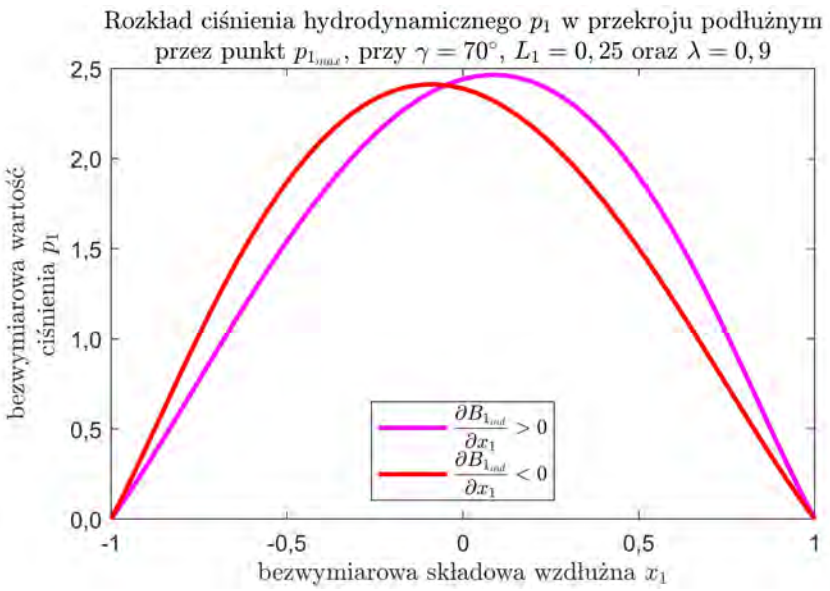
Rys. 4.80. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



Rys. 4.81. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



Rys. 4.82. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1



Rys. 4.83. Porównanie rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy rosnącej oraz malejącej indukcji pola magnetycznego wzdłuż zmiennej x_1

W łożyskach, w których generowane ciśnienia hydrodynamiczne osiągają niewielkie wartości, czyli łożyska krótkie i o małych wartościach mimośrodowości, zaobserwowano, że podczas oddziaływania polem, którego wartość indukcji wzrasta wzdłuż zmiennej osi x_1, uzyskiwane wartości są niższe, niż w przypadku oddziaływania polem o malejącej wartości indukcji w tym kierunku. Odwrotną sytuację zaobserwowano dla wyników dotyczących pozostałych symulowanych łożysk, czyli o większych długościach i wartościach mimośrodowości.

Zauważalny jest też brak powstawania nadciśnienia (Rys. 4.76 i Rys. 4.78 w obszarze początkowych wartości zmiennej φ, w łożysku o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,3$ i $0,5$. Rozpatrywane w tym przypadku pole magnetyczne, spowodowało pogorszenie parametrów przepływowych i eksploatacyjnych.

Tab. 4.9 zawiera obliczone różnice pomiędzy przypadkami rosnącej i malejącej indukcji $B_{1_{ind}}$ wzdłuż zmiennej x_1, przy czym wartości dla malejącego $B_{1_{ind}}$ odniesiono do wartości uzyskanych w obliczeniach dla rosnącej wartości indukcji.

Tab. 4.9. Różnice w wynikach otrzymywanych dla łożysk o kącie $\gamma = 70°$ przy liniowo rosnącej oraz liniowo malejącej wartości $B_{1_{ind}}$ względem zmiennej x_1, przy $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5$

λ		$L_1 = 0,25$	$L_1 = 1$	$L_1 = 2$
$0,1$	$\delta p_{1_{max}}$ [%]	—	-2,0	8,1
	$\delta p_{1_{sr}}$ [%]	—	-3,9	3,8
	δC_{1T} [%]	—	0,2	9,1
	δC_{1L} [%]	—	0,0	9,3
	$\delta Fr_{1_{\sum}}$ [%]	—	1,1	2,2
	$\delta \mu_r$ [%]	—	0,9	-7,7
	$\Delta\varphi_{p_{1max}}$ [°]	—	0,0	0,0
	$\Delta x_{1p_{1max}}$	—	0,20	0,20
$0,3$	$\delta p_{1_{max}}$ [%]	-3,5	2,9	11,3
	$\delta p_{1_{sr}}$ [%]	-4,5	2,2	6,9
	δC_{1T} [%]	-5,5	4,8	11,7
	δC_{1L} [%]	-4,3	4,8	11,7
	$\delta Fr_{1_{\sum}}$ [%]	0,4	1,2	2,7
	$\delta \mu_r$ [%]	5,7	-3,8	-10,1
	$\Delta\varphi_{p_{1max}}$ [°]	0,0	0,0	-4,8
	$\Delta x_{1p_{1max}}$	0,20	0,16	0,16
$0,5$	$\delta p_{1_{max}}$ [%]	0,0	4,8	14,3
	$\delta p_{1_{sr}}$ [%]	-1,4	3,4	8,4
	δC_{1T} [%]	0,2	3,7	13,2
	δC_{1L} [%]	0,0	3,7	13,2
	$\delta Fr_{1_{\sum}}$ [%]	0,4	1,5	3,4
	$\delta \mu_r$ [%]	0,3	-2,3	-11,2
	$\Delta\varphi_{p_{1max}}$ [°]	0,0	0,0	0,0
	$\Delta x_{1p_{1max}}$	0,16	0,16	0,20
$0,7$	$\delta p_{1_{max}}$ [%]	1,2	7,5	17,9
	$\delta p_{1_{sr}}$ [%]	0,6	6,5	10,3
	δC_{1T} [%]	1,8	7,0	15,1
	δC_{1L} [%]	1,7	7,0	15,1
	$\delta Fr_{1_{\sum}}$ [%]	0,4	1,9	5,1
	$\delta \mu_r$ [%]	-1.3	-5,5	-11,8
	$\Delta\varphi_{p_{1max}}$ [°]	0,0	0,0	0,0
	$\Delta x_{1p_{1max}}$	0,16	0,20	0,16

(*c.d. tabeli na kolejnej stronie*)

λ		$L_1 = 0,25$	$L_1 = 1$	$L_1 = 2$
$0,9$	$\delta p_{1_{max}}$ [%]	2,1	15,2	12,7
	$\delta p_{1_{sr}}$ [%]	1,9	10,0	10,1
	δC_{1T} [%]	2,6	11,1	13,0
	δC_{1L} [%]	2,6	11,1	13,0
	δFr_{1_Σ} [%]	0,7	7,7	12,0
	$\delta \mu_r$ [%]	2,3	-3,9	-1,1
	$\Delta\varphi_{p_{1max}}$ [°]	-0,2	-3,4	-4,0
	$\Delta x_{1p_{1max}}$	0,16	0,20	0,00

Przedstawione wyniki ukazują, że im większa jest bezwymiarowa długość łożyska L_1, tym bardziej istotny jest rozkład wartości indukcji niejednorodnego pola magnetycznego. Łożyska stożkowe o względnie dużej długości, charakteryzują się większymi różnicami pomiędzy wartościami prędkości liniowej na powierzchni czopa, dlatego wówczas łatwiej jest zaobserwować niesymetryczne efekty powstające podczas hydrodynamicznego smarowania, które nie występują lub są nieistotne w przypadku łożysk walcowych.

4.3 Wpływ członów nieliniowych i właściwości nienewtonowskich na uzyskiwane wartości parametrów eksploatacyjnych

W celu zbadania, jak istotne jest uwzględnianie członów nieliniowych w równaniach (2.5.112), (2.6.119) i (2.7.142), wynikających z ssącego działania wirującego czopa oraz właściwości nienewtonowskich ferrooleju, wykonano symulacje, w których pominięto te efekty. Modelowanie przepływu newtonowskiego ferrooleju w szczelinie smarnej łożyska polegało na pominięciu zmian bezwymiarowej lepkości zależnej od szybkości ścinania, co uzyskano poprzez przyjęcie $\eta_{1_{\dot\gamma}} = 1$, w równaniu (2.8.143). W Tab. 4.10 zawarto względne przyrosty wartości bezwymiarowej wypadkowej siły nośnej $C_{1\Sigma}$ w odniesieniu do wyników uzyskanych, gdy bierze się pod uwagę człony nieliniowe oraz właściwości nienewtonowskie. Część A dotyczy wyników, gdy pominiemy człony nieliniowe w równaniach (2.5.112), (2.6.119) i (2.7.142). Wyniki w części B dotyczą sytuacji, gdy pomija się wpływ właściwości nienewtonowskich ferrooleju, natomiast w części C przedstawiono wyniki, gdy jednocześnie pominiemy wpływ ssącego działania wirującego czopa oraz właściwości nienewtonowskie ferrooleju. Obliczenia wykonano dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowych długościach $L_1 = 0,25; 1; 2$ oraz dla łożyska o kącie $\gamma = 60°$ i bezwymiarowej długości

$L_1 = 1$. Porównania dokonano przy bezwymiarowej wartości indukcji $B_{1_{ind}} = 0$ oraz $B_{1_{ind}} = 1$.

Tab. 4.10. Względne przyrosty uzyskiwanych wartości wypadkowych sił nośnych $C_{1\Sigma}$, spowodowane brakiem uwzględnienia członów nieliniowych oraz właściwości nienewtonowskich ferrooleju: część A dotyczy zmian wywołanych pominięciem efektów nieliniowych, część B pokazuje zmiany spowodowane przyjęciem, że ferroolej jest cieczą o właściwościach newtonowskich, część tabeli oznaczona jako C przedstawia względne zmiany, gdy jednocześnie pominie się efekty nieliniowe oraz właściwości nienewtonowskie ferrooleju

$C_{1\Sigma}$		$B_{1_{ind}} = 0$				$B_{1_{ind}} = 1$			
		$\gamma = 60°$	$\gamma = 70°$			$\gamma = 60°$	$\gamma = 70°$		
	λ	L_1=1	L_1=0,25	L_1=1	L_1=2	L_1=1	L_1=0,25	L_1=1	L_1=2
A	0,1	4,2	2,2	1,6	1,5	2,5	1,9	1,0	1,2
	0,3	1,2	0,6	0,5	0,4	0,8	≈ 0,0	0,3	0,2
	0,5	0,5	≈ 0,0	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2
	0,7	0,2	≈ 0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
	0,9	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0
B	0,1	89,1	82,6	88,0	95,1	88,5	83,3	88,2	97,0
	0,3	91,5	84,5	92,3	103,1	93,4	84,4	94,7	107,8
	0,5	100,1	88,7	102,4	115,0	104,7	89,9	107,6	122,5
	0,7	119,4	99,7	123,3	136,0	127,1	102,7	131,2	142,9
	0,9	152,7	151,6	159,1	156,5	151,9	162,5	158,3	158,4
C	0,1	93,1	85,5	89,6	96,9	91,0	84,7	89,3	98,2
	0,3	92,6	85,1	92,7	103,6	94,2	84,8	95,0	108,2
	0,5	100,6	89,1	102,6	115,3	105,0	90,0	107,7	122,7
	0,7	119,6	99,8	123,4	136,1	127,3	102,7	131,3	143,0
	0,9	152,8	151,7	159,1	156,6	151,9	162,5	158,3	158,4

Pominięcie ssącego działania wirującego czopa oraz właściwości nienewtonowskich powodowało, że uzyskiwano większe wartości wypadkowej siły nośnej. Pominięcie członów nieliniowych w równaniach (2.5.112), (2.6.119) i (2.7.142) miało najbardziej istotne znaczenie w przypadku łożysk o małej mimośrodowości względnej. Największy relatywny przyrost spośród przedstawionych przypadków, występował dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kącie $\gamma = 60°$, przy $\lambda = 0,1$, gdzie bez oddziaływania zewnętrznego pola magnetycznego wyniósł $4,2\,[\%]$, natomiast przy $B_{1_{ind}} = 1$, wyniósł $2,5\,[\%]$. Zwiększanie wartości mimośrodowości zmniejszało zna-

czenie członów nieliniowych. Pominięcie właściwości nienewtonowskich ferrooleju powodowało znaczne przyrosty uzyskiwanych wartości sił nośnych. Najmniejsze zmiany, rzędu 90 [%], odnotowano w przypadku łożysk i mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, a największe przyrosty, większe niż 150 [%] wystąpiły, gdy $\lambda = 0,9$.

W podobny sposób w Tab. 4.11 przedstawiono wpływ uwzględniania w obliczeniach, efektu ssącego działania wirującego czopa oraz właściwości nienewtonowskich ferrooleju, na wartość siły tarcia Fr_1, gdzie wyszczególniono jej względne przyrosty. W Tab. 4.12 pokazano względne zmniejszenie wartości umownego współczynnika tarcia μ_r.

Tab. 4.11. Względne zmiany uzyskiwanych wartości sił tarcia Fr_1, spowodowane brakiem uwzględnienia członów nieliniowych oraz właściwości nienewtonowskich ferrooleju: część A - po pominięciu członów nieliniowych, część B - smarowanie newtonowskim ferrolejem, część C - pominięcie członów nieliniowych i smarowanie newtonowskim ferroolejem

Fr		$B_{1_{ind}} = 0$				$B_{1_{ind}} = 1$			
		$\gamma = 60°$	$\gamma = 70°$			$\gamma = 60°$	$\gamma = 70°$		
	λ	L_1=1	L_1=0,25	L_1=1	L_1=2	L_1=1	L_1=0,25	L_1=1	L_1=2
A	0,1	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	1,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0
	0,3	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	0,2	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0
	0,5	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0
	0,7	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0
	0,9	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0
B	0,1	11,6	10,3	10,8	14,4	17,0	15,0	16,0	19,6
	0,3	13,1	10,9	13,0	16,5	19,6	15,9	19,4	25,2
	0,5	16,2	11,7	15,8	21,5	24,6	17,2	24,4	33,7
	0,7	22,9	14,3	22,9	31,0	35,8	21,3	36,2	48,8
	0,9	46,0	22,7	47,2	55,8	68,0	47,4	69,1	83,1
C	0,1	11,6	10,3	10,8	14,4	17,0	15,0	16,0	19,6
	0,3	13,1	10,9	13,0	16,5	19,6	15,9	19,4	25,2
	0,5	16,2	11,7	15,8	21,5	24,6	17,2	24,4	33,7
	0,7	22,9	14,3	22,9	31,0	35,8	21,3	36,2	48,8
	0,9	46,0	22,7	47,2	55,8	68,0	47,4	69,1	83,1

Wpływ ssącego działania wirującego czopa na wartości uzyskiwanych sił tarcia może zostać pomięty dla rozpatrywanych przypadków, lecz właściwości nienewtonowskie ferrooleju muszą zostać uwzględnione, gdyż przyjęcie założenia o smarowa-

niu newtonowskim ferroolejem spowodowało przyrosty wartości sił tarcia sięgające $83,1\,[\%]$, dla łożyska o $\gamma = 70°$, $L_1 = 2$, $\lambda = 0,9$ i przy $B_{1_{ind}} = 1$. Względne różnice uzyskiwanych wartości sił tarcia rosną, przy zwiększaniu mimośrodowości względnej λ. Znaczenie tych zmian jest tym bardziej istotne, im większa jest bezwymiarowa długość L_1 rozpatrywanego łożyska.

Tab. 4.12. Względne zmiany (spadki) wartości umownego współczynnika tarcia μ_r, spowodowane brakiem uwzględnienia członów nieliniowych oraz właściwości nienewtonowskich ferrooleju: część A - po pominięciu członów nieliniowych, część B - smarowanie newtonowskim ferrolejem, część C - pominięcie członów nieliniowych i smarowanie newtonowskim ferroolejem

μ_r		$B_{1_{ind}} = 0$				$B_{1_{ind}} = 1$			
		$\gamma = 60°$	$\gamma = 70°$			$\gamma = 60°$	$\gamma = 70°$		
	λ	L_1=1	L_1=0,25	L_1=1	L_1=2	L_1=1	L_1=0,25	L_1=1	L_1=2
A	0,1	3,9	1,4	1,6	0,5	2,5	0,9	1,0	1,2
	0,3	1,1	0,4	0,5	0,2	0,7	0,2	0,3	≈ 0,0
	0,5	0,5	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1	0,1	0,2
	0,7	0,2	≈ 0,0	0,1	0,1	0,1	≈ 0,0	≈ 0,0	0,3
	0,9	0,1	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0	≈ 0,0
B	0,1	40,9	39,8	41,1	41,4	37,9	37,2	38,4	39,3
	0,3	40,9	39,9	41,2	42,6	38,2	37,3	38,7	39,8
	0,5	41,9	40,9	42,8	43,5	39,1	38,3	40,1	39,9
	0,7	44,0	42,8	44,9	44,5	40,2	40,1	44,3	38,7
	0,9	42,2	51,2	43,2	40,0	46,0	43,9	34,5	29,1
C	0,1	42,1	40,3	41,5	41,9	38,7	37,5	38,7	39,7
	0,3	41,3	40,0	41,4	42,8	38,4	37,3	38,7	39,9
	0,5	42,1	40,9	42,8	43,6	39,2	38,3	40,1	40,0
	0,7	44,0	42,8	45,0	44,5	40,3	40,1	44,3	38,8
	0,9	42,3	51,2	43,2	40,0	46,1	43,9	34,5	29,1

Względne przyrosty obliczanych sił nośnych były większe niż przyrosty sił tarcia, stąd uzyskano zmniejszenie się wartości umownego współczynnika tarcia. Największą zmianę, w przypadku pominięcia efektów nieliniowych, uzyskano dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kącie $\gamma = 60°$, przy $\lambda = 0,1$, gdzie bez oddziaływania zewnętrznego pola magnetycznego wyniosła ona $3,9\,[\%]$, natomiast przy $B_{1_{ind}} = 1$, wyniosła $2,5\,[\%]$. Pominięcie efektów nienewtonowskich powodowało zmniejszenie obliczanej wartości umownego współczynnika tarcia od $29,1\,[\%]$

do $51,2\,[\%]$. Pominięcie członów nieliniowych w przypadku smarowania newtonowskim ferroolejem ma mniejsze znaczenie, niż gdy ferroolej traktowany jest jako ciecz nienewtonowska, gdzie dla powyżej opisanego łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kącie $\gamma = 60°$, przy $\lambda = 0,1$, bez oddziaływania zewnętrznego pola magnetycznego, zmiana wyniosła już tylko $1,2\,[\%]$, a przy $B_{1_{ind}} = 1$, jest to $0,8\,[\%]$.

4.4 Podsumowanie rozdz. 4

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki przeprowadzonych obliczeń numerycznych dla wybranych stożkowych łożysk ślizgowych. W symulacjach założono występowanie stałego jednorodnego oraz niejednorodnego pola magnetycznego. W przypadku pola jednorodnego zauważono brak wpływu kierunku działania wektora natężenia pola magnetycznego na wyznaczane wartości rozpatrywanych parametrów. Wykazano, że zwiększanie wartości $B_{1_{ind}}$ powoduje generowanie wyższych ciśnień, czyli również zwiększenie sił nośnych i sił tarcia oraz zmniejszanie się wartości umownego współczynnika tarcia.

Badania wpływu pola niejednorodnego na smarowanie łożyska stożkowego, przeprowadzono zakładając, że wartość H_3 składowej wzdłużnej natężenia pola magnetycznego zmienia się liniowo na dwa sposoby: raz wzrastając od 0 do 1 wzdłuż tworzącej stożek czopa, a w drugim przypadku przyjęto, że jest to funkcja liniowo malejąca względem zmiennej x_1, w zakresie wartości od 1 do 0. Wyniki przedstawiono w formie rozkładów ciśnienia w przekrojach poprzecznych i podłużnych w punkcie występowania maksymalnego ciśnienia oraz tabel zawierających różnice pomiędzy wartościami obliczonymi dla obu przypadków modelowania niejednorodnego pola magnetycznego. Wykazano możliwość wpływania zewnętrznym polem magnetycznym na uzyskiwane parametry eksploatacyjne łożyska oraz rozpoznano występowanie dodatkowych efektów pojawiających się podczas modelowania smarowania łożyska stożkowego w niejednorodnym polu magnetycznym.

W ostatnim podrozdziale przedstawiono wyniki, które pokazywały wpływ uwzględniania członów nieliniowych, wynikających z występowania efektu ssącego działania wirującego czopa oraz wpływ uwzględniania właściwości nienewtonowskich ferrooleju. Analizy dokonano przy $B_{1_{ind}} = 0$ oraz $B_{1_{ind}} = 1$, dla łożysk o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowych długościach $L_1 = 0,25; 1; 2$ i łożyska o kącie $\gamma = 60°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 1$. Nieuwzględnienie w obliczeniach ssącego działania wirującego czopa powodowało przyrosty wartości sił nośnych i sił tarcia oraz zmniejszenie wartości umownego współczynnika tarcia. Zmiany te wynosiły kilka procent dla łożysk o mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, a dla większych zbadanych wartości λ,

względne różnice były rzędu 1 [%] i mniejsze, a więc pomijalne. Znaczniej bardziej istotny był wpływ nieuwzględnienia właściwości nienewtonowskich ferrooleju, gdyż wtedy, przykładowo, względne przyrosty sił nośnych zawierały się w zakresie od $82,6$ [%] do $159,1$ [%], przy $B_{1_{ind}} = 0$, natomiast przy $B_{1_{ind}} = 1$ był to zakres zmian od $83,3$ [%] do $162,5$ [%]. W tym przypadku tendencja zmian względem wartości λ była odwrotna, niż przy badaniu efektu ssącego działania wirującego czopa, ponieważ przy większych mimośrodowości uzyskiwano większe względne różnice obliczanych parametrów eksploatacyjnych.

5 Podsumowanie i wnioski

W niniejszej pracy przeprowadzono teoretyczną i numeryczną analizę hydrodynamicznego smarowania ferroolejem stożkowego łożyska ślizgowego. Przedstawiono model matematyczny, w którym równania zasady zachowania pędu, ciągłości strugi, zachowania energii i równania Maxwella zostały zapisane w stożkowym układzie współrzędnych, zarówno w postaci wymiarowej i bezwymiarowej. Przy wyprowadzeniu równań w postaci bezwymiarowej przyjęto uproszenia wynikające z występowania bardzo małej wysokości szczeliny smarnej, w stosunku do pozostałych wymiarów geometrycznych rozpatrywanego łożyska. Całkowanie tych równań doprowadziło do uzyskania funkcji składowych wektora prędkości i funkcji rozkładu temperatury w trójwymiarowej szczelinie smarnej. W funkcjach tych, lepkość występuje jako funkcja trzech zmiennych przestrzennych. Przeprowadzona analiza doprowadziła do uzyskania bezwymiarowego równania typu Reynoldsa w stożkowym układzie współrzędnych, które uwzględnia ssące działanie wirującego czopa. Jest to nieliniowe równanie różniczkowe, w którym występują pierwsze i drugie pochodne ciśnienia, wraz z pochodnymi mieszanymi, względem zmiennej obwodowej i wzdłużnej stożkowego układu współrzędnych. Oprócz wartości ciśnienia hydrodynamicznego, niewiadomymi są wartości składowych wektora prędkości, temperatury oraz zależnej od nich lepkości. Równanie zostało rozwiązane na drodze analizy numerycznej, poprzez zastosowanie metody iteracyjnej Newtona. W celu modelowania zmian lepkości ferrooleju założono, że bezwymiarowa lepkość to iloczyn czterech czynników, z których każdy określa wpływ jednego z czterech parametrów, czyli temperatury (w trzech wymiarach), szybkości ścinania (w trzech wymiarach), ciśnienia (pominięcie zmian w kierunku wysokości szczeliny smarnej) i wartości indukcji pola magnetycznego (pominięcie zmian w kierunku wysokości szczeliny smarnej), na lepkość. Właściwości nienewtonowskie ferrooleju opisano za pomocą modelu Crossa. Trójwymiarowy rozkład szybkości ścinania w szczelinie smarnej obliczono na podstawie składowych tensora prędkości deformacji. Wpływ temperatury na wartości lepkości modelowano z wykorzystaniem modelu eksponencjalnego, natomiast wpływ ciśnienia i indukcji magnetycznej uwzględniono poprzez własne modele, wykorzystujące

funkcje logarytmiczne. Współczynniki występujące w przyjętych modelach wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów, poprzez dopasowanie krzywych opisanych tymi modelami, do danych doświadczalnych dostępnych w literaturze, dotyczących ferroleju o 2 [%] objętościowym stężeniu cząstek magnetycznych. Symulacje przeprowadzono w oparciu o własny program obliczeniowy, napisany w środowisku Matlab firmy Mathworks. Otrzymywane wyniki poddano weryfikacji, poprzez porównanie z wartościami uzyskiwanymi dla znanych z literatury uproszczonych przypadków smarowania łożysk walcowych. Ponadto dokonano konfrontacji wyników, z rezultatami otrzymanymi przy wykorzytaniu oprogramowania CFD Fluent z pakietu Ansys Workbench, gdzie przeprowadzono obliczenia dla łożysk smarowanych nienewtonowskim ferroolejem z uwzględnieniem wpływ zmian temperatury na lepkość, ale z pominięciem wpływu ciśnienia i pola magnetycznego. Symulacje smarowania ferroolejem łożysk w polu magnetycznym wykonano przy wybranych bezwymiarowych długościach i kątach γ, dla różnych wartości i rozkładów indukcji pola magnetycznego. Analizowano przypadki, gdy wartość indukcji pola magnetycznego była stała w obszarze szczeliny smarnej i przyjmowała różne wartości oraz przypadki, gdy wartość indukcji liniowo rosła lub malała względem współrzędnej wzdłużnej. Przedstawiono trójwymiarowe rozkłady ciśnienia oraz rozkłady ciśnienia w przekroju poprzecznym i podłużnym. Uzyskane rozkłady ciśnienia posłużyły do wyznaczenia składowych sił nośnych w kierunku poprzecznym i wzdłużnym. Następnie, wykorzystując obliczone wartości prędkości, wyznaczono siły tarcia, na podstawie których określono wartości umownego współczynnika tarcia. Dokonano również analizy wpływu uwzględniania członów nieliniowych w równaniach ruchu i rozkładu temperatury, wynikających z ssącego działania wirującego czopa. Zbadano również, znaczenie uwzględniania właściwości nienewtonowskich ferrooleju, w hydrodynamicznym smarowaniu badanych łożysk.

Przedstawione w pracy rozważania dają podstawę do traktowania stożkowego łożyska ślizgowego smarowanego ferroolejem, jako łożyska inteligentnego, ponieważ poprzez oddziaływanie zewnętrznym polem magnetycznym można wpływać na jego parametry przepływowe i eksploatacyjne, natomiast uzyskiwana w łożysku siła nośna posiada składową promieniową oraz wzdłużną, więc umożliwia jednoczesne przenoszenie obciążeń działających prostopadle oraz wzdłuż osi obrotowej czopa. Pomimo przyjętych w modelu matematycznym uproszczeń, przeprowadzona analiza daje dobry wgląd w elementy i efekty występujące w procesie smarowania hydrodynamicznego łożyska stożkowego. W modelowaniu teoretycznym i numerycznym, ponadto się zakłada, że łożysko walcowe jest szczególnym przypadkiem łożyska stożkowego, dlatego przeprowadzenie podobnych rozważań i wykonanie symulacji dla

łożyska walcowego polega jedynie na przyjęciu wartości kąta γ równej kątowi prostemu.

Główne wnioski wynikające z przeprowadzonej analizy są następujące:

- zastosowanie ferrooleju do smarowania hydrodynamicznego stożkowego łożyska ślizgowego, poprzez oddziaływanie zewnętrznym polem magnetycznym daje możliwość wpływania na uzyskiwane wartości parametrów eksploatacyjnych łożyska,
- pomimo przyjęcia w modelu uproszczeń wynikających z małej wysokości szczeliny smarnej, nie można pominąć zmian lepkości w kierunku wysokości szczeliny smarnej, wynikających z rozkładu temperatury i właściwości nienewtonowskich ferrooleju,
- efekt ssącego działania wirującego czopa jest istotny w przypadku łożysk o małej wartości mimośrodowości względnej, gdy wartości i gradienty ciśnienia generowanego w szczelinie smarnej są najmniejsze, natomiast może zostać pominięty dla dużych wartości mimośrodowości względnej,
- uwzględnienie właściwości nienewtonowskich rozpatrywanego ferrooleju ma niebagatelne znaczenie na wartości uzyskiwanych parametrów eksploatacyjnych i nie może zostać pominięte w obliczeniach,
- im większa jest bezwymiarowa długość łożyska i im większa wartość kąta γ, tym bardziej istotne są efekty występujące w smarowaniu hydrodynamicznym łożysk stożkowych, wynikające ze zmieniającej się wartości prędkości liniowej na panewce łożyska,
- łożysko stożkowe smarowane hydrodynamicznie przenosi jednocześnie obciążenia w kierunku promieniowym oraz osiowym, co daje możliwość jego zastosowania zamiast układu dwóch łożysk (poprzecznego i wzdłużnego),
- dzięki zastosowaniu ferrooleju i zewnętrznego pola magnetycznego, można sterować mimośrodowością względną (czyli zmieniać rozkład wysokości szczeliny smarnej), tak aby uzyskać najkorzystniejsze warunki pracy danego łożyska ślizgowego,
- zastosowanie ferrooleju w łożysku ślizgowym powoduje większy przyrost siły nośnej niż siły tarcia, przez co uzyskuje się zmniejszenie wartości umownego współczynnika tarcia, w stosunku do smarowania klasycznym olejem,

- przy mniejszych kątach γ udział składowej poprzecznej siły nośnej maleje, natomiast zwiększa udział składowej wzdłużnej siły nośnej,
- wpływ pola magnetycznego na parametry eksploatacyjne realizowany jest głównie przez zmiany lepkości ferrooleju.

W kolejnym podrozdziale zawarto odpowiedź na postawione cele i tezę pracy.

5.1 Odpowiedź na postawione cele i tezę

Osiągnięcie głównego celu niniejszej pracy, czyli przeprowadzenie analizy teoretyczno-numerycznej hydrodynamicznego smarowania ferroolejami stożkowych łożysk ślizgowych i uzyskanie modelu matematycznego, opisującego przepływ nienewtonowskiego ferrooleju w szczelinie smarnej łożyska, na który oddziałuje zewnętrzne pole magnetyczne, oraz napisanie programu służącego do numerycznego rozwiązania równania typu Reynoldsa oraz wyznaczania parametrów przepływowych i eksploatacyjnych zostało osiągnięte, poprzez realizację wymienionych poniżej celów szczegółowych:

- w pracy wyprowadzono model matematyczny przepływu ferrooleju w szczelinie smarnej łożyska, w polu magnetycznym, gdzie uzyskano zmodyfikowane równanie typu Reynoldsa w postaci bezwymiarowej, w stożkowym układzie współrzędnych, w którym uwzględniono ssące działanie wirującego czopa i zmiany lepkości w kierunku wysokości szczeliny smarnej, wywołane wpływem temperatury i szybkości ścinania,
- wyznaczono funkcje określające składowe wektora prędkości ferrooleju w szczelinie smarnej łożyska,
- uzyskano bezwymiarową postać równania energii, które następnie zostało rozwiązane w sposób analityczny, otrzymując funkcję rozkładu temperatury w szczelinie smarnej, w którym uwzględnione są efekty nieliniowe,
- zastosowano modele zmian lepkości w funkcji temperatury, ciśnienia, szybkości ścinania, wartości indukcji pola magnetycznego,
- opracowano i napisano program obliczeniowy w środowisku Matlab, oparty na metodzie Newtona z metodą różnic skończonych, który posłużył do numerycznego rozwiązywania uzyskanego równania typu Reynoldsa,
- w symulacjach uwzględniono zmiany lepkości ferrooleju w funkcji temperatury, szybkości ścinania, ciśnienia i wartości indukcji pola magnetycznego, na

podstawie przyjętych i zaproponowanych modeli oraz wartości współczynników, uzyskanych na drodze dopasowania funkcji opisanych tymi modelami do dostępnych w literaturze danych doświadczalnych,

- uzyskiwane wyniki symulacji skonfrontowano z rezultatami otrzymywanymi z analitycznych rozwiązań dla uproszczonych przypadków hydrodynamicznego smarowania oraz z wartościami uzyskanymi przy wykorzystaniu komercyjnego oprogramowania CFD,
- przeprowadzono symulacje hydrodynamicznego smarowania dla przyjętych bezwymiarowych długości łożyska i kątów γ stożka, przy różnych mimośrodowościach względnych, rozpatrując jednorodne pole magnetyczne o różnych wartościach indukcji oraz pole, którego wartości indukcji liniowo rosły lub malały w kierunku wzdłużnym,
- zbadano wpływ uwzględniania w symulacjach, członów nieliniowych, wynikających z ssącego działania wirującego czopa,
- zbadano wpływ uwzględniania właściwości nienewtonowskich ferrooleju, w modelowaniu hydrodynamicznego smarowania stożkowych łożysk ślizgowych.

Warto również dodać, że w związku z potrzebą dokładnego opisu zmian lepkości ferrooleju w funkcji ciśnienia i wartości indukcji pola magnetycznego oraz niezadowalającymi rezultatami wykorzystania dostępnych w literaturze modeli, zaproponowano własne funkcje określające związki między lepkością ferrooleju a jego ciśnieniem i oddziałującym na nie polem magnetycznym. Zależność określająca zmiany lepkości w funkcji ciśnienia daje dobre wyniki, gdy modeluje się nadciśnienia względem przyjętej bezwymiarowej wartości odniesienia równej zeru.

Przedstawione w pracy wyniki symulacji dotyczące modelowanych stożkowych łożysk ślizgowych, potwierdzają postawioną w pracy tezę. Na podstawie przeprowadzonych rozważań teoretycznych, uzyskanego modelu matematycznego oraz wykonanych obliczeń numerycznych wykazano, że: **zastosowanie ferrooleju jako cieczy smarującej stożkowe łożysko ślizgowe, daje możliwość wpływania na parametry przepływowe i eksploatacyjne podczas pracy łożyska, poprzez oddziaływanie na ferroolej zewnętrznym polem magnetycznym**.

Podczas rozpatrywania zagadnienia ujętego w niniejszej rozprawie, zrodziło się kilka wartych uwagi aspektów smarowania hydrodynamicznego łożysk stożkowych, które autor rozpatruje i będzie rozpatrywał w kolejnych badaniach. Proponowane i planowane kierunki dalszych prac przedstawiono w kolejnym podrozdziale.

5.2 Kierunki dalszych prac

Autor planuje kontynuować prace dotyczące hydrodynamicznego smarowania stożkowych łożysk ślizgowych, a w szczególności takich, których czynnikiem smarującym jest ferroolej poddany działaniu zewnętrznego pola magnetycznego. Badania w dalszym ciągu będą prowadzone od strony teoretycznej i symulacji numerycznych, a przedstawiony w pracy model smarowania zostanie wykorzystany do zaprojektowania stanowiska pomiarowego, po którego zbudowaniu będzie można zweryfikować poprawność otrzymywanych w symulacjach wyników. Celem utylitarnym dla autora, jest znalezienie praktycznych zastosowań dla stożkowych łożysk ślizgowych smarowanych ferroolejami. Autor uważa, że obecnie obszar ich wykorzystania może się ograniczać do zastosowań specjalnych, gdyż dużym ograniczeniem jest cena ferroleju, która jest kilkuset razy większa niż klasycznego oleju, jednak być może w przyszłości rozwój technologii pozwoli obniżyć koszt wytwarzania ferrolejów, dzięki czemu łożyska nimi smarowane, mogłyby zostać stosowane na szerszą skalę.

Przedstawiony w niniejszej pracy model oraz opracowane procedury obliczeniowe będą mogły zostać wykorzystane w dalszych badaniach, w których autor planuje określić wpływ różnych czynników na parametry pracy łożyska. Jednym z nich jest nierównoległość osi obrotu czopa, w stosunku do osi symetrii panewki. Kolejnym jest chropowatość współpracujących powierzchni czopa i panewki, powodująca stochastyczne zmiany wysokości szczeliny smarnej. Warte uwagi i przeprowadzenia badań, jest łożysko stożkowe o nierównych kątach rozwarcia stożka czopa i panewki. Rozpatrywanie smarowania łożysk o niewielkich wymiarach (zwanych *mikrołożyskami*) może postawić konieczność uwzględnienia wpływu sił adhezji na uzyskiwane wartości ciśnienia hydrodynamicznego. Planowane jest również rozwijanie modelu, który umożliwi między innymi, badanie niestacjonarnego smarowania łożysk stożkowych oraz innych łożysk o nieklasycznych powierzchniach (sferyczne, paraboliczne, hiperboliczne) ferrocieczami o właściwościach lepkosprężystych. Ciekawym aspektem w modelowaniu smarowania hydrodynamicznego, jest rozpatrzenie przepływu turbulentnego w szczelinie smarnej, z uwzględnieniem efektu *poślizgu* przy powierzchniach czopa i panewki. Jednym z celów dalszych badań, będzie uwzględnienie kierunku działania wektora indukcji magnetycznej na wartości lepkości dynamicznej ferrooleju. Podczas modelowania przepływu cieczy lepkosprężystej niezbędna będzie znajomość wartości współczynników określających właściwości fizyczne tej cieczy, stąd rodzi się konieczność przeprowadzenia doświadczeń, dzięki którym będą mogły one zostać wyznaczone. Prace będą również kontynuowane w aspekcie poszukiwania możliwości realizacji układu pozwalającego wytwarzać różnie niejednorodne oraz

niestacjonarne pola magnetyczne, działające na ferroolej w szczelinie smarnej, gdzie będzie można dokonać pomiaru, zarówno ich wartości jak ich parametrów eksploatacyjnych łożyska. Kolejnym elementem planowanych badań, będzie wykorzystanie komercyjnego oprogramowania CFD, takiego jak Ansys Fluent lub MSC Nastran w modelowaniu smarowania łożysk ślizgowych ferroolejami w działającym na nie polu magnetycznym. Oprogramowanie takie daje bardzo duże możliwości rozpatrywania różnych zjawisk fizycznych, a także uwzględniania oddziaływań ciało stałe - płyn (tzw. *FSI*, z ang. *fluid–structure interaction*). Minusem ich zastosowanie jest to, że w ich podstawowej formie nie zaimplementowano niezbędnych dla autora funkcji określających zmiany lepkości w zależności od wartości indukcji pola magnetycznego, ale przykładowo środowisko Ansys Workbench daje możliwość adaptacji własnych zależności i funkcji poprzez UDS (z ang. *user defined scalars*) i UDF (z ang. *user defined functions*). Autor będzie również dążył do przeprowadzenia rozważań i obliczeń z wykorzystaniem *metody elementów skończonych* lub pół-analitycznej metody HAM, w celu sprawdzenia, czy jedna z metod może okazać się optymalna przy prowadzonych rozważaniach hydrodynamicznego smarowania łożysk ślizgowych.

Dodatki

A Wykorzystane w pracy zależności rachunku tensorowego i całkowego

Dodatek zawiera podstawowe wzory rachunku tensorowego, które zostały zastosowane w niniejszej pracy.

Dowolny wektor $\vec{u}$ w krzywoliniowym ortogonalnym układzie współrzędnych (α_1, α_2, α_3), ma składowe:

$$\vec{u} = \vec{e}_{\alpha_1} u_{\alpha_1} + \vec{e}_{\alpha_2} u_{\alpha_2} + \vec{e}_{\alpha_3} u_{\alpha_3}. \tag{A.1}$$

$\vec{e}_{\alpha_1}$, $\vec{e}_{\alpha_2}$, $\vec{e}_{\alpha_3}$ oznaczają wersory bazowe danego układu współrzędnych, natomiast u_{α_1}, u_{α_2}, u_{α_3} to składowe danego wektora.
W szczególności, w stożkowym układzie współrzędnych (φ,y,x), wektor $\vec{u}$ przyjmuje postać:

$$\vec{u} = \vec{e}_{\varphi} u_{\varphi} + \vec{e}_{y} u_{y} + \vec{e}_{x} u_{x}. \tag{A.2}$$

Gradient funkcji skalarnej g, zapisanej w dowolnym krzywoliniowym, ale ortogonalnym układzie współrzędnych, można obliczyć, jako:

$$\operatorname{grad} g\left(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right) = \nabla g = \frac{\vec{e}_{\alpha_1}}{h_{\alpha_1}} \frac{\partial g}{\partial \alpha_1} + \frac{\vec{e}_{\alpha_2}}{h_{\alpha_2}} \frac{\partial g}{\partial \alpha_2} + \frac{\vec{e}_{\alpha_3}}{h_{\alpha_3}} \frac{\partial g}{\partial \alpha_3}. \tag{A.3}$$

h_{α_1},h_{α_2},h_{α_3} oznaczają współczynniki Lame'go dla danego układu współrzędnych.
Dla układu stożkowego:

$$\operatorname{grad} g\left(\varphi, y, x\right) = \nabla g = \frac{\vec{e}_{\varphi}}{h_{\varphi}} \frac{\partial g}{\partial \varphi} + \frac{\vec{e}_{y}}{h_{y}} \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\vec{e}_{x}}{h_{x}} \frac{\partial g}{\partial x}, \tag{A.4}$$

przy czym, zgodnie z podr. 2.1.1, mamy:

$$h_{\varphi} = R_0 + x \cos\gamma + y \sin\gamma, \tag{A.5}$$

$$h_{y} = 1, \tag{A.6}$$

$$h_{x} = 1, \tag{A.7}$$

natomiast *operator nabla* w tym układzie przyjmuje postać:

$$\nabla \equiv \frac{\vec{e}_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial\,\varphi} + \vec{e}_y\frac{\partial}{\partial\,y} + \vec{e}_x\frac{\partial}{\partial\,x}. \tag{A.8}$$

Gradient wielkości wektorowej w wyniku daje wielkość tensorową. W trójwymiarowej przestrzeni tensor $\mathbf{Q}$ może być reprezentowany przez macierz o wymiarze 3×3. Składową $(i,\, j)$ takiego tensora oblicza się z zależności:

$$Q_{ij} = (\operatorname{grad}\vec{u})_{ij} = \frac{1}{h_{\alpha_j}}\frac{\partial u_i}{\partial \alpha_j} - \frac{u_j}{h_{\alpha_i}h_{\alpha_j}}\frac{\partial h_{\alpha_j}}{\partial \alpha_i} + \delta_{ij}\frac{1}{h_{\alpha_j}}\sum_{k=1}^{3}\frac{u_k}{h_{\alpha_k}}\frac{\partial h_{\alpha_i}}{\partial \alpha_k}, \qquad \text{dla } i = 1,2,3;\ j = 1,2,3. \tag{A.9}$$

Symbol δ_{ij} oznacza *deltę Kroneckera*:

$$\delta ij = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad i = j \\ 0 & \text{dla} \quad i \neq j \end{cases}.$$

W układzie stożkowym otrzymujemy:

$$\mathbf{Q} = \operatorname{grad}\vec{u} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\sin\gamma}{h_\varphi}u_y + \frac{\cos\gamma}{h_\varphi}u_x & \frac{\partial u_\varphi}{\partial y} & \frac{\partial u_\varphi}{\partial x} \\ \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial u_y}{\partial \varphi} - \frac{\sin\gamma}{h_\varphi}u_\varphi & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial u_x}{\partial \varphi} - \frac{\cos\gamma}{h_\varphi}u_\varphi & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{A.10}$$

Dywergencja dowolnego wektora $\vec{u}$ wynosi:

$$\begin{aligned} &\operatorname{div}\vec{u} = \nabla\cdot\vec{u} = \\ &= \frac{1}{h_{\alpha_1}h_{\alpha_2}h_{\alpha_3}}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(u_{\alpha_1}h_{\alpha_2}h_{\alpha_3}\right) + \frac{\partial}{\partial\alpha_2}\left(u_{\alpha_2}h_{\alpha_1}h_{\alpha_3}\right) + \frac{\partial}{\partial\alpha_3}\left(u_{\alpha_3}h_{\alpha_1}h_{\alpha_2}\right)\right], \end{aligned} \tag{A.11}$$

natomiast w układzie stożkowym:

$$\operatorname{div}\vec{u} = \nabla\cdot\vec{u} = \frac{1}{h_\varphi}\left[\frac{\partial u_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial\left(u_y h_\varphi\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left(u_x h_\varphi\right)}{\partial x}\right]. \tag{A.12}$$

Wynikiem obliczenia dywergencji tensora $\mathbf{Q}$ jest wektor $\vec{u}$, którego i-ta składowa $(i = 1,2,3)$:

$$\begin{aligned} u_i = (\operatorname{Div} Q)_i = \frac{1}{h_{\alpha_1}h_{\alpha_2}h_{\alpha_3}h_{\alpha_i}}\Bigg[&\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial}{\partial\alpha_k}\left(\frac{h_{\alpha_1}h_{\alpha_2}h_{\alpha_3}h_{\alpha_i}Q_{ik}}{h_{\alpha_k}}\right) + \\ &- \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\frac{h_{\alpha_1}h_{\alpha_2}h_{\alpha_3}Q_{kk}}{h_{\alpha_k}^2}\frac{\partial h_{\alpha_k}^2}{\partial\alpha_i}\Bigg]. \end{aligned} \tag{A.13}$$

Dywergencja tensora $\mathbf{Q}$ w układzie stożkowym wynosi:

$$\operatorname{Div}\mathbf{Q} = \frac{\vec{e}_\varphi}{h_\varphi}\left[\frac{\partial Q_{\varphi\varphi}}{\partial\varphi} + 2\,Q_{\varphi y}\sin\gamma + h_\varphi\frac{\partial Q_{\varphi y}}{\partial y} + 2\,Q_{\varphi x}\cos\gamma + h_\varphi\frac{\partial Q_{\varphi x}}{\partial x}\right] +$$

$$+\frac{\vec{e}_y}{h_\varphi}\left[\frac{\partial Q_{y\varphi}}{\partial\varphi}+Q_{yy}\,\sin\gamma+h_\varphi\frac{\partial Q_{yy}}{\partial y}+Q_{yx}\,\cos\gamma+h_\varphi\frac{\partial Q_{yx}}{\partial x}-Q_{\varphi\varphi}\,\sin\gamma\right]+$$

$$+\frac{\vec{e}_x}{h_\varphi}\left[\frac{\partial Q_{x\varphi}}{\partial\varphi}+Q_{xy}\,\sin\gamma+h_\varphi\frac{\partial Q_{xy}}{\partial y}+Q_{xx}\,\cos\gamma+h_\varphi\frac{\partial Q_{xx}}{\partial x}-Q_{\varphi\varphi}\,\cos\gamma\right]. \tag{A.14}$$

Pochodna substancjalna $\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}$ [62, 126] wielkości wektorowej $\vec{u}$ wynosi:

$$\frac{\mathrm{D}\,\vec{u}}{\mathrm{D}\,t}=\frac{\partial\,\vec{u}}{\partial\,t}+\vec{u}\cdot\nabla\,\vec{u}, \tag{A.15}$$

gdzie t oznacza zmienną czasową.

B Równania opisujące pole magnetyczne

Korzystamy z równań Maxwella [61, 70, 126, 156]:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = 0, \tag{B.1}$$

oraz

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0, \tag{B.2}$$

gdzie $\vec{H}$ to wektor natężenia pola magnetycznego, natomiast $\vec{B}$ to wektor indukcji pola magnetycznego, który można obliczyć z zależności [61, 70, 126, 156]:

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{N} \right). \tag{B.3}$$

Wektor $\vec{N}$ oznacza wektor namagnesowania w rozpatrywanym materiale (tutaj ferrocieczy). Właściwości magnetyczne materiału są scharakteryzowane przez tensor podatności magnetycznej $\boldsymbol{\chi}$. Wielkości te łączy ze sobą zależność:

$$\vec{N} = \vec{H} \cdot \boldsymbol{\chi} \tag{B.4}$$

Postawiając zależność (B.3) do równania (B.2), otrzymujemy:

$$\mu_0 \left(\mathrm{div}\vec{H} + \mathrm{div}\vec{N} \right) = 0. \tag{B.5}$$

Rozpatrując dwa przypadki:

$$\text{a)}\ \mathrm{div}\vec{H} = -\mathrm{div}\vec{N},$$

$$\text{b)}\ \mathrm{div}\vec{H} = 0 \quad \wedge \quad \mathrm{div}\vec{N} = 0.$$

dochodzimy, do wniosku, że przypadek (a) dla ferrocieczy w polu magnetyczym nigdy nie jest spełniony. Dalej rozważamy jedynie przypadek (b), czyli:

$$\mathrm{div}\vec{H} = 0, \tag{B.6}$$

i

$$\mathrm{div}\vec{N} = 0. \tag{B.7}$$

Powyższe równania zapisujemy w układzie stożkowym:
- równanie (B.1) - kierunek φ:

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = 0, \tag{B.8}$$

- równanie (B.1) - kierunek y:

$$\frac{1}{h_\varphi}\left(\frac{\partial\left(h_\varphi H_\varphi\right)}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial \varphi}\right) = 0, \tag{B.9}$$

- równanie (B.1) - kierunek x:

$$\frac{1}{h_\varphi}\left(\frac{\partial H_y}{\partial \varphi} - \frac{\partial\left(h_\varphi H_\varphi\right)}{\partial y}\right) = 0, \tag{B.10}$$

- równanie (B.6) :

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial\left(h_\varphi H_y\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left(h_\varphi H_x\right)}{\partial x} = 0, \tag{B.11}$$

- równanie (B.7) :

$$\frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial\left(h_\varphi N_y\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left(h_\varphi N_x\right)}{\partial x} = 0. \tag{B.12}$$

B.1 Bezwymiarowa postać równań opisujących pole magnetyczne

W przekształceniach uwzględnimy, że człony rzędu $\psi \to 0$. Do równań (B.8), (B.9), (B.10), (B.11) i (B.11) podstawiamy następujące wielkości i oznaczenia (opisane w rozdz. 2):

$$L = R_0\, L_1, \quad y = \varepsilon\, y_1 \equiv R_0\, \psi\, y_1, \quad x = L\, x_1 \equiv R_0\, L_1\, x_1,$$

$$H_\varphi = H_0\, H_1, \quad H_y = H_0\, H_2, \quad H_x = H_0\, H_3, \quad N_\varphi = N_0\, N_1, \quad N_y = N_0\, N_2, \quad N_x = N_0\, N_3$$

oraz

$$\Theta = L_1\, x_1 \cos\gamma + 1,$$

i otrzymujemy:
- z równania (B.8) - kierunek φ:

$$\frac{\partial\left(H_0 H_3\right)}{\partial\left(R_0\, \psi\, y_1\right)} - \frac{\partial\left(H_0 H_2\right)}{\partial\left(R_0\, L_1\, x_1\right)} = 0, \tag{B.13}$$

następnie:

$$\begin{aligned} \frac{H_0}{R_0}\left(\frac{1}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1} - \frac{1}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\right) = 0 \quad &\Longrightarrow \quad \frac{1}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1} - \frac{1}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1} = 0 \quad \Longrightarrow \\ &\Longrightarrow \quad \frac{1}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1} = \frac{1}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}, \end{aligned} \tag{B.14}$$

czyli

$$\frac{\partial H_3}{\partial y_1} = \frac{\psi}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1} \approx 0, \tag{B.15}$$

- z równania (B.9) - kierunek y:

$$\frac{1}{R_0\,\Theta}\left(\frac{\partial\left(R_0\,\Theta\,H_0\,H_1\right)}{\partial\left(R_0\,L_1\,x_1\right)} - \frac{\left(\partial H_0\,H_x\right)}{\partial\varphi}\right) = 0, \tag{B.16}$$

a po uproszczeniach:

$$\frac{H_0}{R_0\,\Theta}\left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial\left(\Theta\,H_1\right)}{\partial x_1} - \frac{\partial H_x}{\partial\varphi}\right) = 0 \quad\Longrightarrow\quad \frac{1}{L_1}\frac{\partial\left(\Theta\,H_1\right)}{\partial x_1} - \frac{\partial H_x}{\partial\varphi} = 0, \tag{B.17}$$

- z równania (B.10) - kierunek x:

$$\frac{1}{R_0\,\Theta}\left(\frac{\partial\left(H_0\,H_y\right)}{\partial\varphi} - \frac{\partial\left(R_0\,\Theta\,H_0\,H_1\right)}{\partial\left(R_0\,\psi\,y_1\right)}\right) = 0, \tag{B.18}$$

a dalej:

$$\begin{aligned}\frac{H_0}{R_0\Theta}\left(\frac{\partial H_2}{\partial\varphi} - \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1}\right) = 0 \quad&\Longrightarrow\quad \frac{\partial H_2}{\partial\varphi} - \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1} \quad\Longrightarrow\\ &\Longrightarrow\quad \frac{1}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial\varphi} = \frac{1}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1},\end{aligned} \tag{B.19}$$

lub

$$\frac{\partial H_1}{\partial y_1} = \frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial\varphi} \approx 0, \tag{B.20}$$

- z równania (B.11) :

$$\frac{\partial\left(H_0\,H_1\right)}{\partial\varphi} + \frac{\partial\left(R_0\,\Theta\,H_0\,H_2\right)}{\partial\left(R_0\,\psi\,y_1\right)} + \frac{\partial\left(R_0\,\Theta\,H_0\,H_3\right)}{\partial\left(R_0\,L_1\,x_1\right)} = 0, \tag{B.21}$$

następnie:

$$\begin{aligned}H_0\left(\frac{\partial H_1}{\partial\varphi} + \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial H_2}{\partial y_1} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial\left(\Theta\,H_3\right)}{\partial x_1}\right) = 0 \quad&\Longrightarrow\\ \Longrightarrow\quad \frac{\partial H_1}{\partial\varphi} + \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial H_2}{\partial y_1} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial\left(\Theta\,H_3\right)}{\partial x_1} &= 0,\end{aligned} \tag{B.22}$$

a stąd:

$$\frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial\varphi} + \frac{\partial H_2}{\partial y_1} + \frac{\psi}{\Theta\,L_1}\frac{\partial\left(\Theta\,H_3\right)}{\partial x_1} = 0 \quad\Longrightarrow\quad \frac{\partial H_2}{\partial y_1} \approx 0, \tag{B.23}$$

- z równania (B.12) :

$$\frac{\partial\left(N_0\,N_1\right)}{\partial\varphi} + \frac{\partial\left(R_0\,\Theta\,N_0 N_2\right)}{\partial\left(R_0\,\psi\,y_1\right)} + \frac{\partial\left(R_0\,\Theta\,N_0\,N_3\right)}{\partial\left(R_0\,L_1\,x_1\right)} = 0, \tag{B.24}$$

dalej:

$$\begin{aligned}N_0\left(\frac{\partial N_1}{\partial\varphi} + \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial N_2}{\partial y_1} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial\left(\Theta\,N_3\right)}{\partial x_1}\right) = 0 \quad&\Longrightarrow\\ \Longrightarrow\quad \frac{\partial N_1}{\partial\varphi} + \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial N_2}{\partial y_1} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial\left(\Theta\,N_3\right)}{\partial x_1} &= 0,\end{aligned} \tag{B.25}$$

stąd:

$$\frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial N_1}{\partial\varphi} + \frac{\partial N_2}{\partial y_1} + \frac{\psi}{\Theta\,L_1}\frac{\partial\left(\Theta\,N_3\right)}{\partial x_1} = 0 \quad\Longrightarrow\quad \frac{\partial N_2}{\partial y_1} \approx 0. \tag{B.26}$$

C | Wyprowadzenie równań pędu

Zgodnie z równaniem (2.2.27) tensor naprężeń $\mathbf{S}$ można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{S} = -p\mathbf{I} + \eta_p\left(\dot{\gamma}, T, p, B\right) \cdot \mathbf{A}_1, \tag{C.1}$$

natomiast tensor:

$$\mathbf{A}_1 \equiv \mathbf{L} + \mathbf{L}^{\mathrm{T}}. \tag{C.2}$$

Tensor gradientu wektora prędkości oblicza się z zależności:

$$\mathbf{L} \equiv \operatorname{grad} \vec{v}. \tag{C.3}$$

Wektor prędkości w układzie stożkowym zapisujemy jako:

$$\vec{v} = \vec{e}_\varphi v_\varphi + \vec{e}_y v_y + \vec{e}_x v_x.$$

Tensor $\mathbf{L}$ jest wówczas postaci:

$$\mathbf{L} = \operatorname{grad} \vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\sin\gamma}{h_\varphi} v_y + \frac{\cos\gamma}{h_\varphi} v_x & \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} & \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} \\ \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial \varphi} - \frac{\sin\gamma}{h_\varphi} v_\varphi & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial x} \\ \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial \varphi} - \frac{\cos\gamma}{h_\varphi} v_\varphi & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial x} \end{bmatrix}, \tag{C.4}$$

natomiast po transponując ten tensor, otrzymujemy:

$$\mathbf{L}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\sin\gamma}{h_\varphi} v_y + \frac{\cos\gamma}{h_\varphi} v_x & \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial \varphi} - \frac{\sin\gamma}{h_\varphi} v_\varphi & \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial \varphi} - \frac{\cos\gamma}{h_\varphi} v_\varphi \\ \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial y} \\ \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial x} \end{bmatrix},$$

stąd (symetryczny) tensor $\mathbf{A}_1$:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 2\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\sin\gamma}{h_\varphi} v_y + \frac{\cos\gamma}{h_\varphi} v_x\right) & \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} + \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial \varphi} - \frac{\sin\gamma}{h_\varphi} v_\varphi & \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} + \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial \varphi} - \frac{\cos\gamma}{h_\varphi} v_\varphi \\ \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial \varphi} - \frac{\sin\gamma}{h_\varphi} v_\varphi + \frac{\partial v_\varphi}{\partial y} & 2\frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \\ \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial \varphi} - \frac{\cos\gamma}{h_\varphi} v_\varphi + \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} & 2\frac{\partial v_x}{\partial x} \end{bmatrix}.$$

Związek (C.1) można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{S} \equiv \begin{bmatrix} \tau_{\varphi\varphi} & \tau_{\varphi y} & \tau_{\varphi x} \\ \tau_{y\varphi} & \tau_{yy} & \tau_{yx} \\ \tau_{x\varphi} & \tau_{xy} & \tau_{xx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix} + \eta_p \begin{bmatrix} A_{\varphi\varphi} & A_{\varphi y} & A_{\varphi x} \\ A_{y\varphi} & A_{yy} & A_{yx} \\ A_{x\varphi} & A_{xy} & A_{xx} \end{bmatrix}, \tag{C.5}$$

gdzie τ_{ij} w [Pa], to składowe tensora naprężeń $\mathbf{S}$, natomiast A_{ij} w [s^{-1}], to składowe tensora prędkości deformacji $\mathbf{A}_1$.

Obliczając dywergencję tensora naprężeń S, mamy[1]:

składowa w kierunku φ:

$$(\mathrm{Div}\,\mathbf{S})_\varphi = \frac{1}{h_\varphi^2}\left[h_\varphi \frac{\partial \tau_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial y}\left(h_\varphi^2\,\tau_{\varphi y}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(h_\varphi^2\,\tau_{\varphi x}\right)\right], \tag{C.6}$$

składowa w kierunku y:

$$(\mathrm{Div}\,\mathbf{S})_y = \frac{1}{h_\varphi}\left[\frac{\partial \tau_{y\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial y}\left(h_\varphi\,\tau_{yy}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(h_\varphi \tau_{yx}\right) - \tau_{\varphi\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}\right], \tag{C.7}$$

składowa w kierunku x:

$$(\mathrm{Div}\,\mathbf{S})_x = \frac{1}{h_\varphi}\left[\frac{\partial \tau_{x\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial y}\left(h_\varphi\,\tau_{xy}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(h_\varphi\,\tau_{xx}\right) - \tau_{\varphi\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right]. \tag{C.8}$$

Korzystając z równania (2.2.15) oraz wykorzystując (A.15) i równania (C.6), (C.7), (C.8), otrzymujemy równania pędu:
- w kierunku φ:

$$\begin{aligned} &\varrho\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi v_y}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y} + \frac{v_\varphi v_x}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_\varphi}{\partial y} + v_x\frac{\partial v_\varphi}{\partial x}\right) = \\ &= \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[-p + \frac{2\eta_p}{h_\varphi}\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + v_y\frac{\partial h_\varphi}{\partial y} + v_x\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right] + \\ &+ \frac{1}{h_\varphi^2}\frac{\partial}{\partial y}\left[h_\varphi^2\eta_p\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial y} + \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}\right)\right] + \\ &+ \frac{1}{h_\varphi^2}\frac{\partial}{\partial x}\left[h_\varphi^2\eta_p\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial x} + \frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right] + \\ &+ \mu_0\left(\frac{N_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} + N_y\frac{\partial H_\varphi}{\partial y} + N_x\frac{\partial H_\varphi}{\partial x}\right), \end{aligned} \tag{C.9}$$

[1]Nie wyliczono tutaj pochodnych współczynnika Lame'go h_φ oraz pochodnych jego iloczynów, gdyż w dalszej części uprości to zapis, podczas wyprowadzenia bezwymiarowej postaci równań pędu oraz zmodyfikowanego równania Reynoldsa.

- w kierunku y:

$$
\begin{aligned}
&\varrho\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi^2}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}+v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)=\\
&=\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_p\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_y}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+\frac{\partial v_\varphi}{\partial y}\right)\right]+\\
&+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial y}\left[h_\varphi\left(-p+2\eta_p\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)\right]+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial x}\left[h_\varphi\eta_p\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\right]+\\
&-\frac{1}{2h_\varphi^2}\left[-p+2\eta_p\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{v_y}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+\frac{v_x}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right]\frac{\partial h_\varphi^2}{\partial y}+\\
&+\mu_0\left(\frac{N_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_y}{\partial\varphi}+N_y\frac{\partial H_y}{\partial y}+N_x\frac{\partial H_y}{\partial x}\right),
\end{aligned}
\tag{C.10}
$$

- w kierunku x:

$$
\begin{aligned}
&\varrho\left(\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi^2}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)=\\
&=\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_p\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_x}{\partial\varphi}-\frac{v_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}+\frac{\partial v_\varphi}{\partial x}\right)\right]+\\
&+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial y}\left[h_\varphi\eta_p\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)\right]+\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial}{\partial x}\left[h_\varphi\left(-p+2\eta_p\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)\right]+\\
&-\frac{1}{2h_\varphi^2}\left[-p+2\eta_p\left(\frac{1}{h_\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{v_y}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial y}+\frac{v_x}{h_\varphi}\frac{\partial h_\varphi}{\partial x}\right)\right]\frac{\partial h_\varphi^2}{\partial x}+\\
&+\mu_0\left(\frac{N_\varphi}{h_\varphi}\frac{\partial H_x}{\partial\varphi}+N_y\frac{\partial H_x}{\partial y}+N_x\frac{\partial H_x}{\partial x}\right).
\end{aligned}
\tag{C.11}
$$

C.1 Bezwymiarowa postać równań pędu

Do równań pędu (C.9), (C.10), (C.11), podstawiamy następujące wielkości i oznaczenia (które zostały opisane w rozdz. 2):

$$
L=R_0\,L_1,\quad y=\varepsilon\,y_1\equiv R_0\,\psi\,y_1,\quad x=L\,x_1\equiv R_0\,L_1\,x_1,\qquad \varrho=\varrho_0\,\varrho_1,\quad \eta_p=\eta_0\,\eta_1,
$$

$$
p=p_0\,p_1,\quad p_0=\frac{R_0\,U_0\,\eta_0}{\varepsilon^2}\equiv\frac{U_0\,\eta_0}{R_0\,\psi^2},\quad v_\varphi=U_0\,v_1,\quad v_y=U_0\,\psi\,v_2,\quad v_x=\frac{U_0}{L_1}\,v_3,
$$

$$
H_\varphi=H_0\,H_1,\quad H_y=H_0\,H_2,\quad H_x=H_0\,H_3,
$$

$$
N_\varphi=N_0\,N_1,\quad N_y=N_0\,N_2,\quad N_x=N_0\,N_3
$$

oraz

$$
\Theta=L_1\,x_1\cos\gamma+1,
$$

Równanie pędu w kierunku φ:

$$
\begin{aligned}
&\varrho_0 \cdot \varrho_1 \cdot \frac{U_0^2}{R_0}\left(\frac{v_1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{\cos\gamma}{L_1 \cdot \Theta} \cdot v_1 \cdot v_3 + \frac{\psi \cdot v_2}{\psi}\frac{\partial v_1}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right) = \\
&= \frac{U_0}{R_0^2\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\epsilon^2} \cdot p_1\right) + 2 \cdot \eta_0 \cdot \eta_1\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{\cos\gamma}{L_1\Theta} \cdot v_3\right)\right] + \right. \\
&+ \frac{R_0\Theta}{R_0\psi}\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\left(\eta_0 \cdot \eta_1\right) \cdot \left(\frac{1}{\psi}\frac{\partial v_1}{\partial y_1} + \frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial \varphi}\right)\right] + \\
&+ 2\cos\gamma\left(\eta_0 \cdot \eta_1\right)\left[\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{1}{L_1 \cdot \Theta}\frac{\partial v_3}{\partial \varphi} - \frac{\cos\gamma}{\Theta} \cdot v_1\right] + \\
&\left. + \frac{R_0\Theta}{R_0 L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\left(\eta_0 \cdot \eta_1\right) \cdot \left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{1}{L_1 \cdot \Theta}\frac{\partial v_3}{\partial \varphi} - \frac{\cos\gamma}{\Theta} \cdot v_1\right)\right]\right\} + \\
&+ \frac{\mu_0 H_0 N_0}{R_0}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right).
\end{aligned}
\tag{C.12}
$$

Obustronne przemnożenie powyższego równania przez $\dfrac{\psi^2 R_0^2}{\eta_0 U_0}$ daje:

$$
\begin{aligned}
&\varrho_1 \cdot \underbrace{\varrho_0 \frac{U_0 R_0 \psi}{\eta_0}}_{=\mathrm{Re}} \psi\left(\frac{v_1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \frac{\cos\gamma}{L_1 \cdot \Theta} \cdot v_1 \cdot v_3 + v_2\frac{\partial v_1}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^2}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right) = \\
&= \frac{1}{\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[\left(-p_1\right) + 2\eta_1\left(\psi^2\frac{1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial \varphi} + \psi^2\frac{\cos\gamma}{L_1\Theta} \cdot v_3\right)\right] + \right. \\
&+ \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\eta_1\left(\psi^2\frac{1}{\psi}\frac{\partial v_1}{\partial y_1} + \psi^2\frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial \varphi}\right)\right] + \\
&+ 2\eta_1\cos\gamma \cdot \left[\psi^2\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \psi^2\frac{1}{L_1 \cdot \Theta}\frac{\partial v_3}{\partial \varphi} - \psi^2\frac{\cos\gamma}{\Theta} \cdot v_1\right] + \\
&\left. + \frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\eta_1\left(\psi^2\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \psi^2\frac{1}{L_1 \cdot \Theta}\frac{\partial v_3}{\partial \varphi} - \psi^2\frac{\cos\gamma}{\Theta} \cdot v_1\right)\right]\right\} + \\
&+ \mu_0 H_0 N_0 \underbrace{\frac{R_0}{\eta_0 U_0}}_{=\frac{1}{p_0 \cdot \psi^2}}\left(\psi^2\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \psi^2\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1} + \psi^2\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right).
\end{aligned}
\tag{C.13}
$$

Po pominięciu członów rzędu ψ i mniejszych pozostaje:

$$
\begin{aligned}
0 = &\frac{1}{\Theta}\left(-\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} + \Theta\frac{\partial}{\partial y_1}\eta_1\frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right) + \\
&+ \underbrace{\frac{\mu_0 H_0 N_0}{p_0}}_{=\mathrm{R_f}}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_1}{\partial y_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right),
\end{aligned}
\tag{C.14}
$$

ale stosując zależność (B.20), można zapisać

$$-\frac{1}{\Theta}\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} + \left(\frac{\partial}{\partial y_1}\eta_1\frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right) + \mathrm{M}_1 = 0, \tag{C.15}$$

gdzie:

$$\mathrm{M}_1 = \mathrm{R_f}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_1}{\partial \varphi} + \frac{N_2}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial \varphi} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_1}{\partial x_1}\right). \tag{C.16}$$

Równanie pędu w kierunku y:

$$\begin{aligned}
&\varrho_0\cdot\varrho_1\cdot\frac{U_0^2}{R_0}\left(\frac{\psi v_1}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial \varphi} + \frac{\psi^2 v_2}{\psi}\frac{\partial v_2}{\partial y_1} + \frac{\psi v_3}{L_1^2}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right) = \\
&= \frac{U_0}{R_0^2\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[(\eta_0\cdot\eta_1)\cdot\left(\frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial \varphi} + \frac{1}{\psi}\frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right)\right] + \right. \\
&+ 2\frac{R_0\Theta}{R_0\psi}\frac{\partial}{\partial y_1}\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\epsilon^2}\cdot p_1 + \eta_0\eta_1\frac{\psi}{\psi}\frac{\partial v_2}{\partial y_1}\right) + \\
&+ \cos\gamma\eta_0\eta_1\left(\frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{1}{L_1\psi}\frac{v_3}{\partial y_1}\right) + \\
&\left. + \frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{1}{L_1\psi}\frac{v_3}{\partial y_1}\right)\right]\right\} + \\
&+ \frac{\mu_0 N_0 H_0}{R_0}\left\{\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial \varphi} + \frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_2}{\partial y_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\right\}.
\end{aligned} \tag{C.17}$$

Przemnażamy obustronnie powyższe równanie przez $\dfrac{\psi^3 R_0^2}{\eta_0 U_0}$ i otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
&\varrho_1\cdot\underbrace{\varrho_0\frac{U_0 R_0\psi}{\eta_0}}_{=\mathrm{Re}}\psi^2\left(\frac{\psi v_1}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial \varphi} + \psi v_2\frac{\partial v_2}{\partial y_1} + \frac{\psi v_3}{L_1^2}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right) = \\
&= \frac{1}{\Theta}\left\{\frac{\partial}{\partial \varphi}\left[\eta_1\left(\psi^3\frac{\psi}{\Theta}\frac{\partial v_2}{\partial \varphi} + \psi^3\frac{1}{\psi}\frac{\partial v_1}{\partial y_1}\right)\right] + \right. \\
&+ 2\frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial}{\partial y_1}\left(-\psi^3\frac{p_1}{\psi^2} + \psi^3\eta_1\frac{\psi}{\psi}\frac{\partial v_2}{\partial y_1}\right) + \\
&+ \eta_1\cos\gamma\cdot\left(\psi^3\frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\psi^3}{L_1\psi}\frac{v_3}{\partial y_1}\right) + \\
&\left. + \frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\eta_1\left(\psi^3\frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\psi^3}{L_1\psi}\frac{v_3}{\partial y_1}\right)\right]\right\} + \\
&+ \mu_0 H_0 N_0\underbrace{\frac{R_0}{\eta_0 U_0}}_{=\frac{1}{p_0\cdot\psi^2}}\left\{\psi^3\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_2}{\partial \varphi} + \psi^3\frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_2}{\partial y_1} + \psi^3\frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1}\right\}.
\end{aligned} \tag{C.18}$$

Po pominięciu członów rzędu ψ i mniejszych pozostaje:

$$0 = 2\,\Theta\frac{\partial p_1}{\partial y_1}, \tag{C.19}$$

czyli:

$$\frac{\partial p_1}{\partial y_1} = 0. \tag{C.20}$$

Równanie pędu w kierunku x:

$$\begin{aligned}
&\varrho_0\varrho_1\frac{U_0^2}{R_0}\left(\frac{v_1}{\Theta L_1}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi} - \frac{v_1^2\cos\gamma}{\Theta} + \frac{v_2}{L_1}\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^3}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right) = \\
&= \frac{U_0}{R_0^2\Theta}\Bigg\{\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{1}{\Theta L_1}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi} + \frac{v_1\cos\gamma}{\Theta} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right)\right] + \\
&+ \frac{\Theta}{\psi}\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\eta_0\eta_1\left(\frac{1}{\psi L_1}\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \frac{\psi}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)\right] + \\
&+ \left[\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\varepsilon_s^2}p_1\right) + \frac{2\eta_0\eta_1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right]\cos\gamma + \\
&+ \frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\varepsilon_s^2}p_1\right) + \frac{2\eta_0\eta_1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right] + \\
&- \left[\left(-\frac{R_0^2\eta_0}{\varepsilon_s^2}p_1\right) + 2\eta_0\eta_1\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial\varphi} + \frac{v_3\cos\gamma}{\Theta L_1}\right)\right]\cos\gamma\Bigg\} + \\
&+ \frac{\mu_0 N_0 H_0}{R_0}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_3}{\partial\varphi} + \frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right).
\end{aligned} \tag{C.21}$$

Po obustronnym przemnożeniu obu stron równania przez $\dfrac{\psi^2 R_0^2}{\eta_0 U_0}$, mamy:

$$\begin{aligned}
&\varrho_1\underbrace{\varrho_0\frac{\psi U_0 R_0}{\eta_0}}_{\mathrm{Re}}\psi\left(\frac{v_1}{\Theta L_1}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi} - \frac{v_1^2\cos\gamma}{\Theta} + \frac{v_2}{L_1}\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \frac{v_3}{L_1^3}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right) = \\
&= \frac{1}{\Theta}\Bigg\{\psi^2\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\eta_1\left(\frac{1}{\Theta L_1}\frac{\partial v_3}{\partial\varphi} + \frac{v_1\cos\gamma}{\Theta} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right)\right] + \\
&+ \Theta\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\eta_1\left(\frac{1}{L_1}\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \frac{\psi^2}{L_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)\right] + \left[-p_1 + \psi^2\frac{2\eta_1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right]\cos\gamma + \\
&+ \frac{\Theta}{L_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left[-p_1 + \psi^2\frac{2\eta_1}{L_1^2}\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right] + \\
&- \left[-p_1 + 2\psi^2\eta_1\left(\frac{1}{\Theta}\frac{\partial v_1}{\partial\varphi} + \frac{v_3\cos\gamma}{\Theta L_1}\right)\right]\cos\gamma\Bigg\} + \\
&+ \underbrace{\frac{\mu_0 H_0 N_0}{p_0}}_{\mathrm{R_f}}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_3}{\partial\varphi} + \frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right).
\end{aligned} \tag{C.22}$$

Po pominięciu członów rzędu ψ i mniejszych, otrzymujemy

$$\begin{aligned}
&-\frac{1}{L_1}\frac{\partial p_1}{\partial x_1} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial}{\partial y_1}\eta_1\frac{\partial v_3}{\partial y_1} + \varrho_1\mathrm{Re}\,\psi\,\frac{\cos\gamma}{\Theta}v_1^2 + \\
&+\mathrm{R_f}\left(\frac{N_1}{\Lambda}\frac{\partial H_3}{\partial\varphi} + \frac{N_2}{\psi}\frac{\partial H_3}{\partial y_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right) = 0,
\end{aligned} \tag{C.23}$$

gdzie jeden z członów mnożonych przez ψ nie został pominięty, czyli:

$$-\varrho_1 \mathrm{Re}\,\psi\,\frac{\cos\gamma}{\Theta}v_1^2, \tag{C.24}$$

Człon tez wprowadza nieliniowość w równaniu, której interpretacja fizyczna jest związana z występowaniem efektu ssącego działania wirującego czopa w stożkowym łożysku ślizgowym.

Wprowadzając oznaczenie:

$$\mathrm{M}_3 = \mathrm{R_f}\left(\frac{N_1}{\Theta}\frac{\partial H_3}{\partial \varphi} + \frac{N_2}{L_1}\frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{N_3}{L_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right), \tag{C.25}$$

bezwymiarowe równanie pędu w kierunku x zapisujemy jako:

$$-\frac{1}{L_1}\frac{\partial p_1}{\partial x_1} + \frac{1}{L_1}\frac{\partial}{\partial y_1}\left(\eta_1\frac{\partial v_3}{\partial y_1}\right) + \varrho_1 \mathrm{Re}\,\psi\,\frac{\cos\gamma}{\Theta}v_1^2 + \mathrm{M}_3 = 0. \tag{C.26}$$

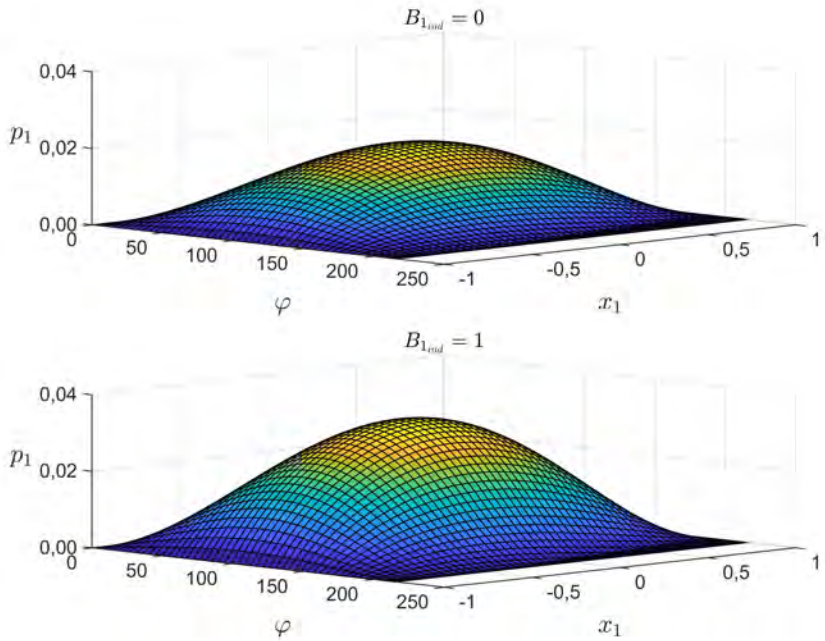
D Wpływ pola magnetycznego na rozkład bezwymiarowego ciśnienia hydrodynamicznego

W niniejszym dodatku przedstawiono porównania trójwymiarowych rozkładów bezwymiarowego ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego smarowanego ferroolejem, na który nie oddziaływano polem magnetycznym ($B_{1_{ind}} = 0$) oraz oddziaływano polem o bezwymiarowej wartości indukcji $B_{1_{ind}} = 1$. Obliczenia wykonano dla przyjętych wartości parametrów przedstawionych w podr. 3.1 i podr. 3.2. Porównania dotyczą łożysk o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kątach $\gamma = 60°, 70°, 80°$, łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i kącie $\gamma = 70°$ oraz łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$ i kącie $\gamma = 70°$. Rozpatrywane wartości mimośrodowości względnej, to $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$.

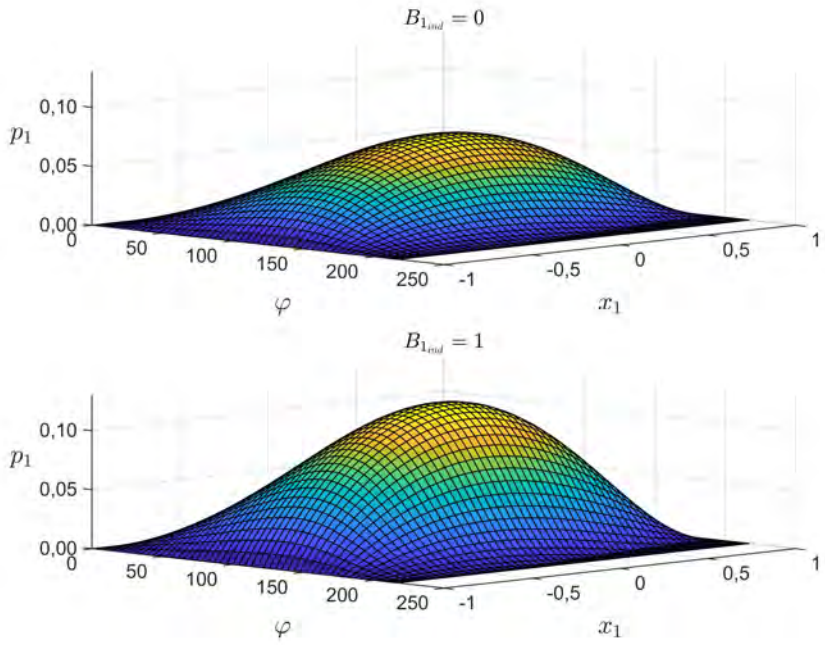
Na Rys. D.6, D.7, D.8, D.9, D.10, przedstawiono porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia, gdy $B_{1_{ind}} = 0$ oraz $B_{1_{ind}} = 1$, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$.

Na Rys. D.1, D.2, D.3, D.4 oraz D.5 przedstawiono porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego przy braku oddziaływania pola magnetycznego ($B_{1_{ind}} = 0$) oraz gdy bezwymiarowa wartość indukcji $B_{1_{ind}} = 1$, w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kącie $\gamma = 60°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$.

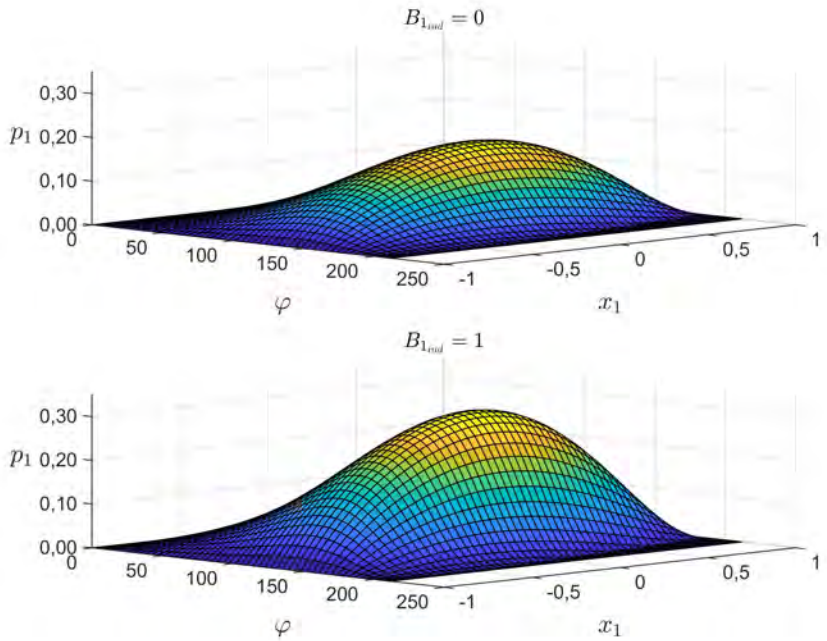
Na Rys. D.11, D.12, D.13, D.14 oraz D.15 przedstawiono porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego przy braku oddziaływania pola magnetycznego ($B_{1_{ind}} = 0$) oraz gdy bezwymiarowa wartość indukcji $B_{1_{ind}} = 1$, w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kącie $\gamma = 80°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$.



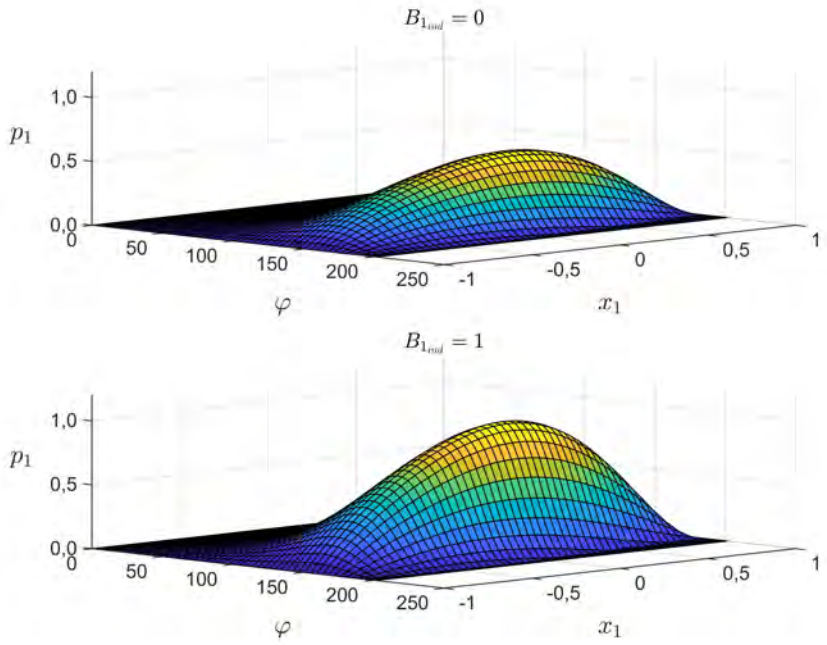
Rys. D.1. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



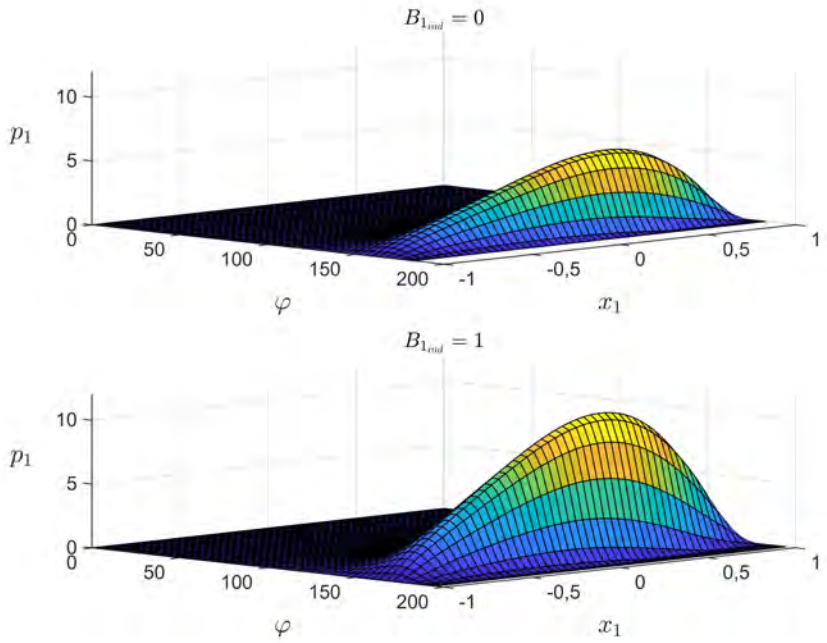
Rys. D.2. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



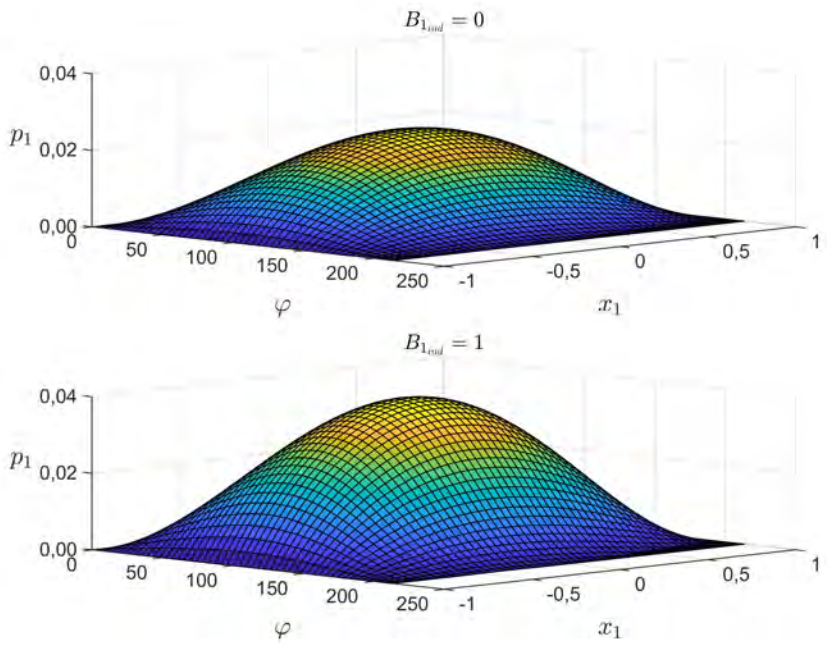
Rys. D.3. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



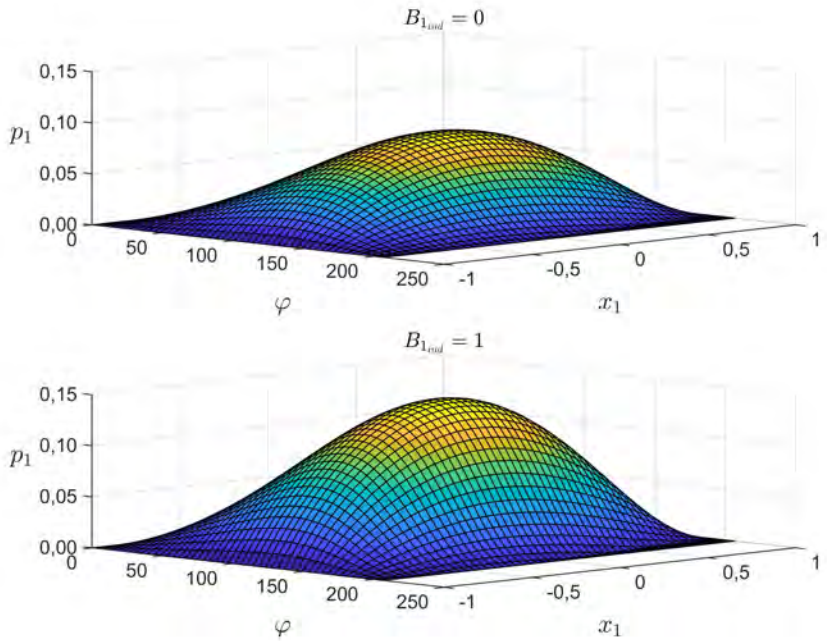
Rys. D.4. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



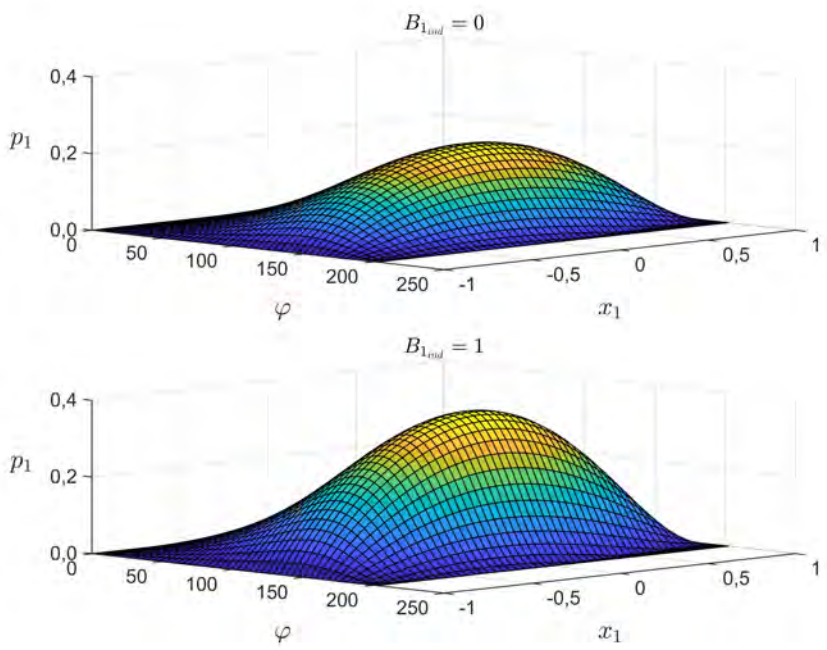
Rys. D.5. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



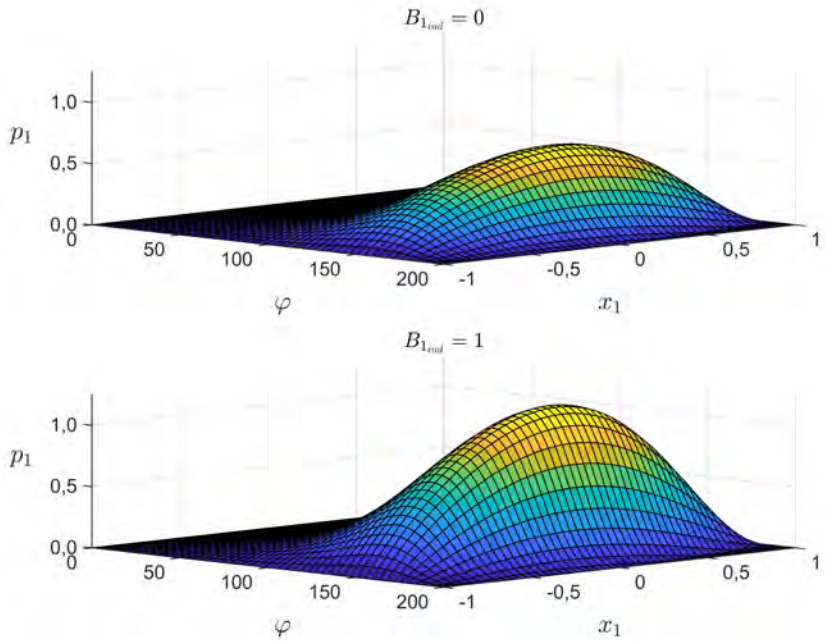
Rys. D.6. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



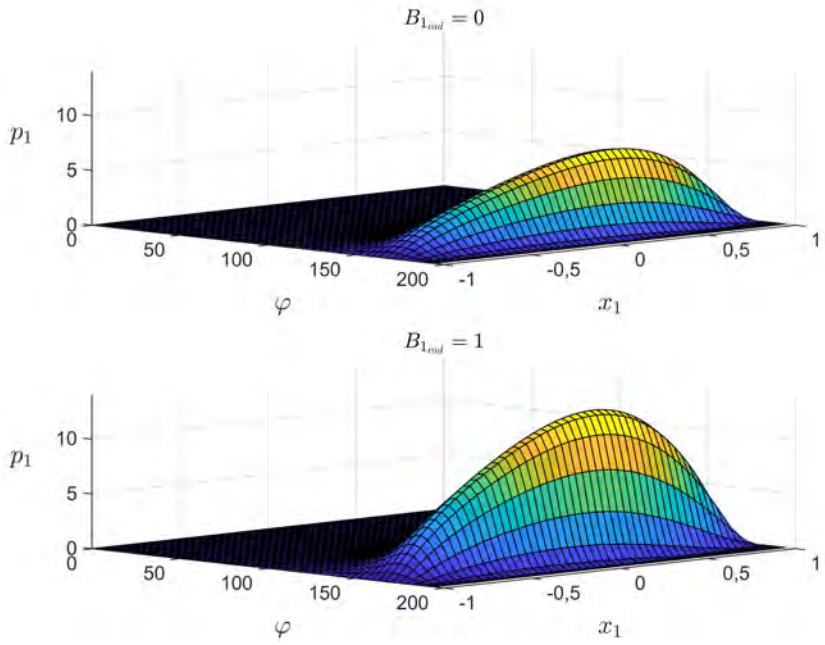
Rys. D.7. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



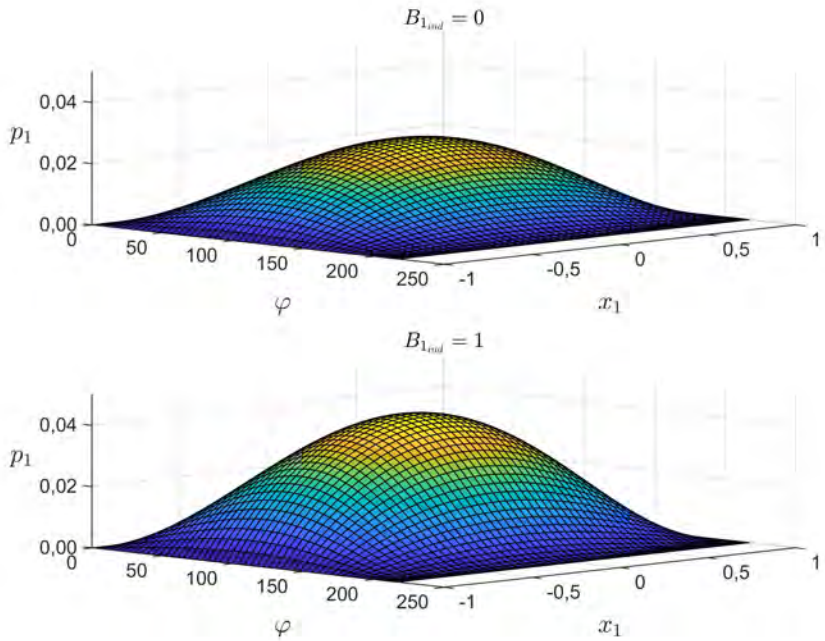
Rys. D.8. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



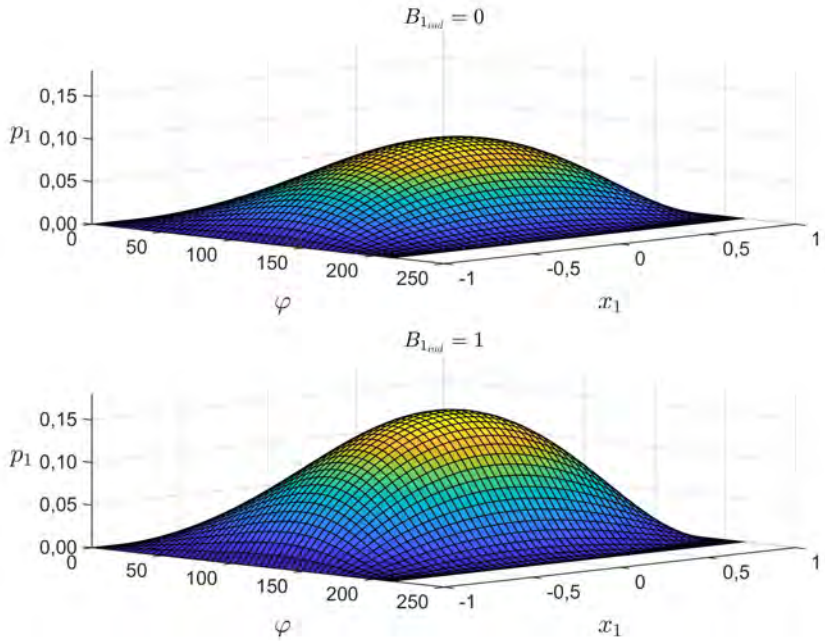
Rys. D.9. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



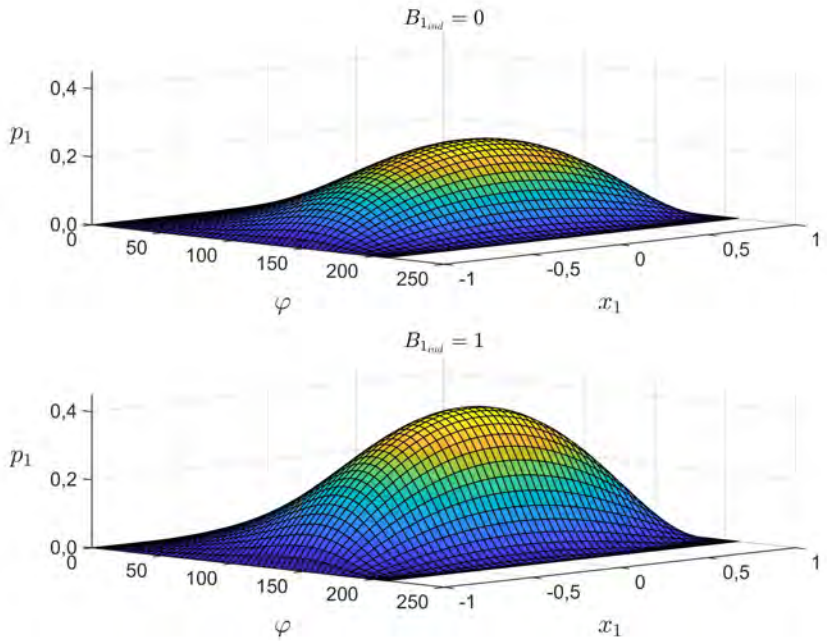
Rys. D.10. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



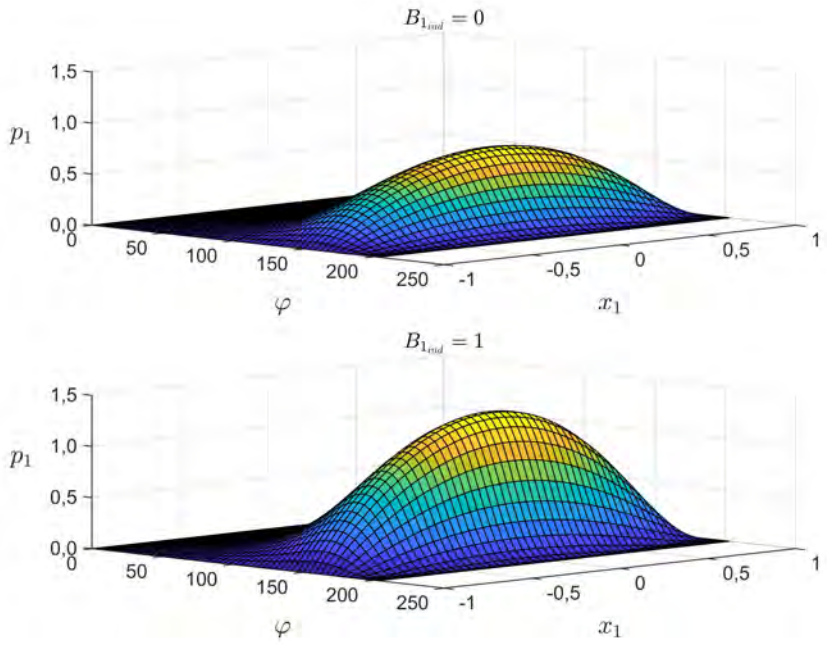
Rys. D.11. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



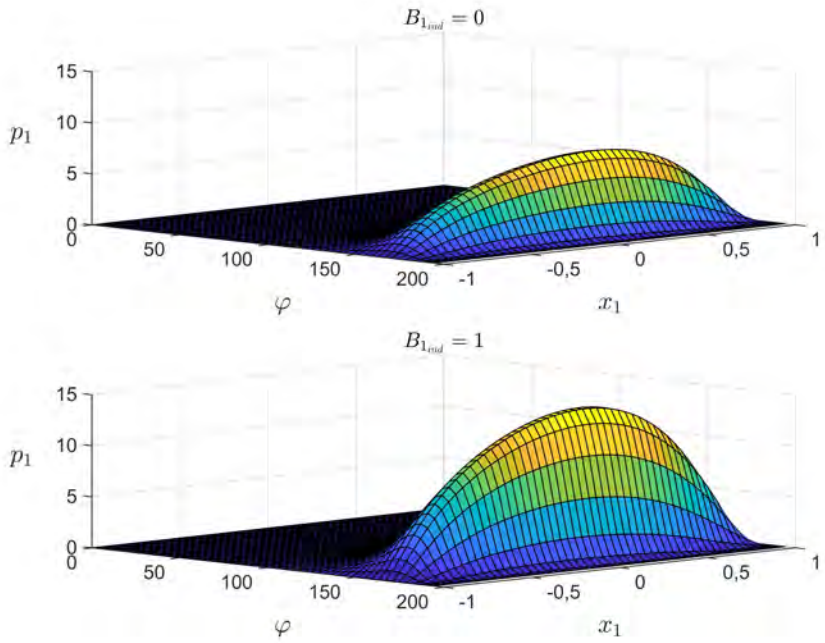
Rys. D.12. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. D.13. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



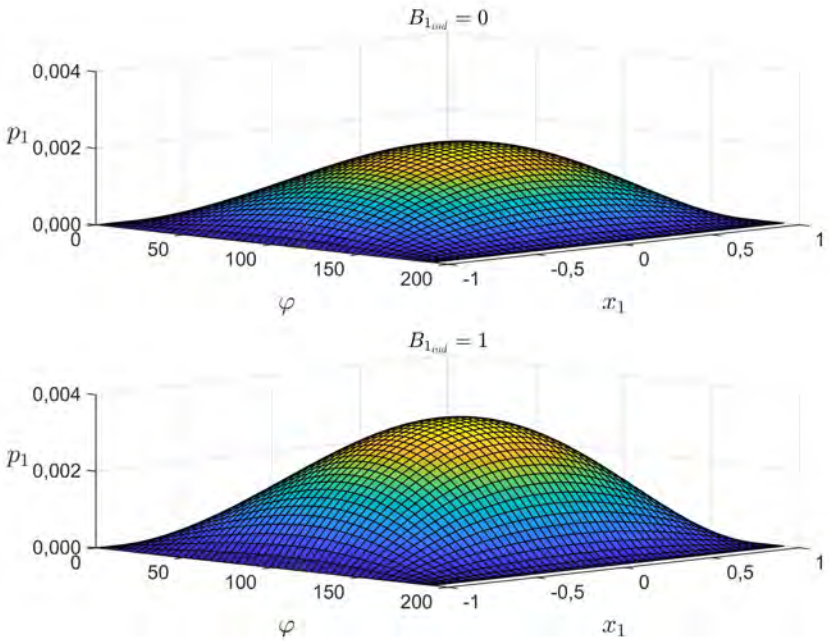
Rys. D.14. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



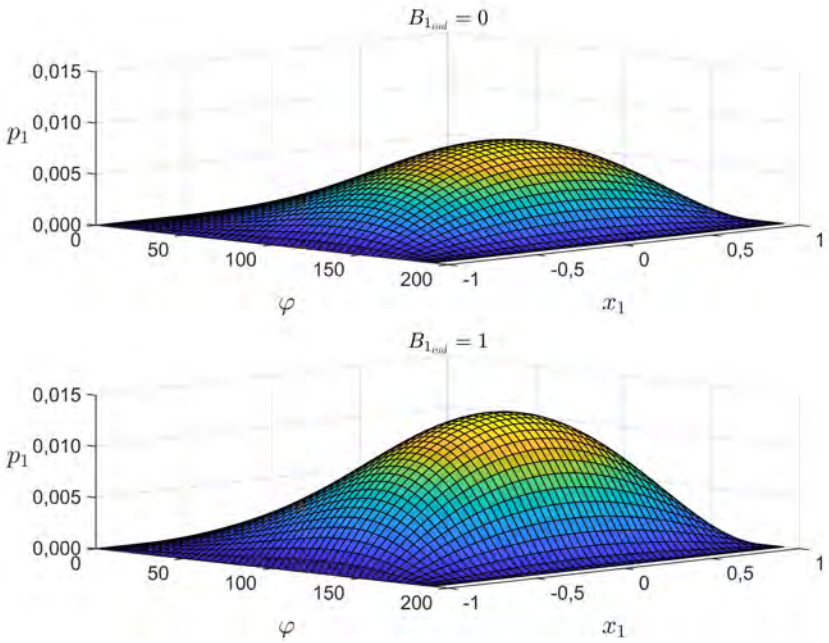
Rys. D.15. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$

Na Rys. D.16, D.17, D.18, D.19 oraz D.20 przedstawiono porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego przy braku oddziaływania pola magnetycznego ($B_{1_{ind}} = 0$) oraz gdy bezwymiarowa wartość indukcji $B_{1_{ind}} = 1$, w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i kącie $\gamma = 70°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$.

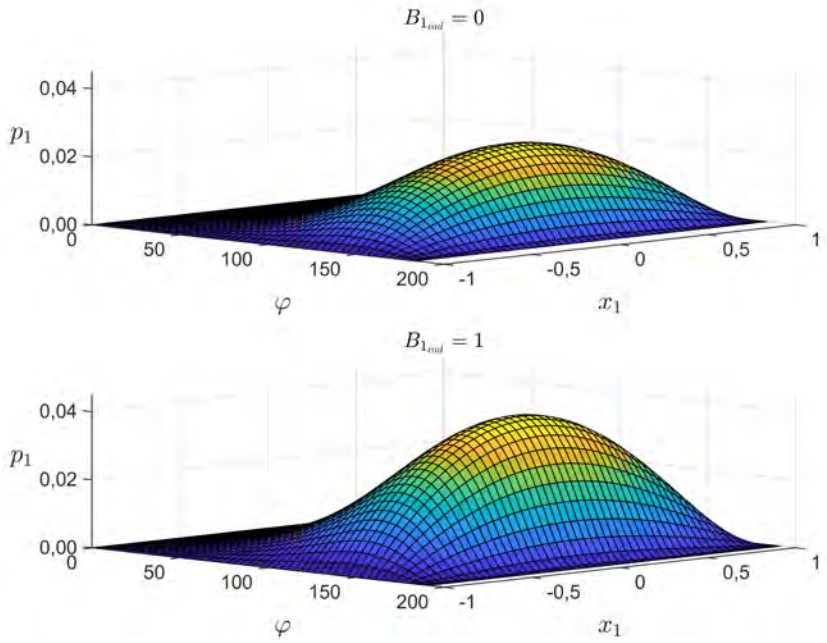
Na Rys. D.21, D.22, D.23, D.24 oraz D.25 przedstawiono porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia hydrodynamicznego przy braku oddziaływania pola magnetycznego ($B_{1_{ind}} = 0$) oraz gdy bezwymiarowa wartość indukcji $B_{1_{ind}} = 1$, w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kącie $\gamma = 80°$, przy mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$.



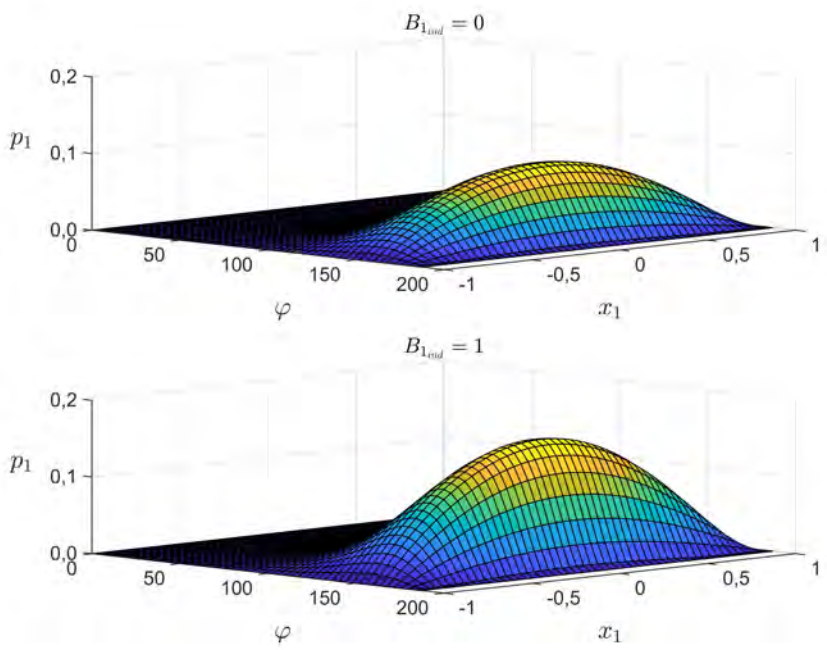
Rys. D.16. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



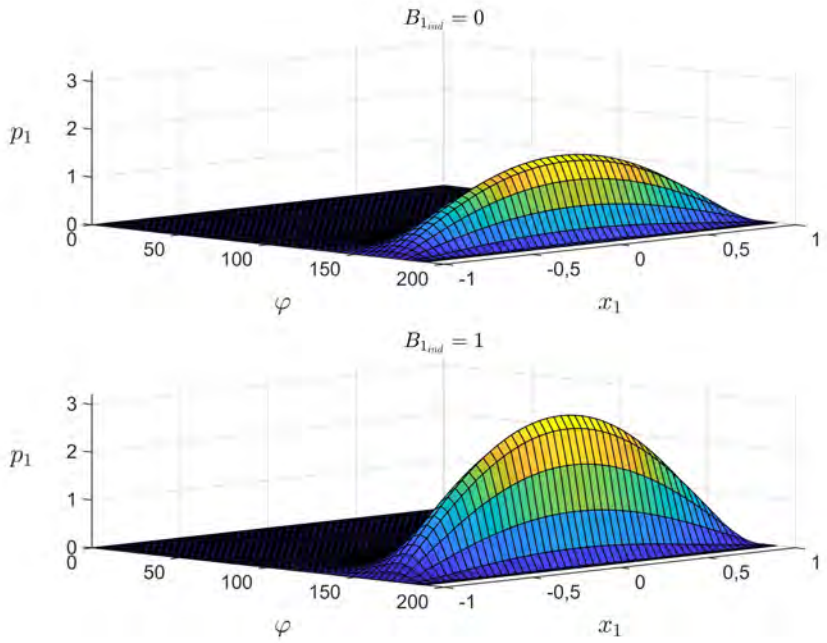
Rys. D.17. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



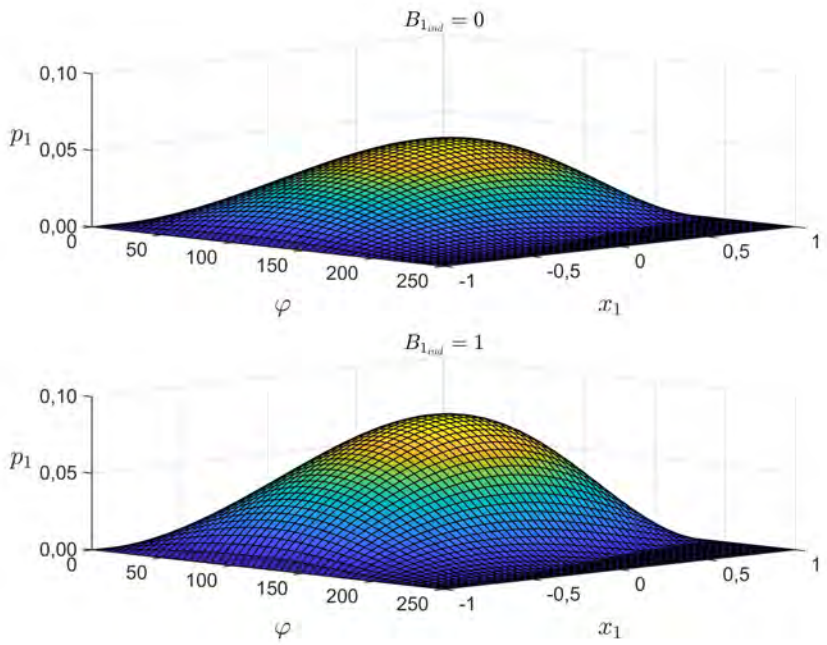
Rys. D.18. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



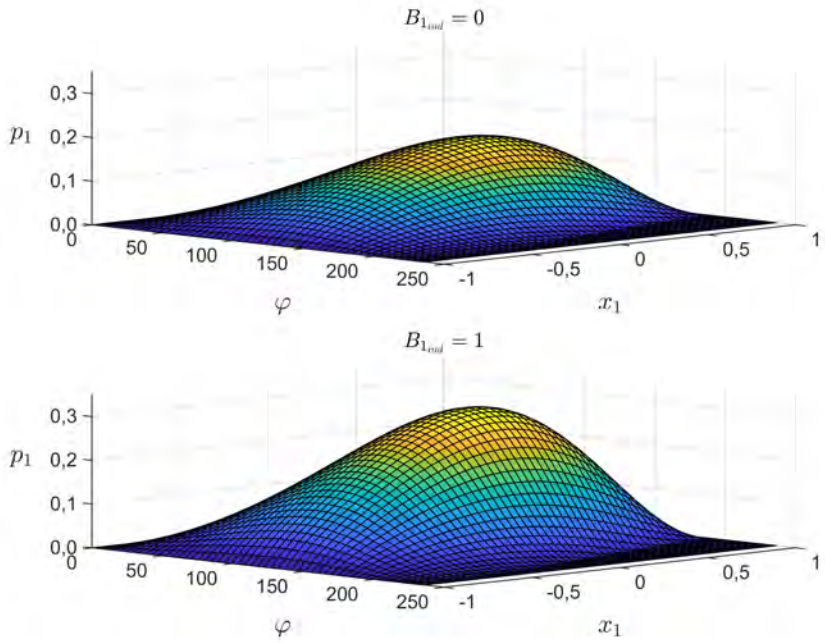
Rys. D.19. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



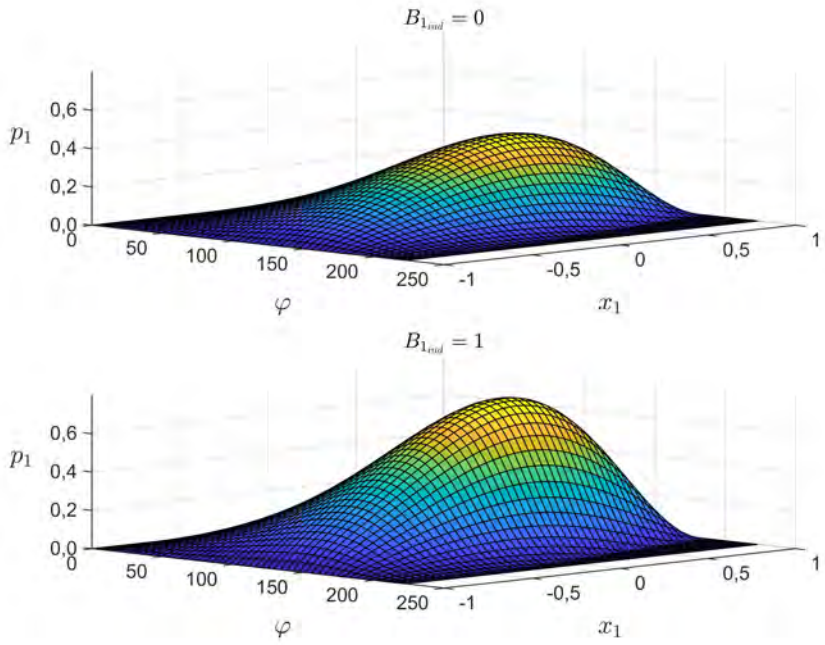
Rys. D.20. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



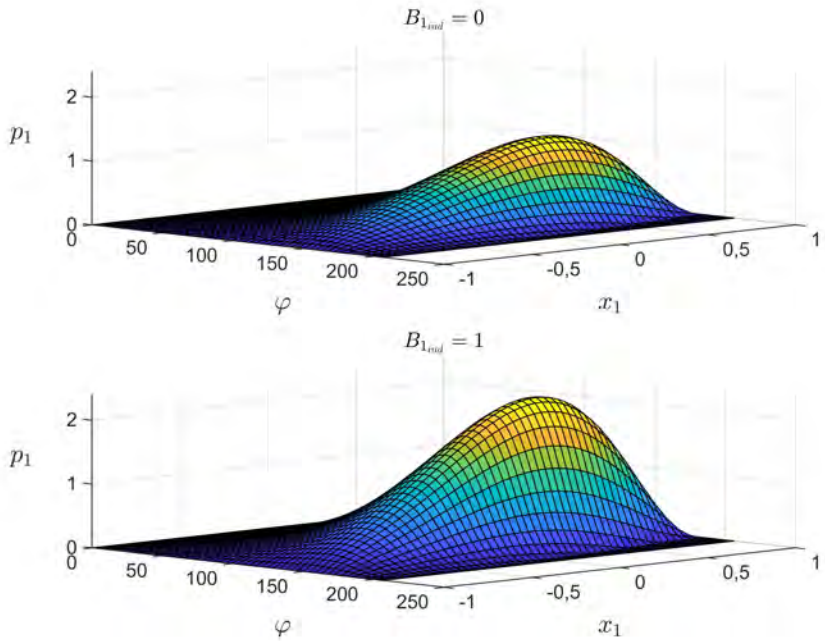
Rys. D.21. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



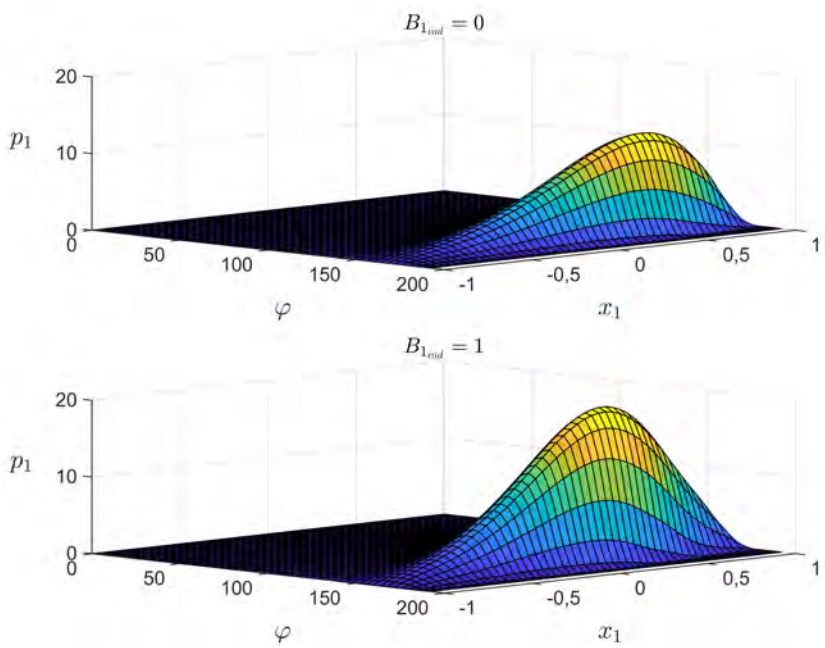
Rys. D.22. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. D.23. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. D.24. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. D.25. Porównanie trójwymiarowych rozkładów ciśnienia dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$

E Wpływ pola magnetycznego na rozkłady bezwymiarowego ciśnienia hydrodynamicznego w szczelinie smarnej stożkowego łożyska ślizgowego – w przekroju poprzecznym i podłużnym

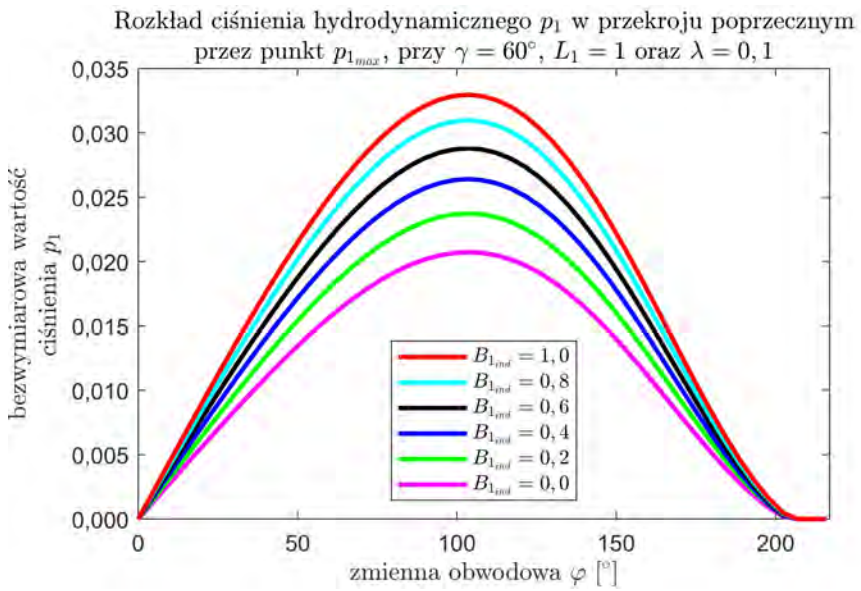
W niniejszym dodatku przedstawiono rozkłady bezwymiarowej wartości ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym oraz poprzecznym, w punkcie występowania maksymalnej wartości ciśnienia $p_{1_{max}}$, dla stożkowego łożyska ślizgowego smarowanego ferroolejem, na który oddziaływano polem magnetycznym. Obliczenia wykonano dla przyjętych wartości parametrów przedstawionych w podr. 3.1 i podr. 3.2. Wykresy przedstawiają rozkłady w zależności od bezwymiarowej wartości indukcji pola magnetycznego $B_{1_{ind}}$ i dla mimośrodowości względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$. Na Rys. E.1, E.2, E.3, E.4, E.5, E.6, E.7, E.8, E.9, E.10 przedstawiają wyniki, dla łożyska o kącie $\gamma = 60°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 1$.

Rys. E.11, E.12, E.13, E.14, E.15, E.16, E.17, E.18, E.19, E.20 zawierają wyniki, dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 1$.

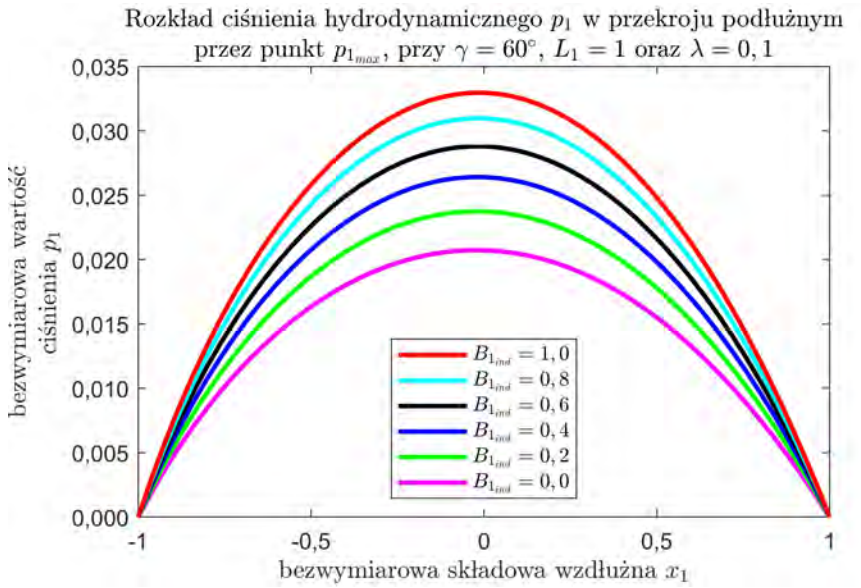
Wykresy na Rys. E.21, E.22, E.23, E.24, E.25, E.26, E.27, E.28, E.29, E.30 zawierają wyniki, dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 1$.

Rys. E.31, E.32, E.33, E.34, E.35, E.36, E.37, E.38, E.39, E.40 prezentują rozkłady ciśnienia dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$.

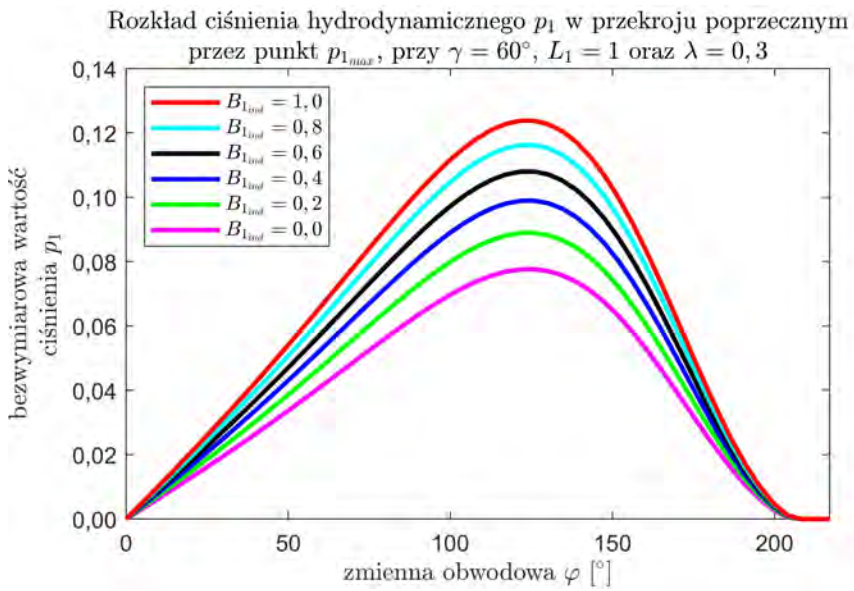
Na Rys. E.41, E.42, E.43, E.44, E.45, E.46, E.47, E.48, E.49, E.50 przedstawiono rozkłady ciśnienia dla łożyska o kącie $\gamma = 70°$ i bezwymiarowej długości $L_1 = 2$.



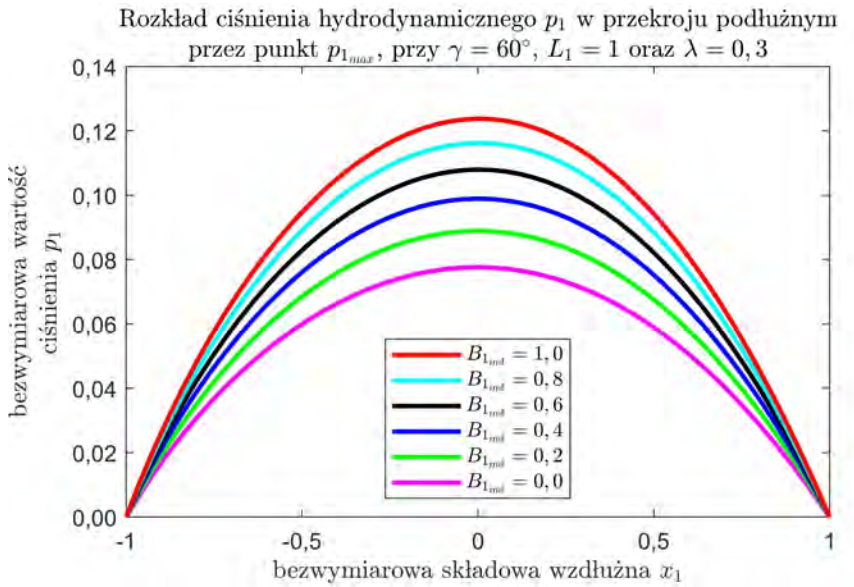
Rys. E.1. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



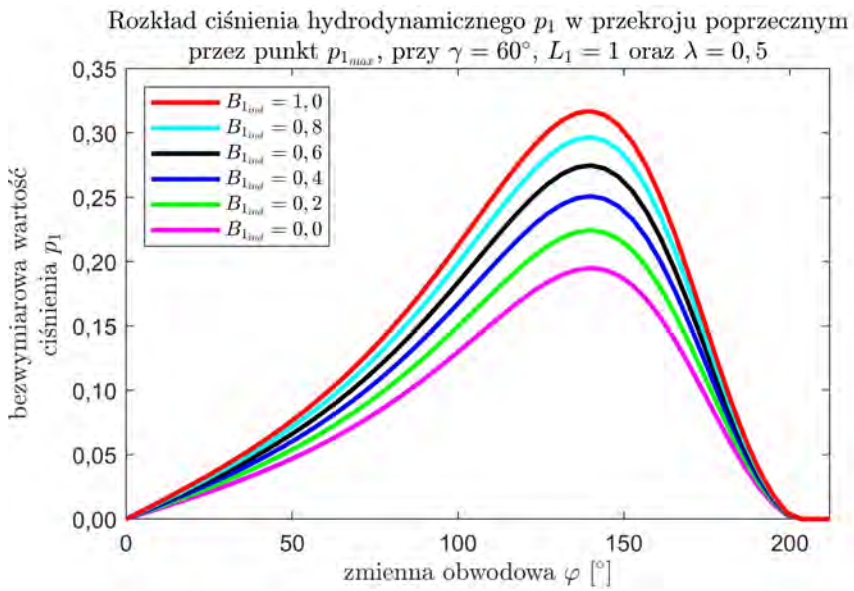
Rys. E.2. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



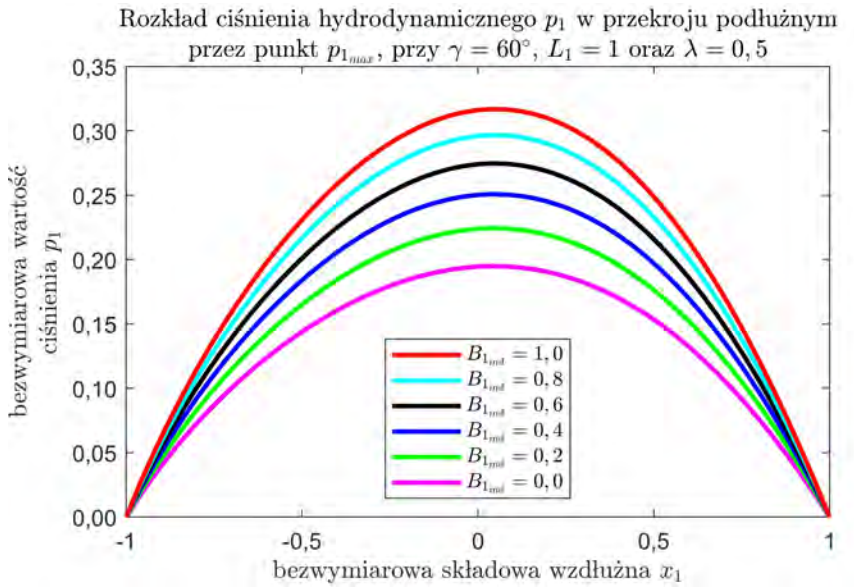
Rys. E.3. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



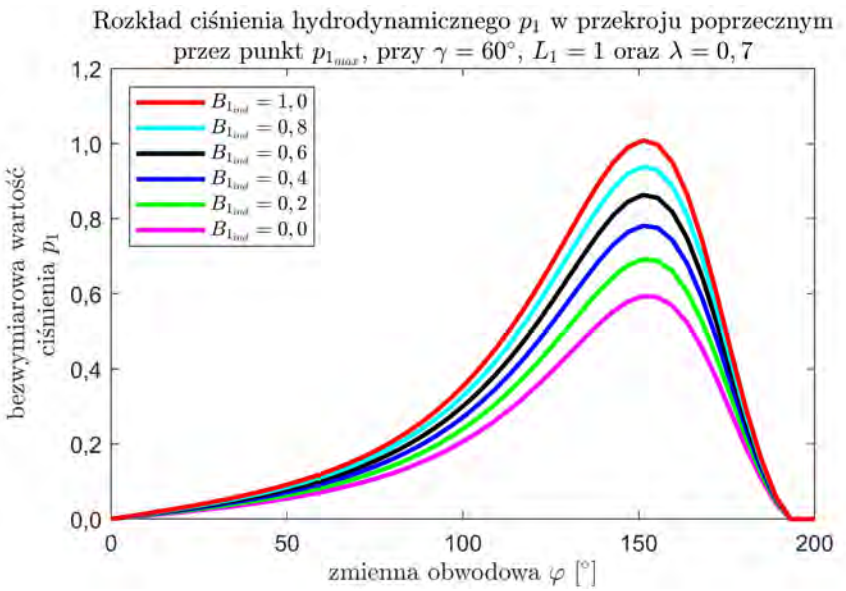
Rys. E.4. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



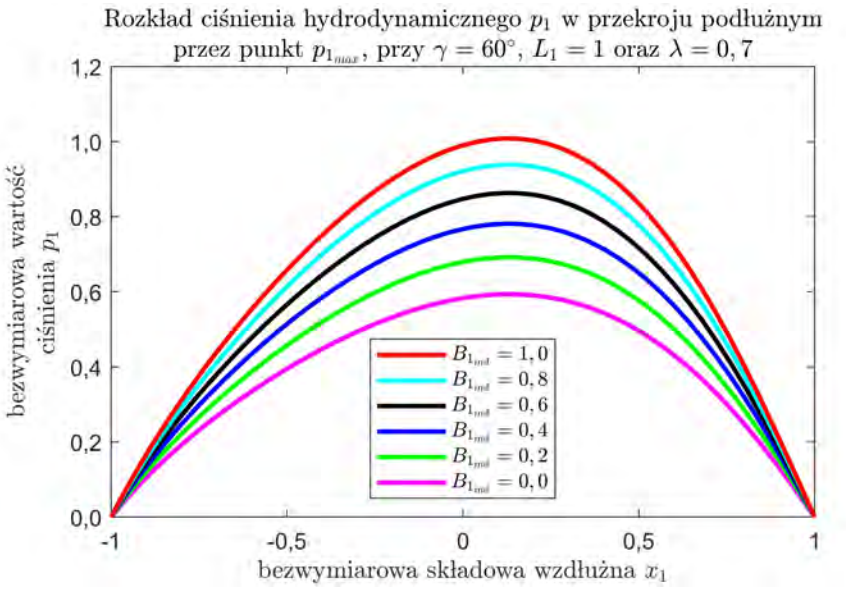
Rys. E.5. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



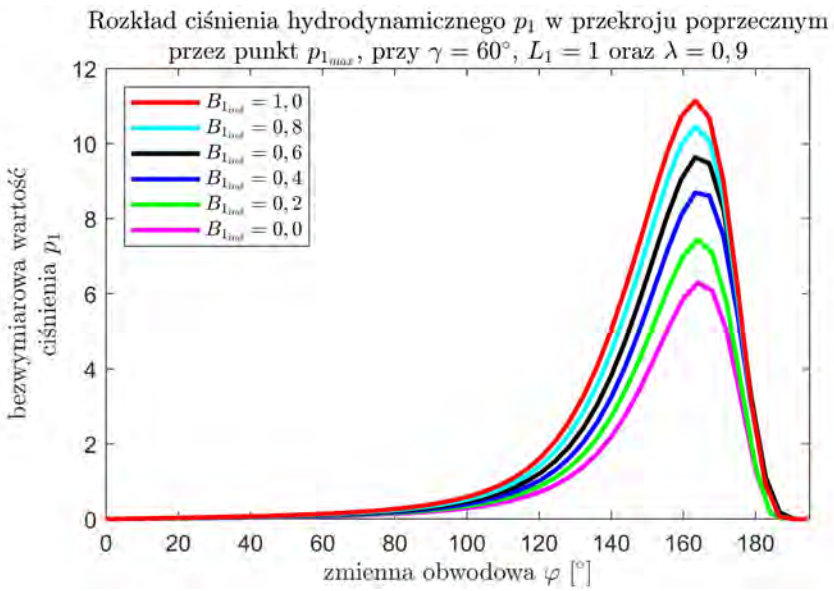
Rys. E.6. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



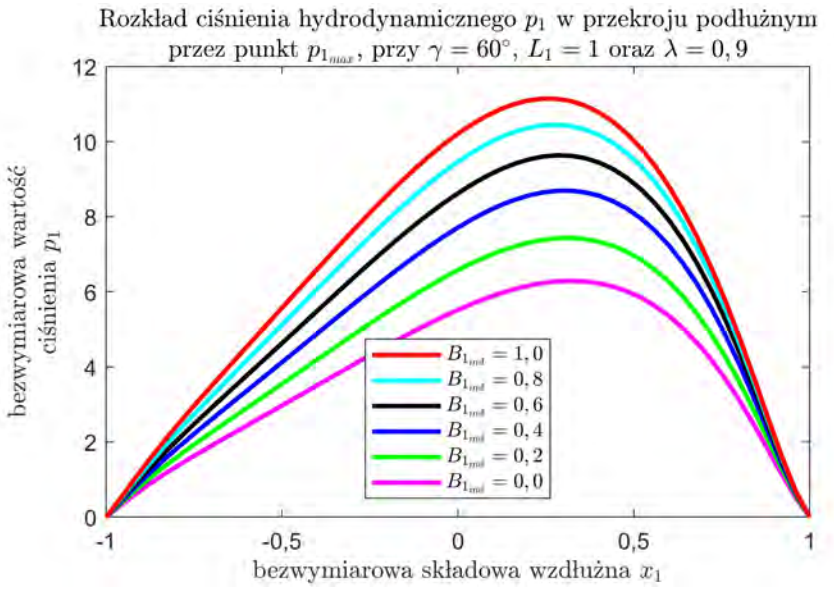
Rys. E.7. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



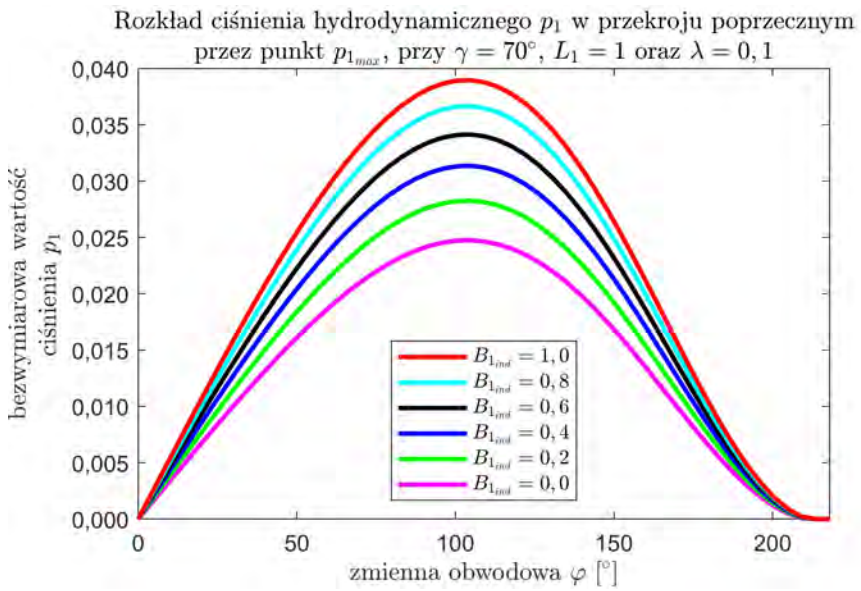
Rys. E.8. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



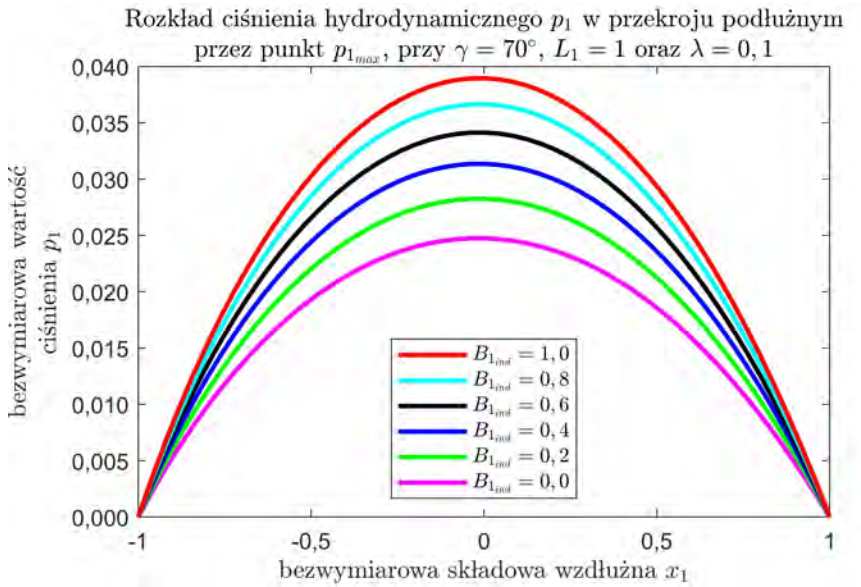
Rys. E.9. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



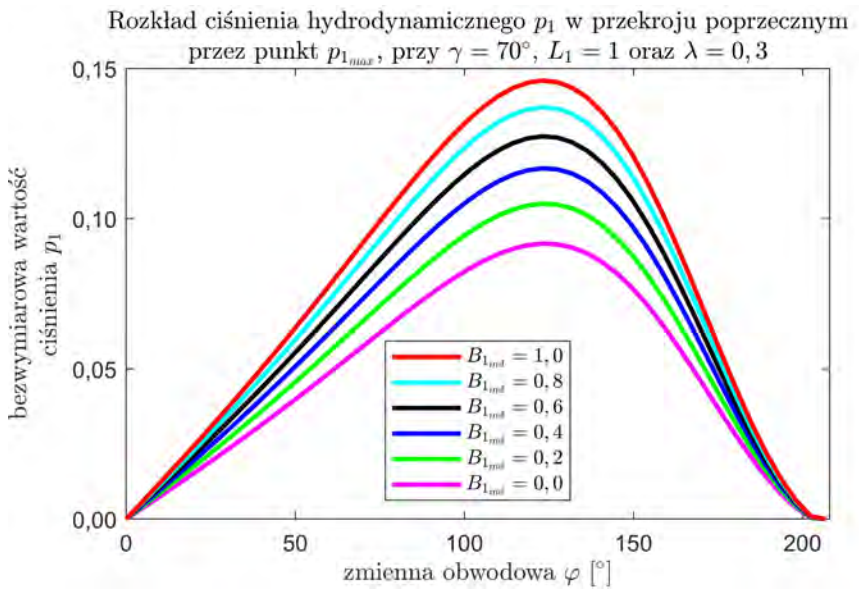
Rys. E.10. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 60°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



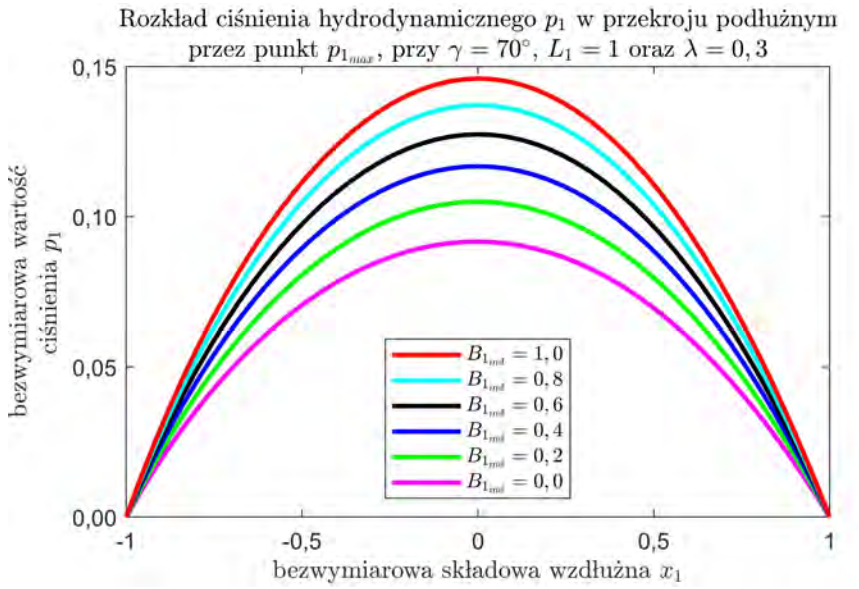
Rys. E.11. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



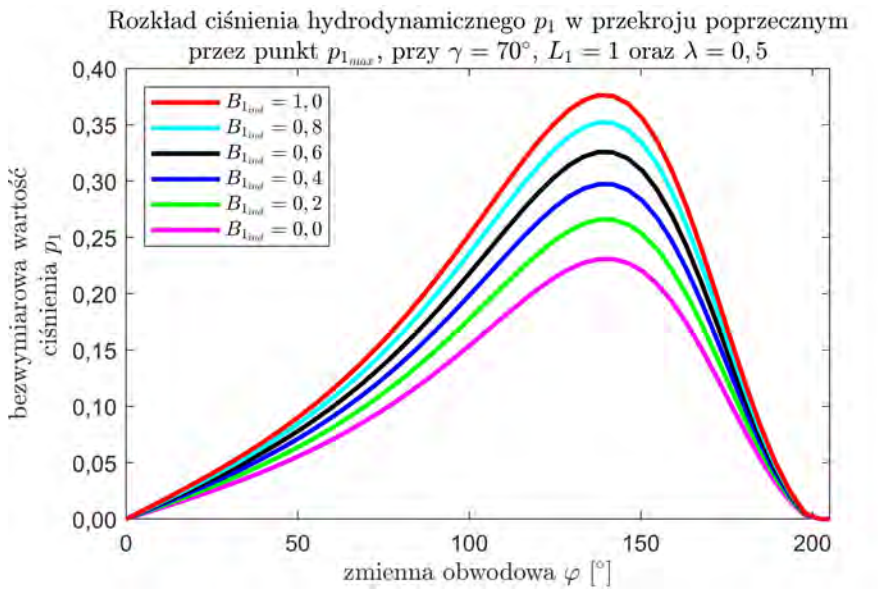
Rys. E.12. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



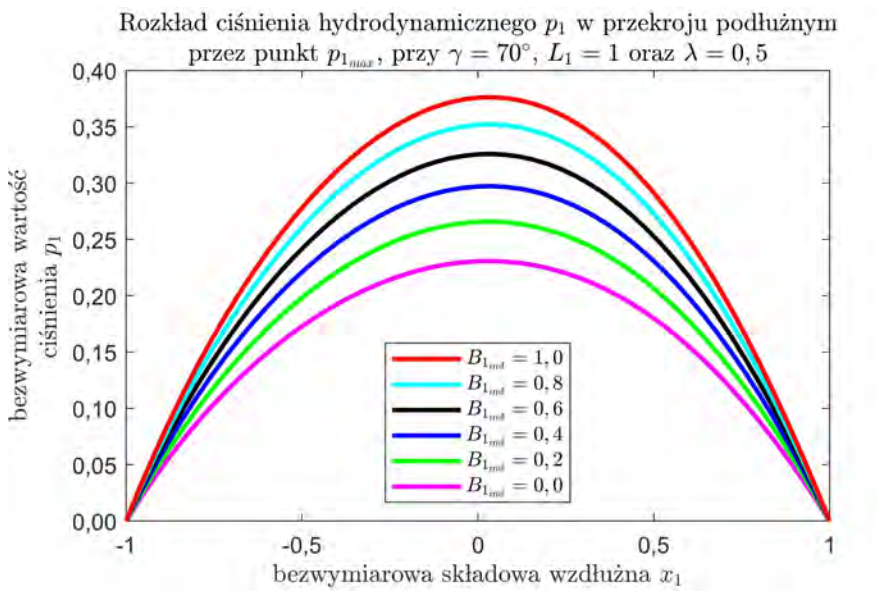
Rys. E.13. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



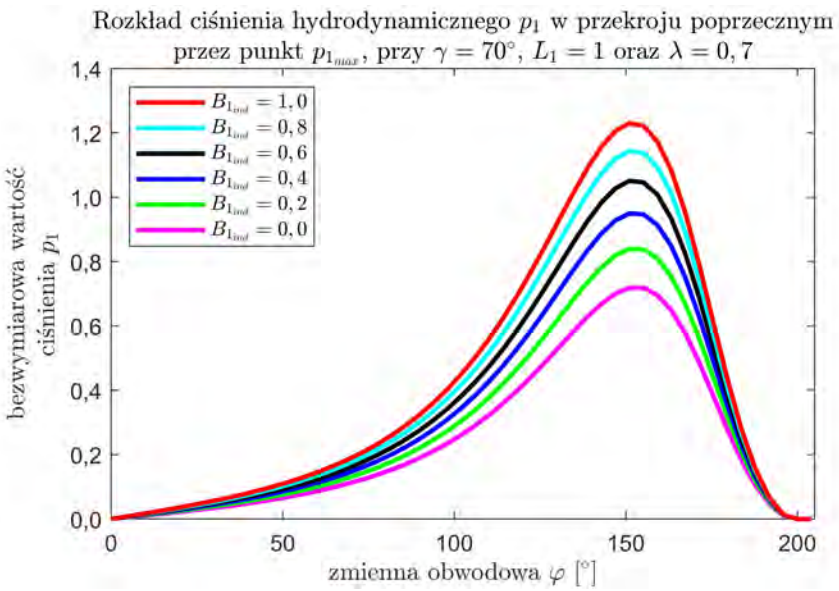
Rys. E.14. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



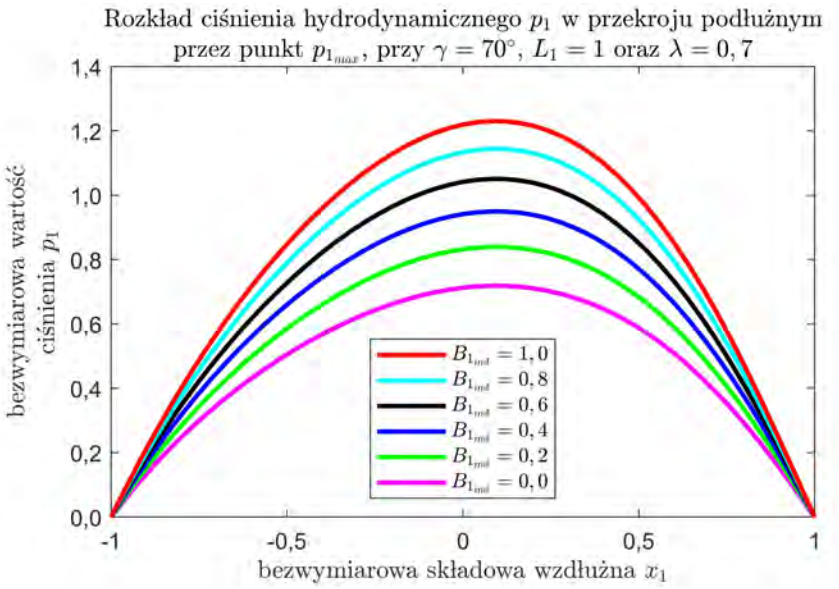
Rys. E.15. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



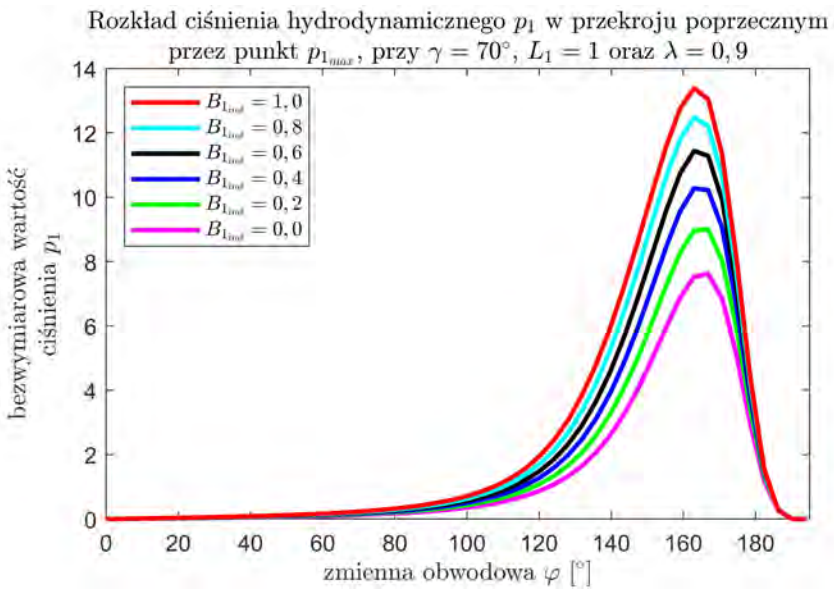
Rys. E.16. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



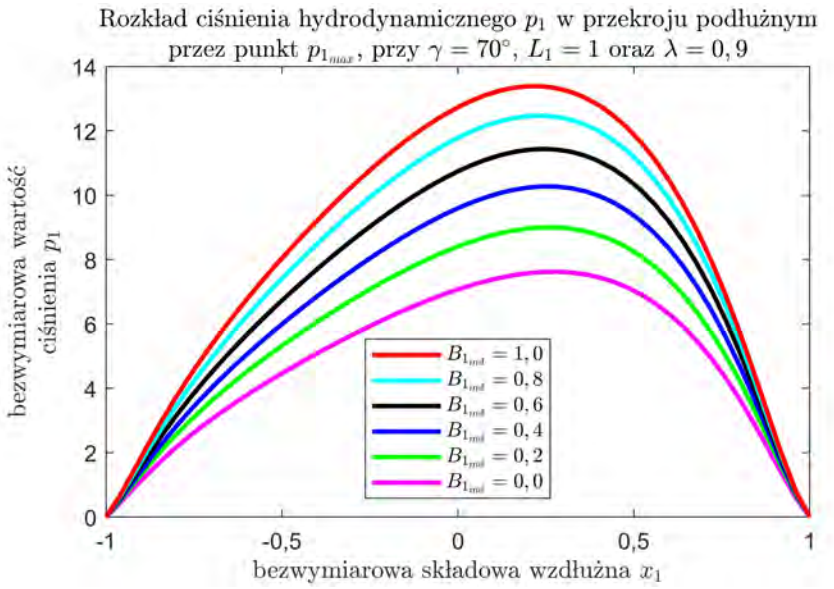
Rys. E.17. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



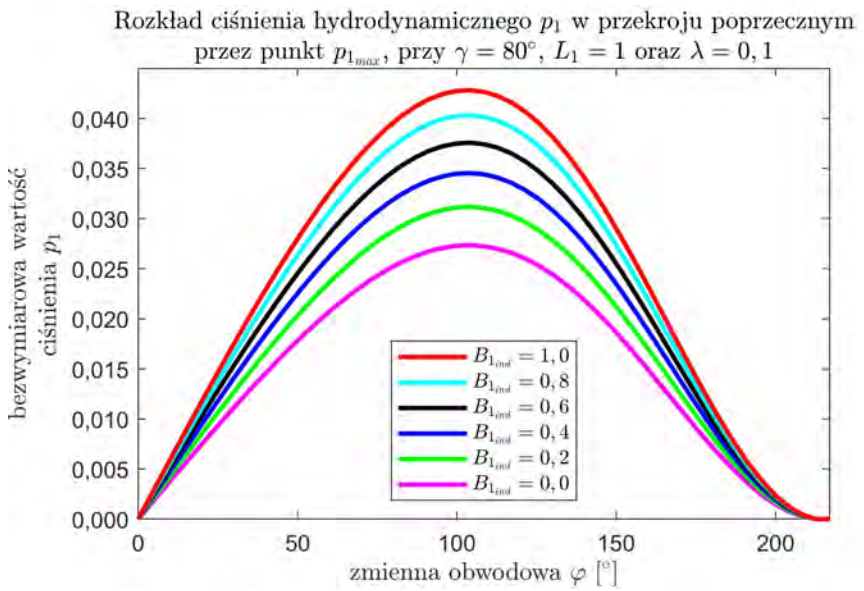
Rys. E.18. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



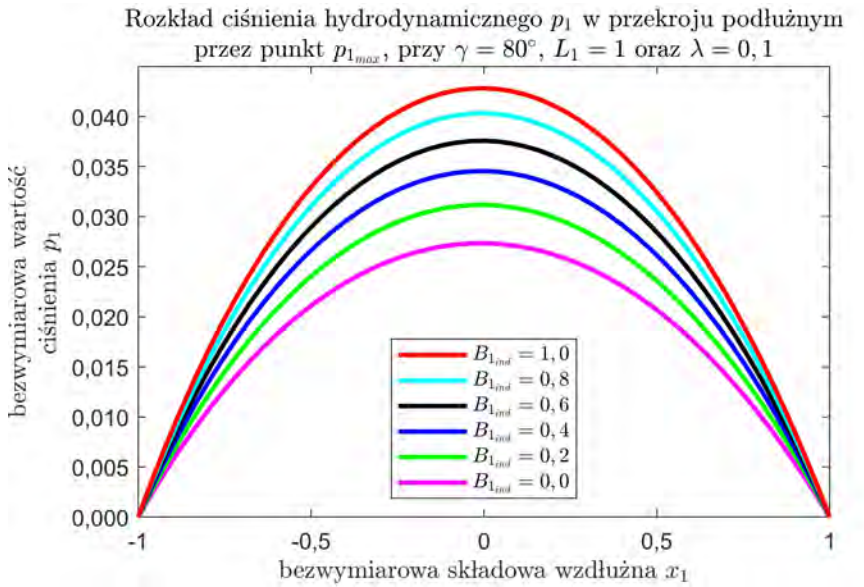
Rys. E.19. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



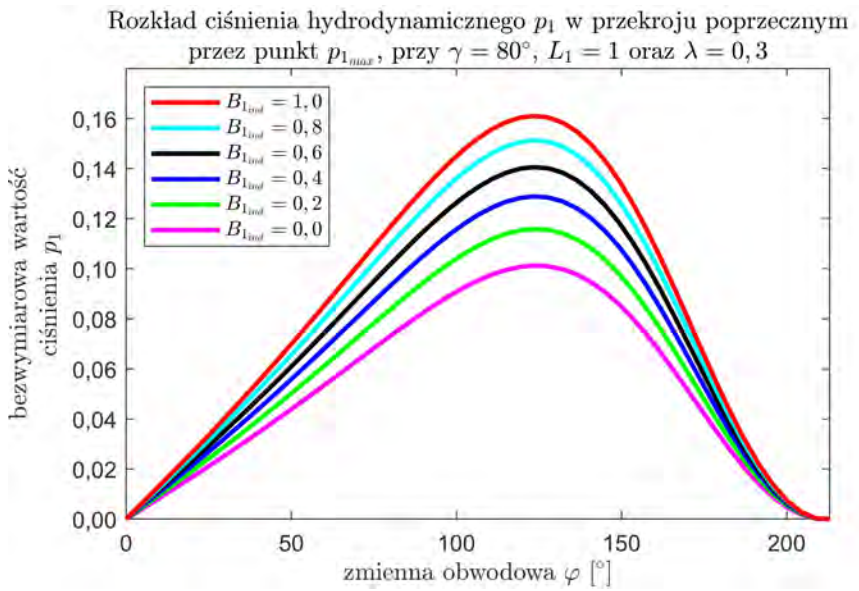
Rys. E.20. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



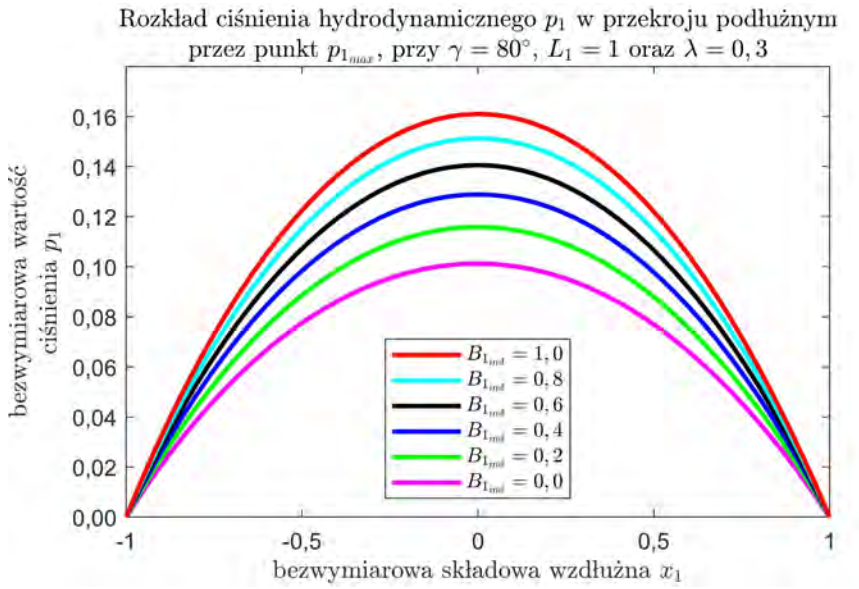
Rys. E.21. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



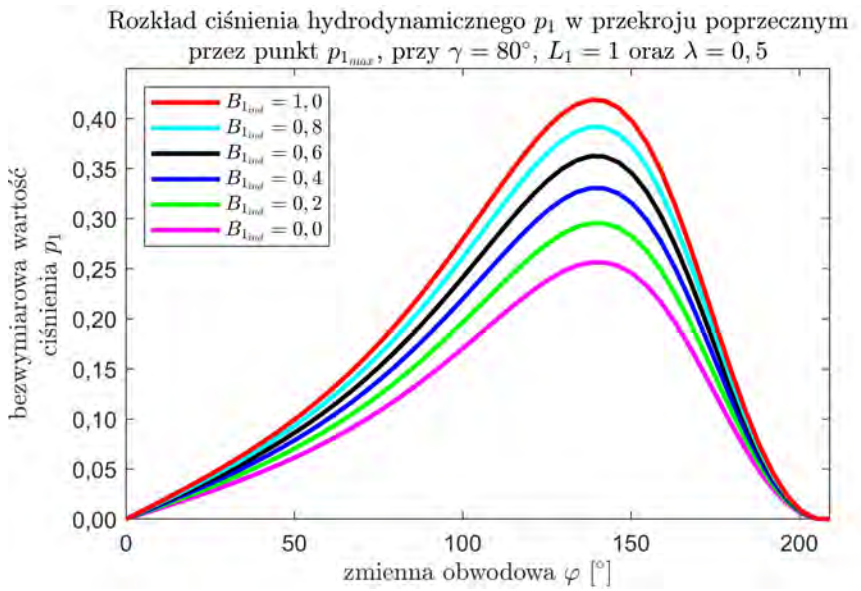
Rys. E.22. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



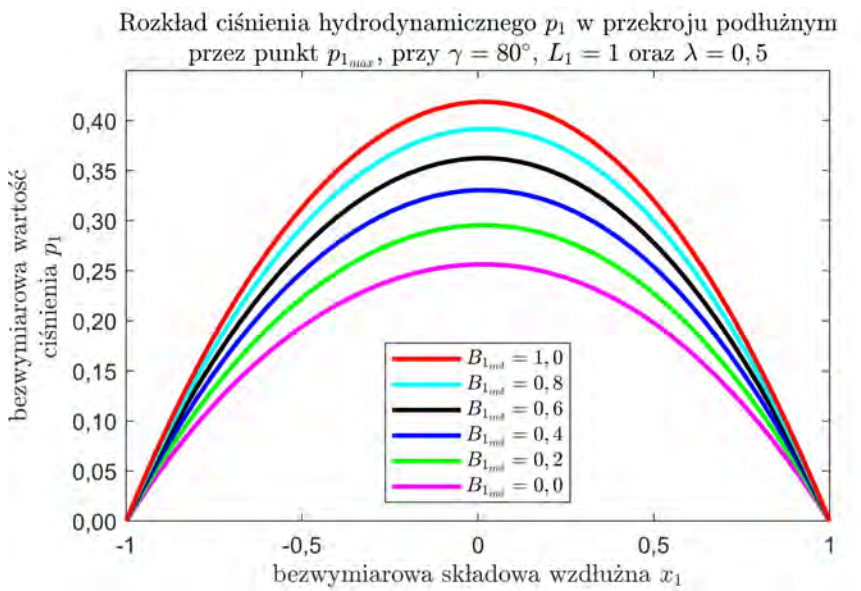
Rys. E.23. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



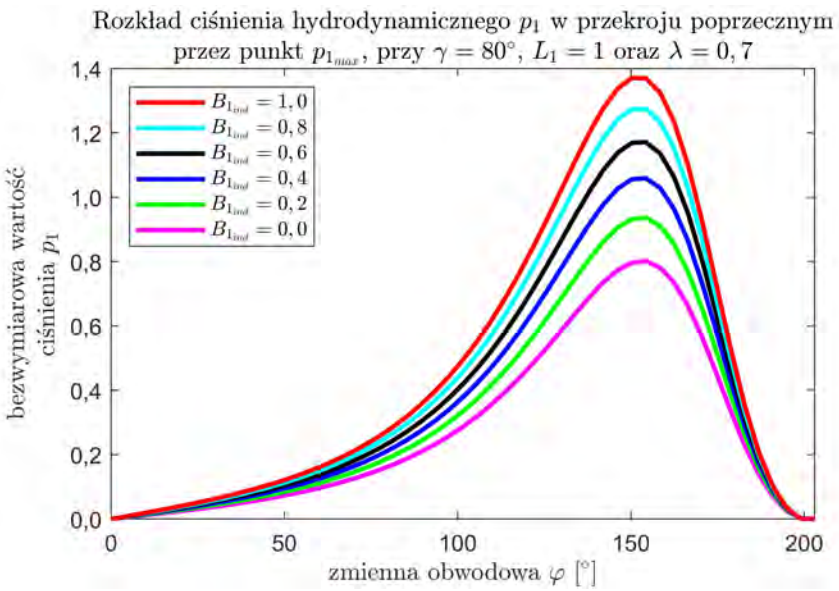
Rys. E.24. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



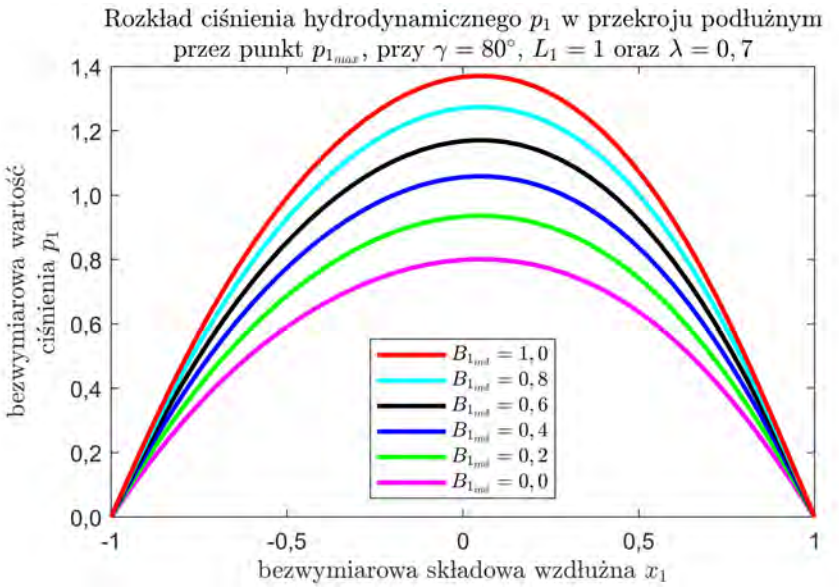
Rys. E.25. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



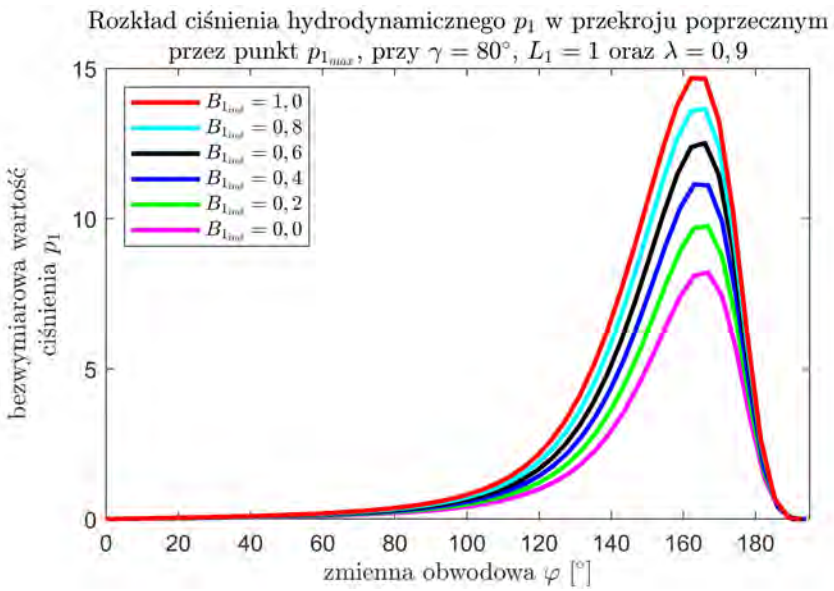
Rys. E.26. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



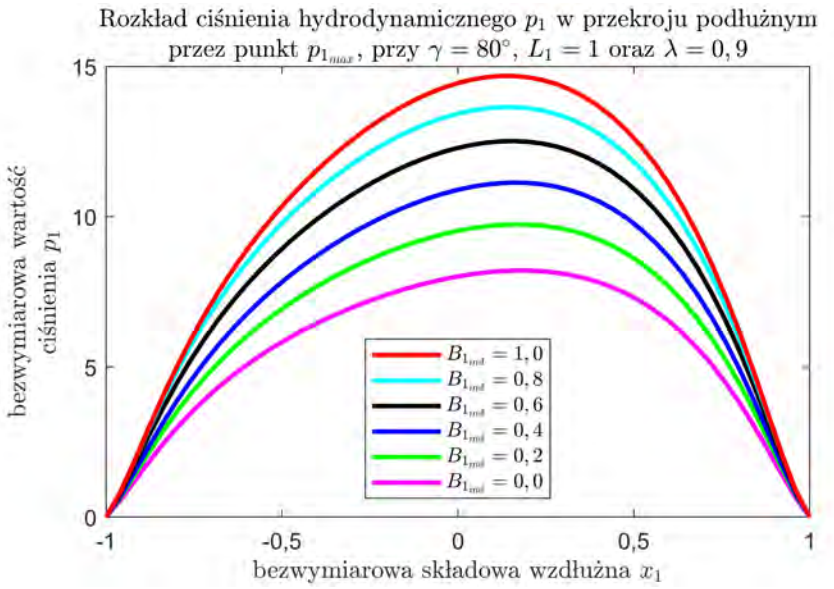
Rys. E.27. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



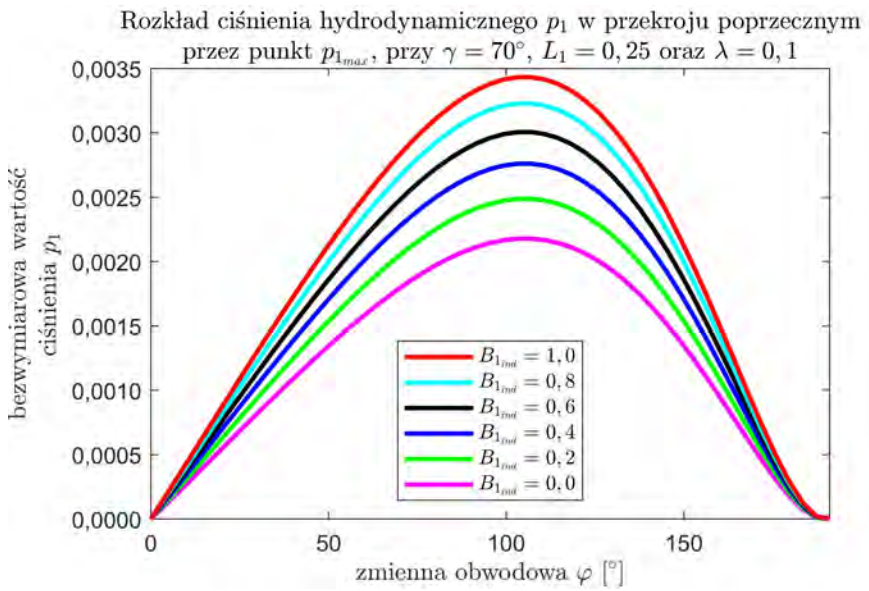
Rys. E.28. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



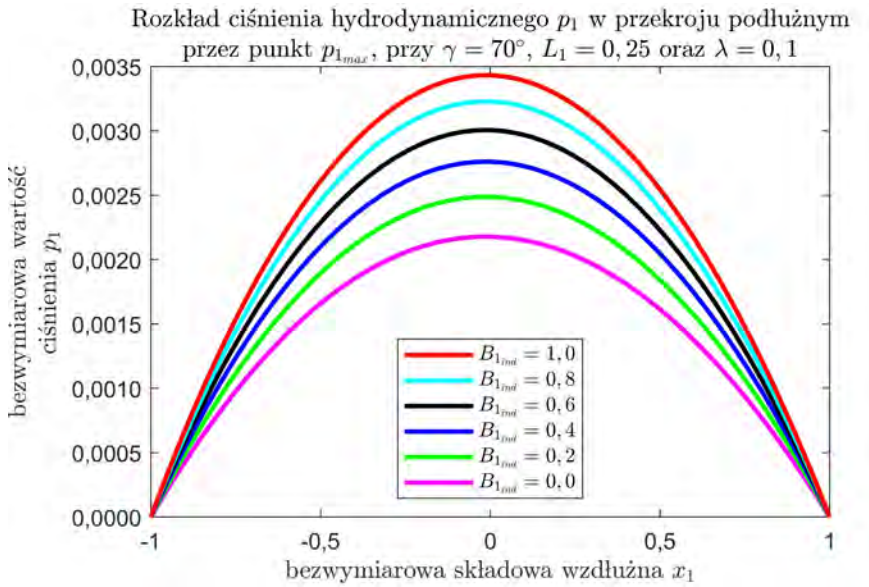
Rys. E.29. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



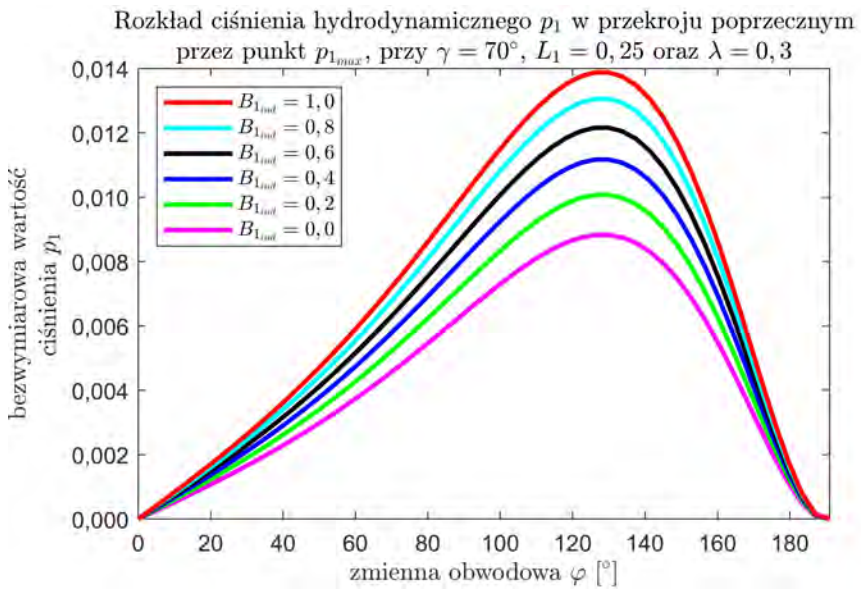
Rys. E.30. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 80°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 1$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



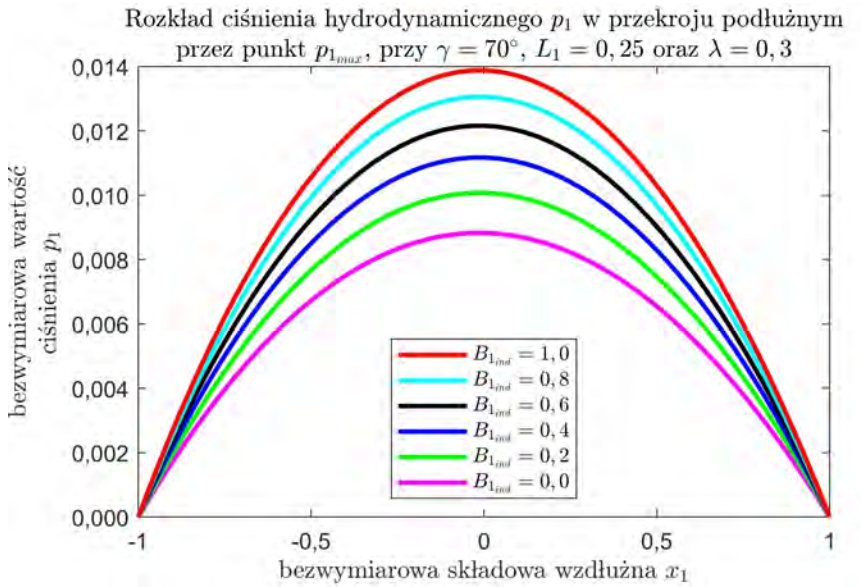
Rys. E.31. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



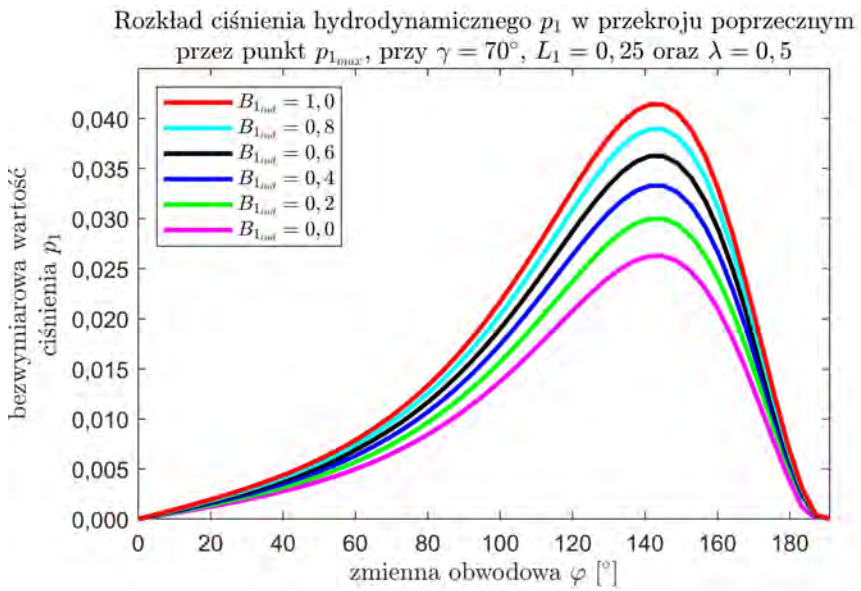
Rys. E.32. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



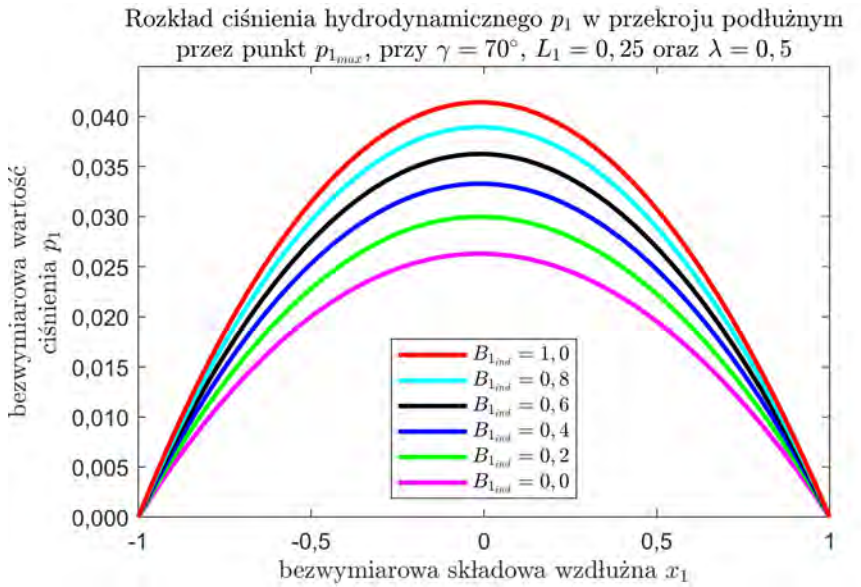
Rys. E.33. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



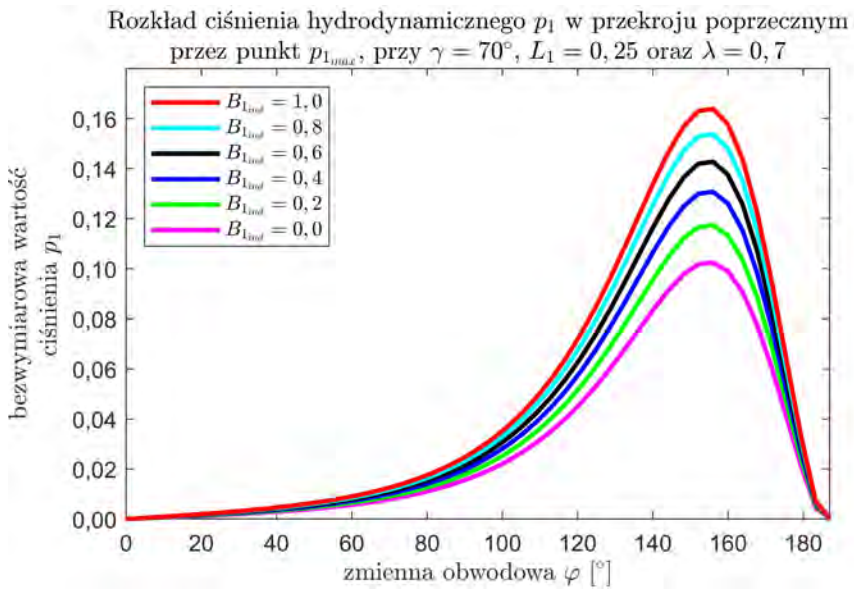
Rys. E.34. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



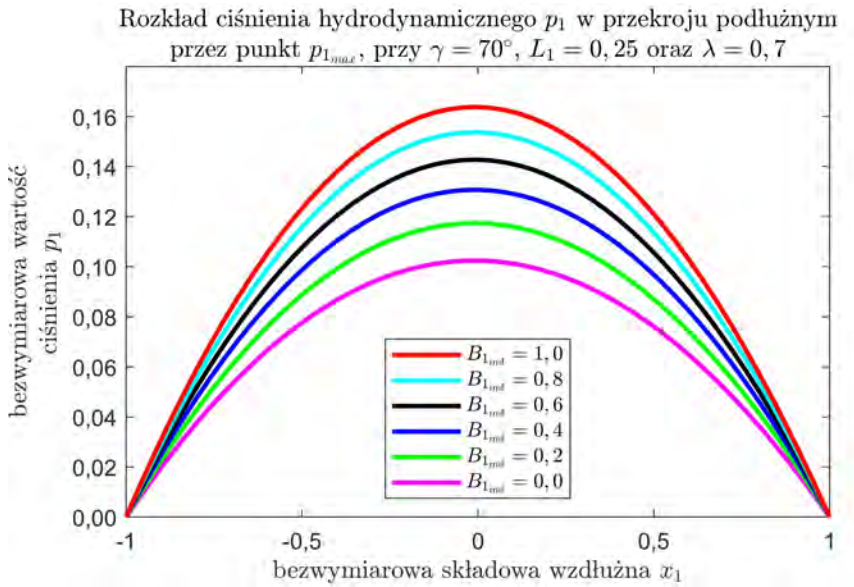
Rys. E.35. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



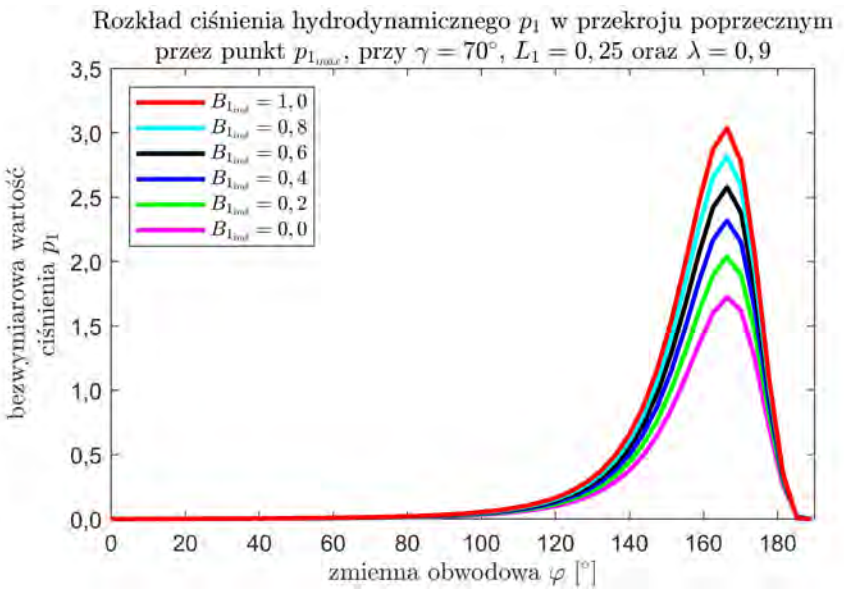
Rys. E.36. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



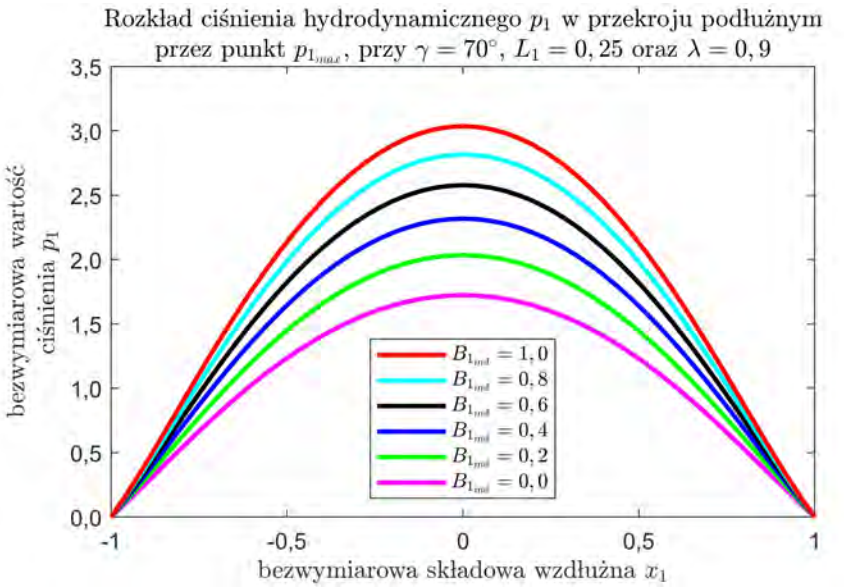
Rys. E.37. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



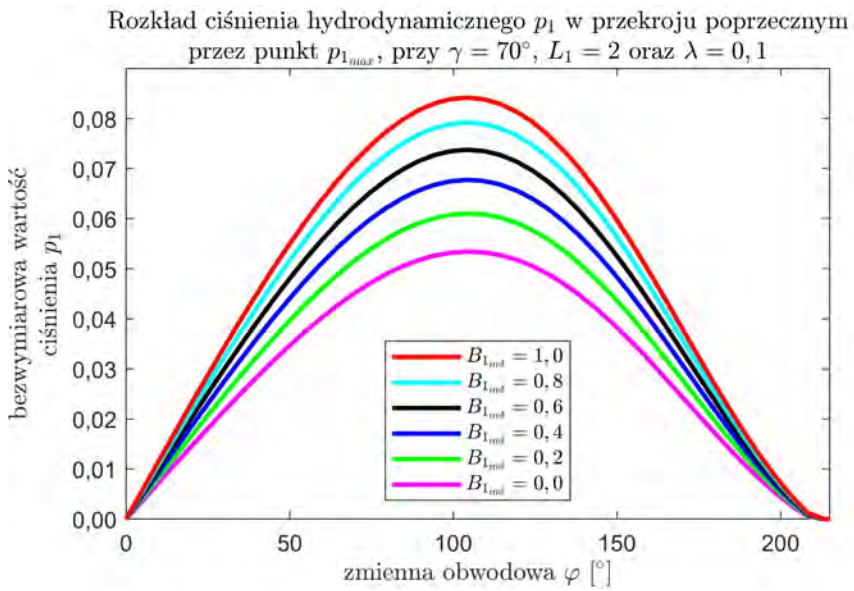
Rys. E.38. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



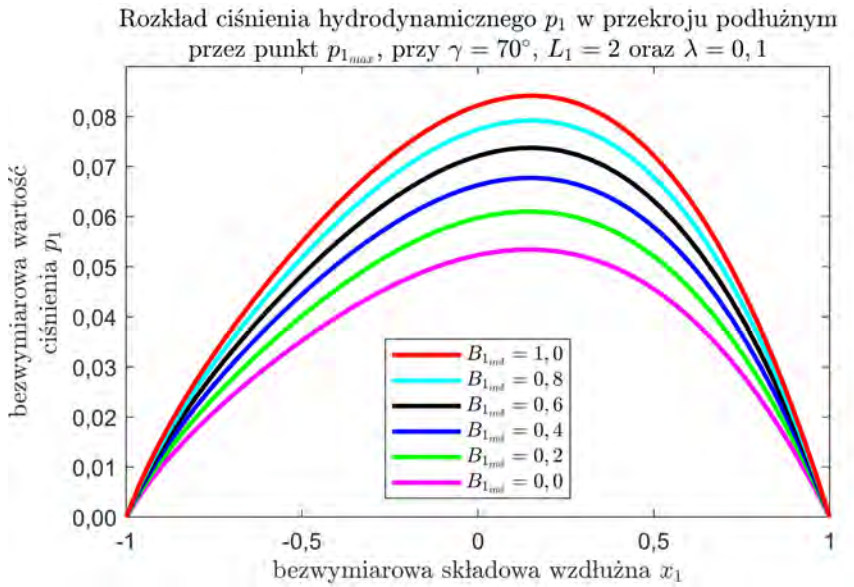
Rys. E.39. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



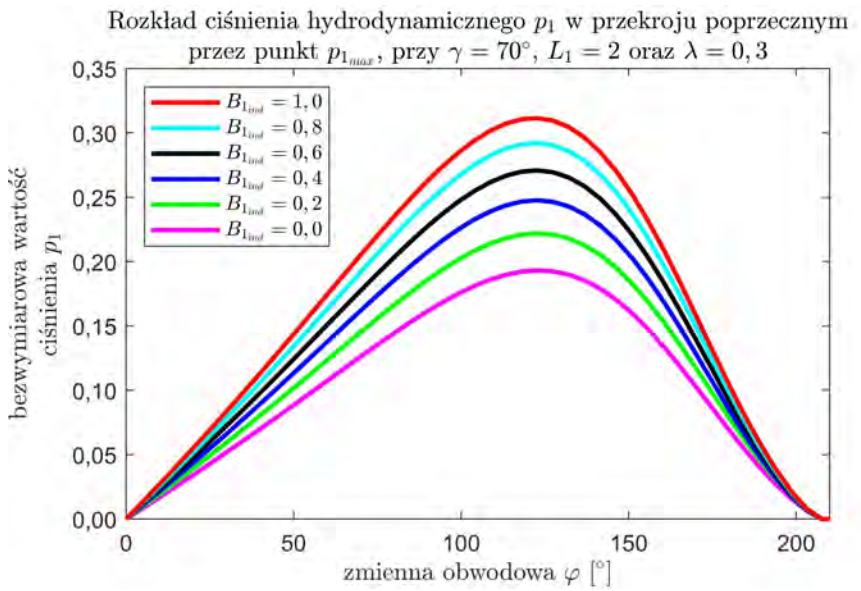
Rys. E.40. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 0,25$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



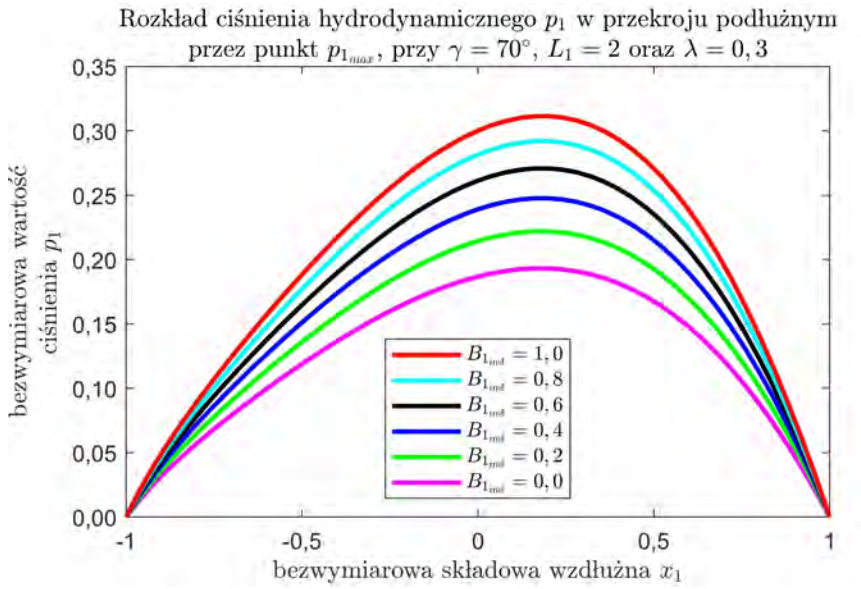
Rys. E.41. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



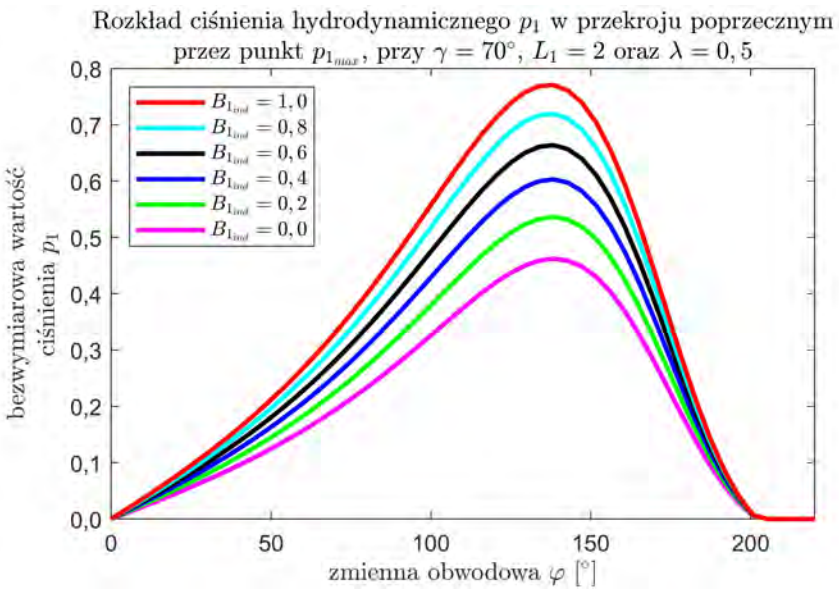
Rys. E.42. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,1$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



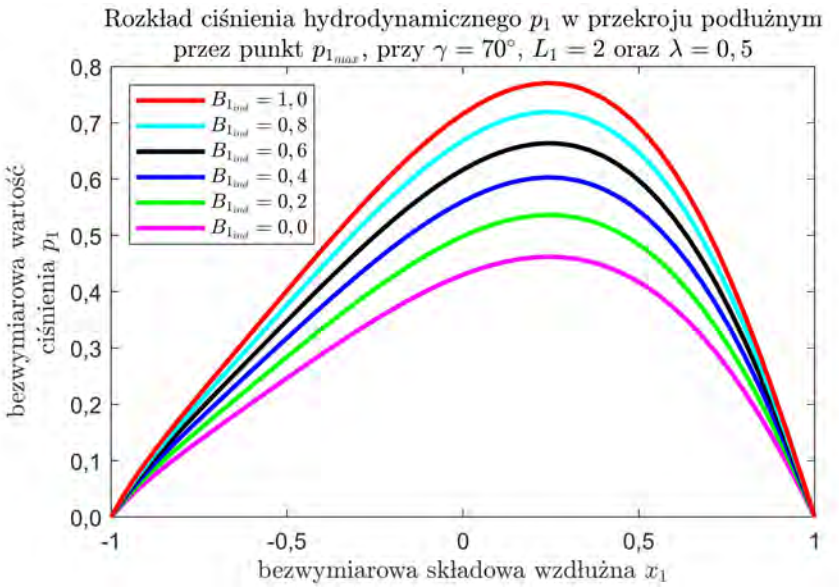
Rys. E.43. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



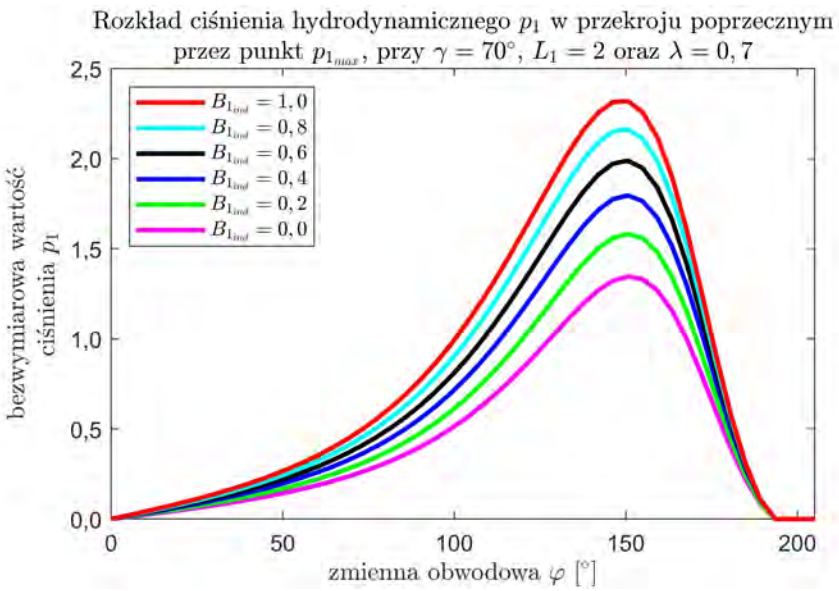
Rys. E.44. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,3$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



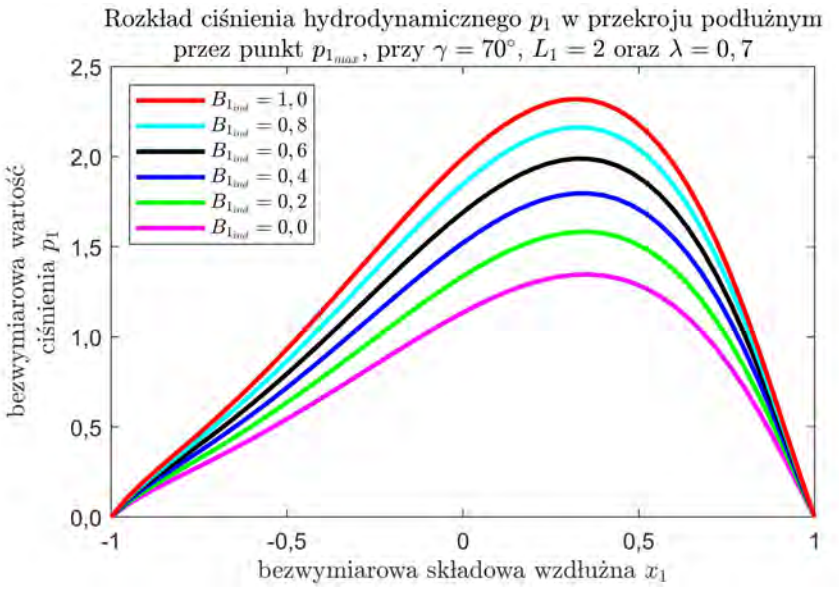
Rys. E.45. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



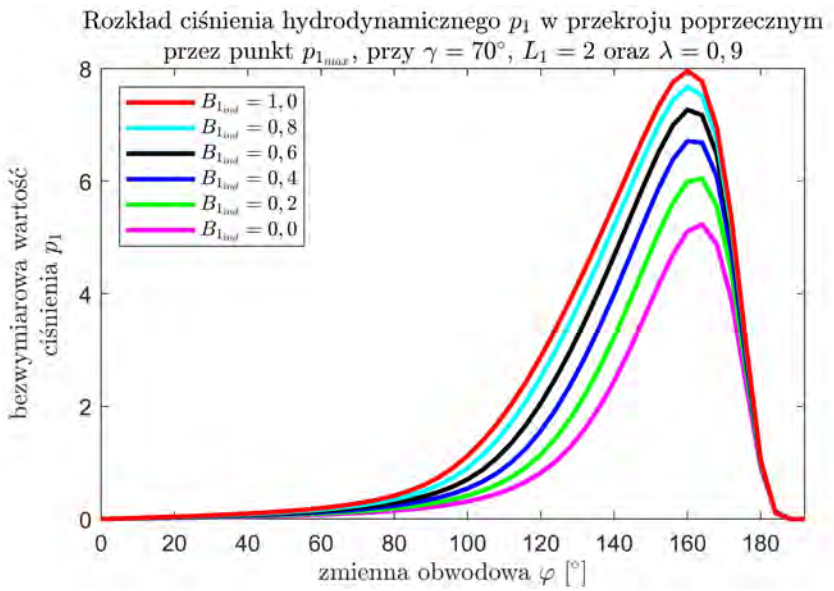
Rys. E.46. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,5$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



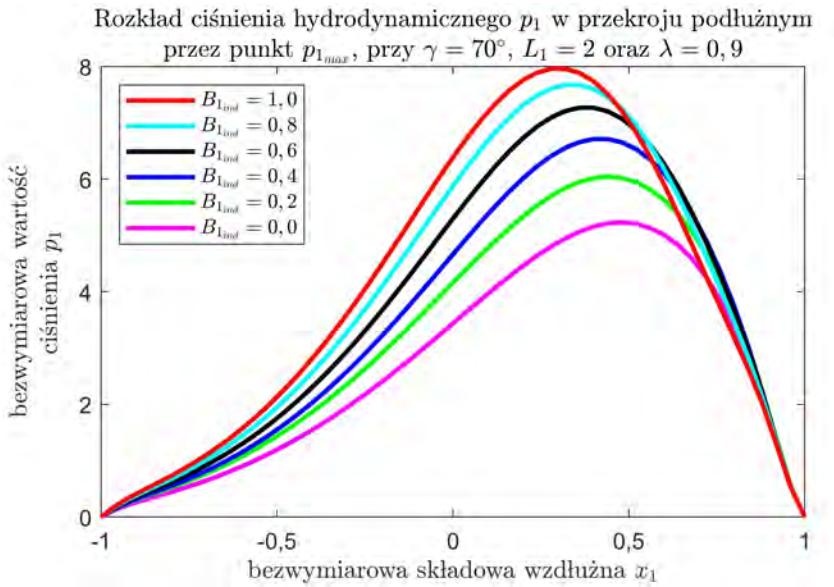
Rys. E.47. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



Rys. E.48. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,7$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej



Rys. E.49. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju poprzecznym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

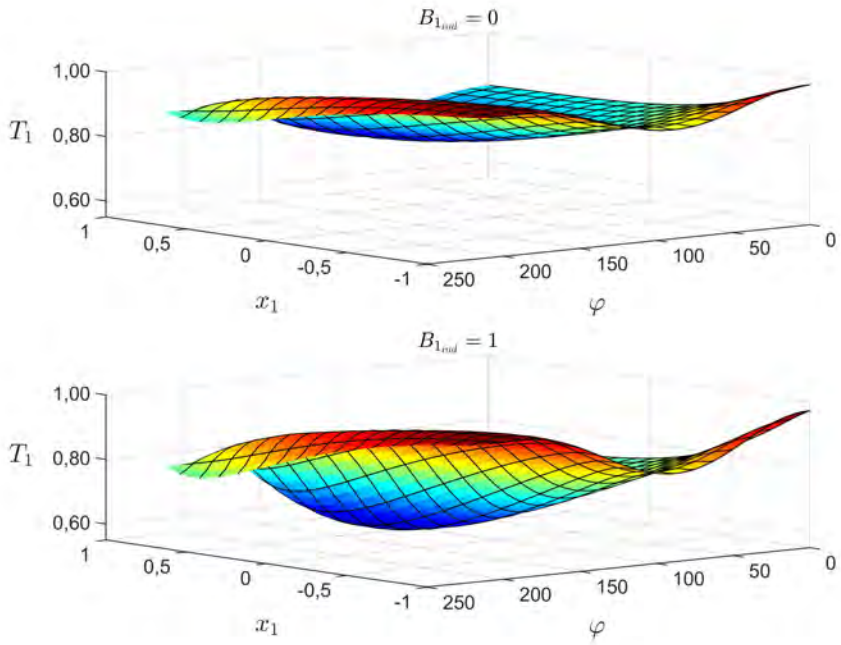


Rys. E.50. Rozkład ciśnienia hydrodynamicznego p_1 w przekroju podłużnym, przez punkt występowania maksymalnego bezwymiarowego ciśnienia p_{1max}, dla łożyska o $\gamma = 70°$ i założonej bezwymiarowej długości łożyska $L_1 = 2$ oraz mimośrodowości względnej $\lambda = 0,9$, przy różnych wartościach indukcji pola magnetycznego działającego na ferroolej

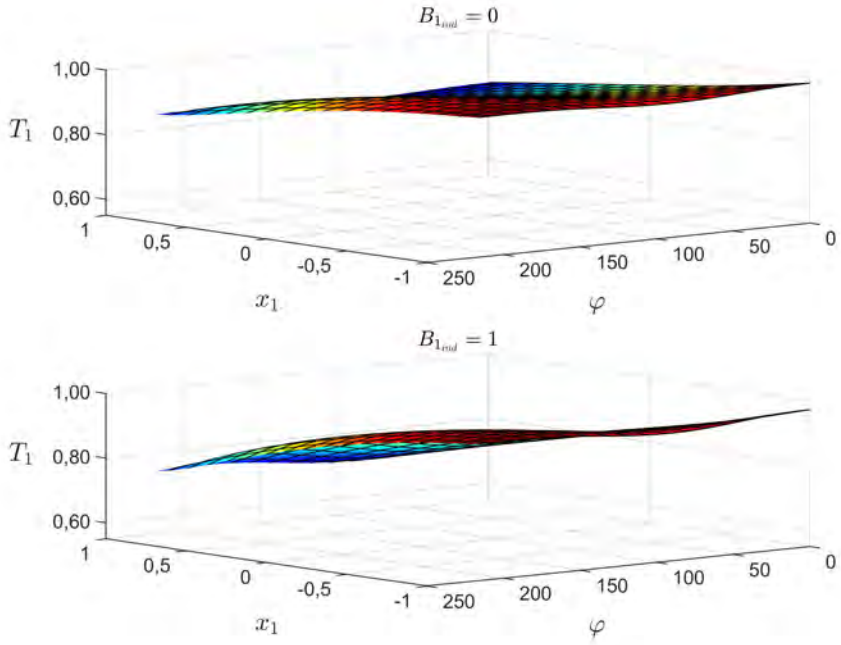
F Wpływ pola magnetycznego na rozkład bezwymiarowej temperatury ferrooleju na panewce stożkowego łożyska ślizgowego

W niniejszym dodatku przedstawiono porównania trójwymiarowych rozkładów bezwymiarowej temperatury T_1 ferrooleju przy panewce stożkowego łożyska ślizgowego, na który nie oddziaływano polem magnetycznym ($B_{1_{ind}} = 0$) oraz oddziaływano polem o bezwymiarowej wartości indukcji $B_{1_{ind}} = 1$. Obliczenia wykonano dla przyjętych wartości parametrów przedstawionych w podr. 3.1 i podr. 3.2. Porównania dotyczą łożysk o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kątach $\gamma = 60°, 80°$, łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$ i kącie $\gamma = 70°$ oraz łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$ i kącie $\gamma = 70°$. Rozpatrywane wartości mimośrodowości względnej, to $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$. Odpowiednie rozkłady temperatury dla łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$ i kącie $\gamma = 70°$, przedstawiono w Rozdz. 4.

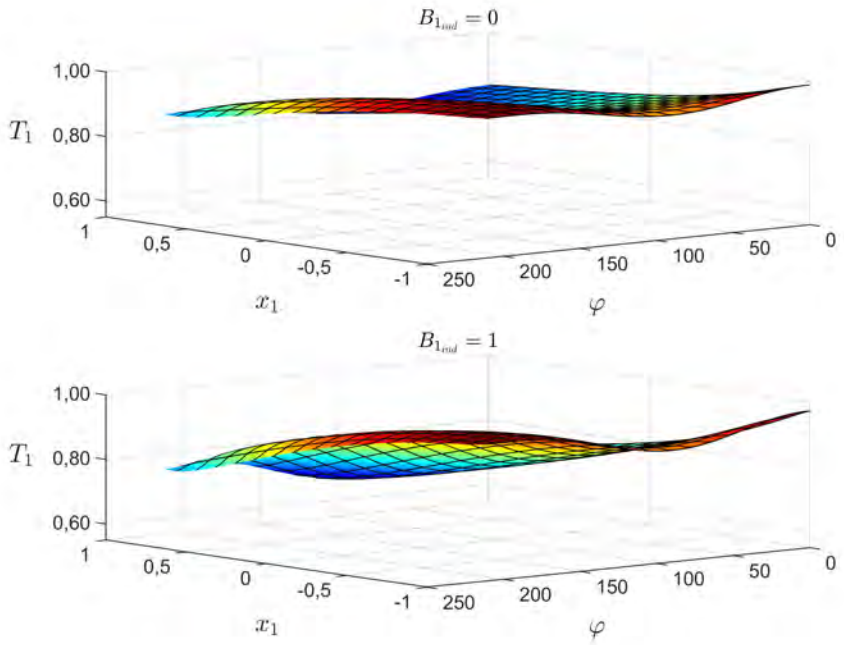
Na Rys. F.1, F.2, F.3, F.4 oraz F.5 dokonano porównania trójwymiarowych rozkładów temperatury na panewce łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, kącie $\gamma = 60°$ i mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, gdy $B_{1_{ind}} = 0$ oraz $B_{1_{ind}} = 1$.



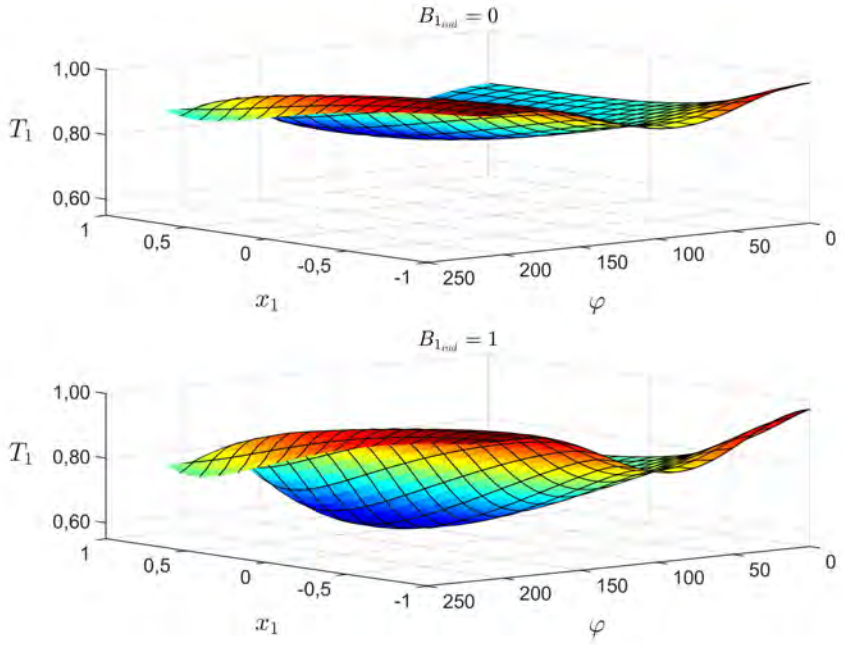
Rys. F.1. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



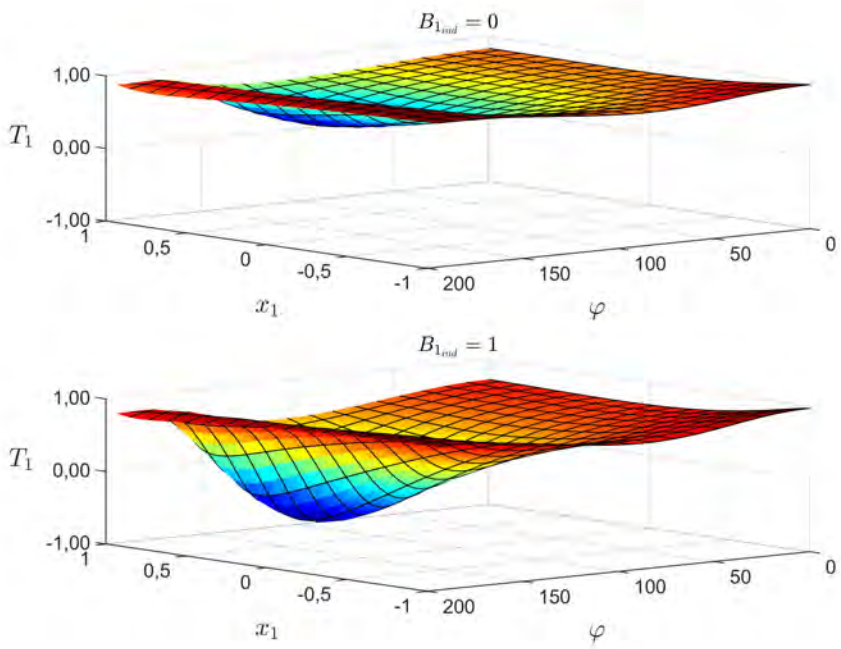
Rys. F.2. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. F.3. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. F.4. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$

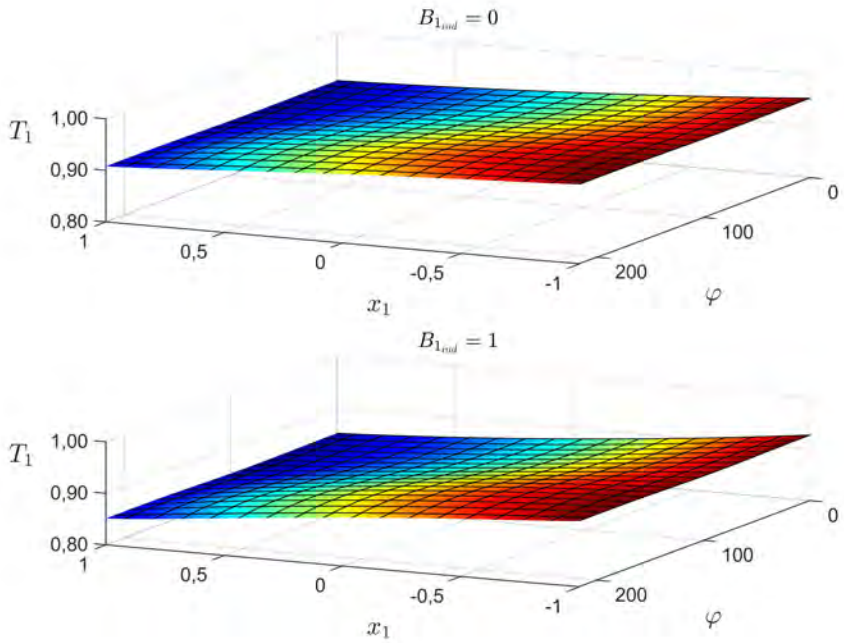


Rys. F.5. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 60°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$

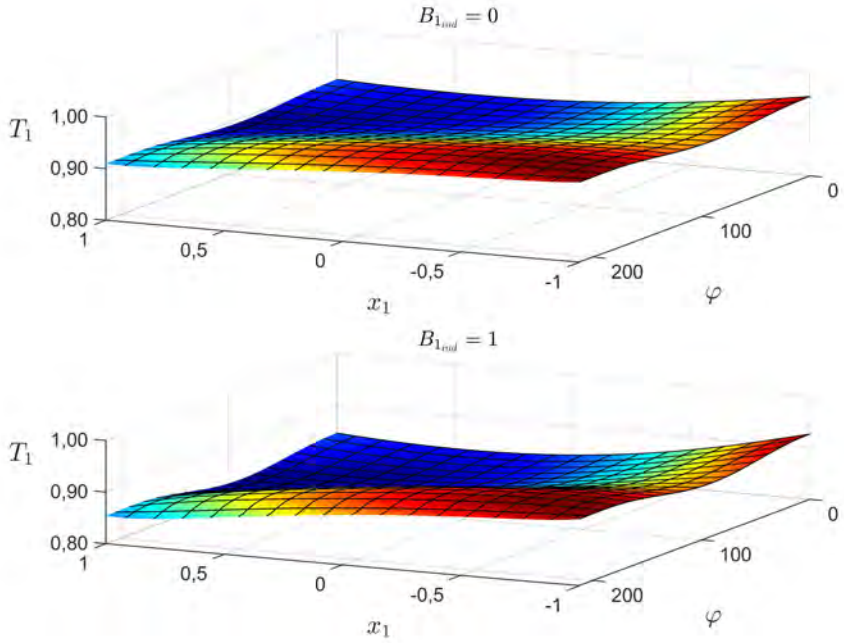
Na Rys. F.6, F.7, F.8, F.9 oraz F.10 dokonano porównania trójwymiarowych rozkładów temperatury na panewce łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 1$, kącie $\gamma = 80°$ i mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, gdy $B_{1_{ind}} = 0$ oraz $B_{1_{ind}} = 1$.

Na Rys. F.11, F.12, F.13, F.14 oraz F.15 dokonano porównania trójwymiarowych rozkładów temperatury na panewce łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 0,25$, kącie $\gamma = 70°$ i mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, gdy $B_{1_{ind}} = 0$ oraz $B_{1_{ind}} = 1$.

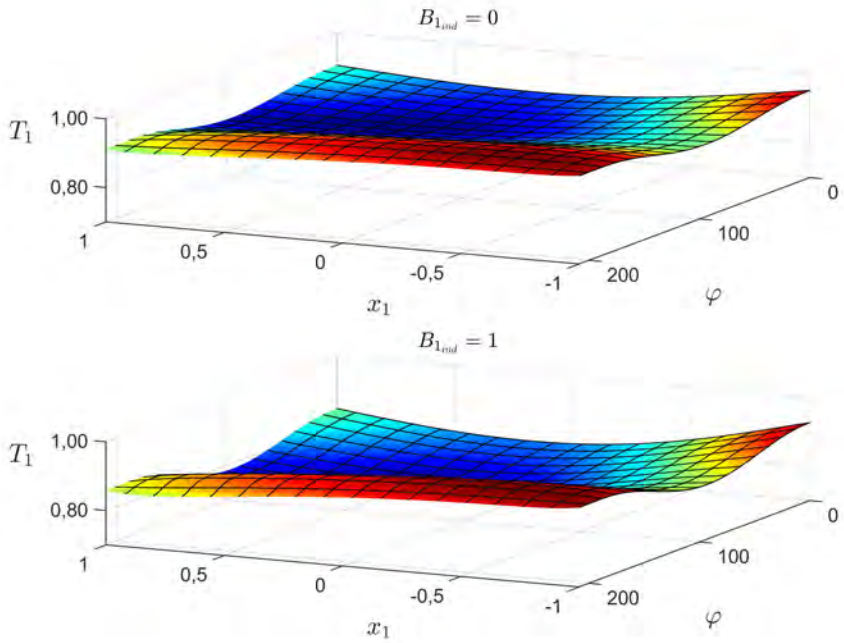
Na Rys. F.16, F.17, F.18, F.19 oraz F.20 dokonano porównania trójwymiarowych rozkładów temperatury na panewce łożyska o bezwymiarowej długości $L_1 = 2$, kącie $\gamma = 70°$ i mimośrodowościach względnych $\lambda = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$, gdy $B_{1_{ind}} = 0$ oraz $B_{1_{ind}} = 1$.



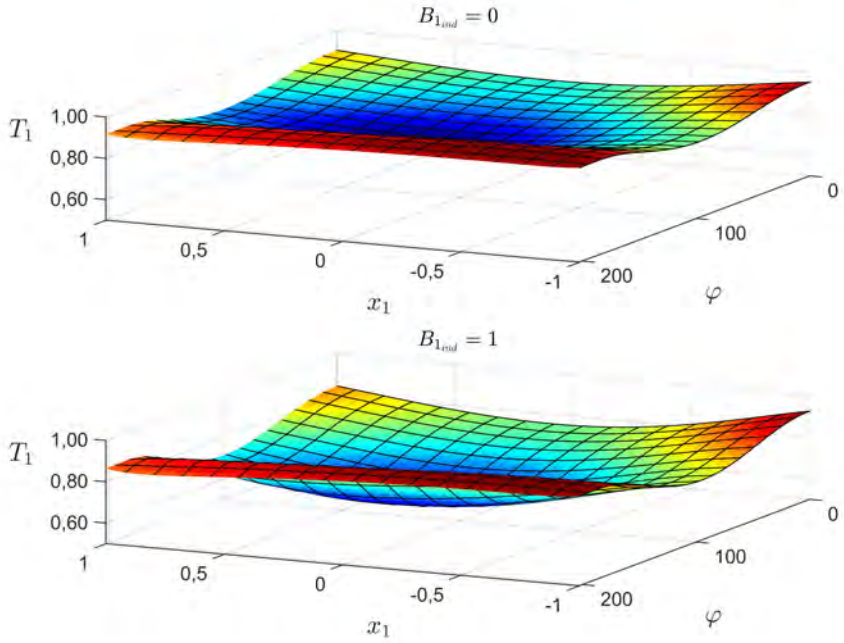
Rys. F.6. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



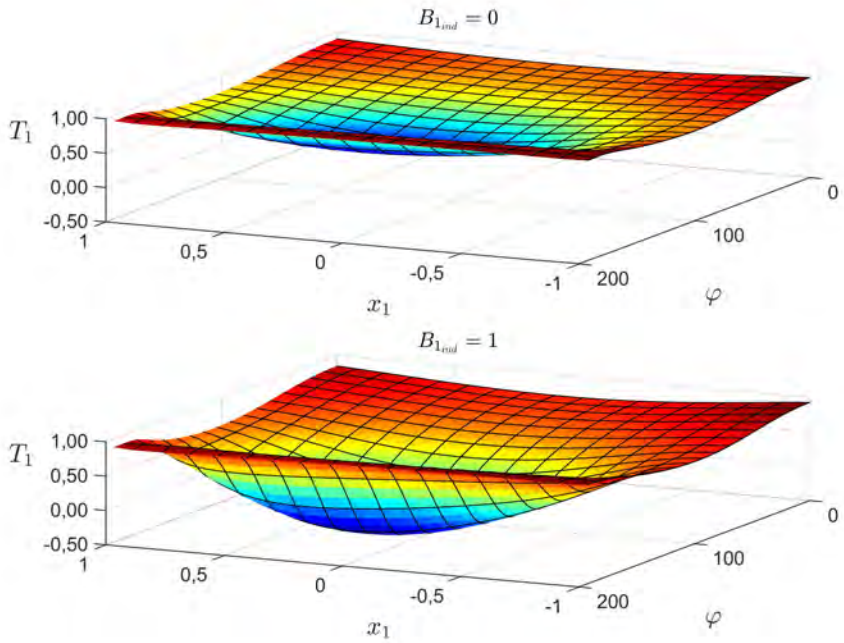
Rys. F.7. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



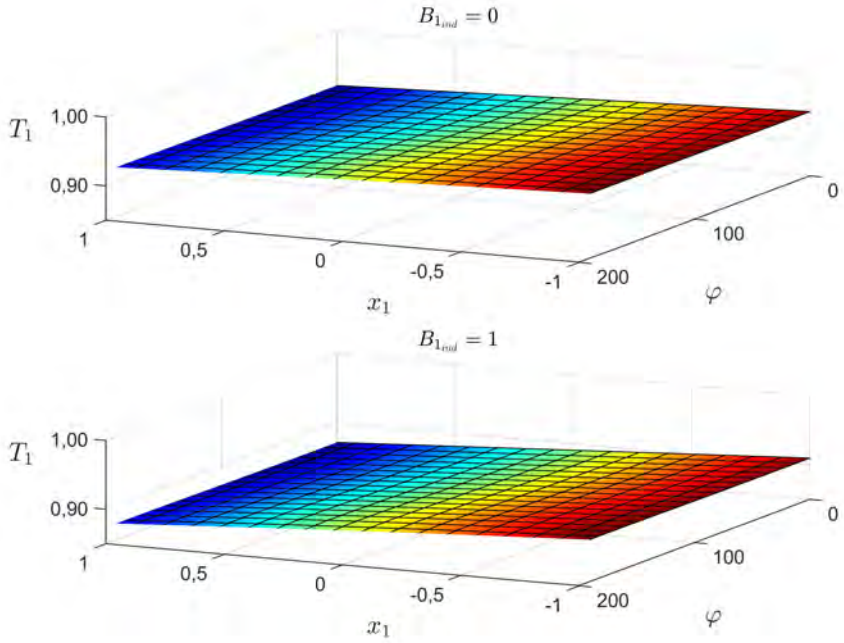
Rys. F.8. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



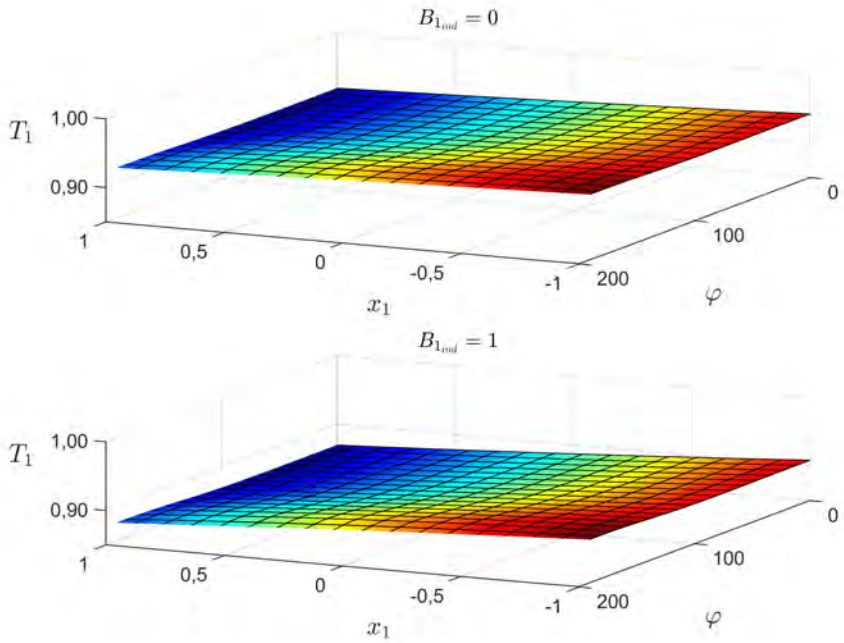
Rys. F.9. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



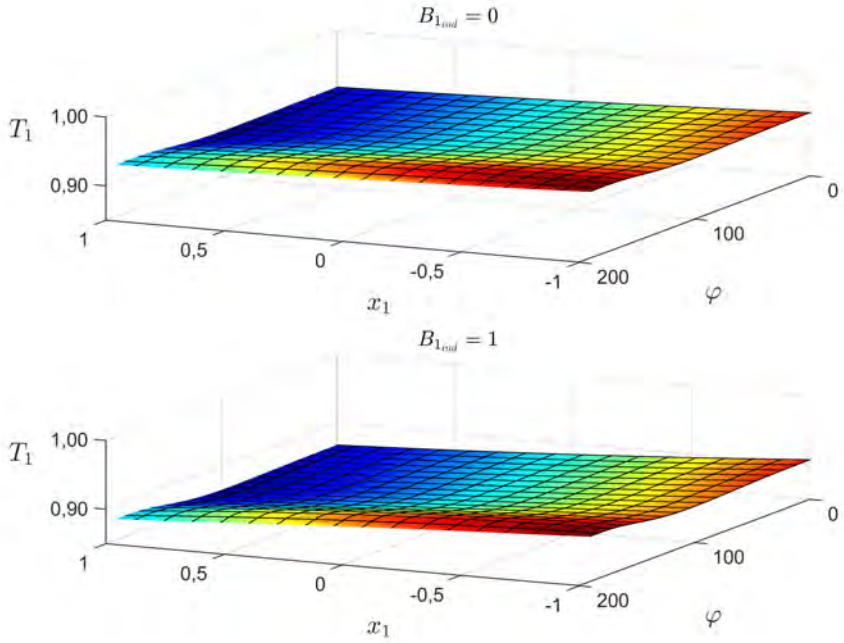
Rys. F.10. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 1$, $\gamma = 80°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



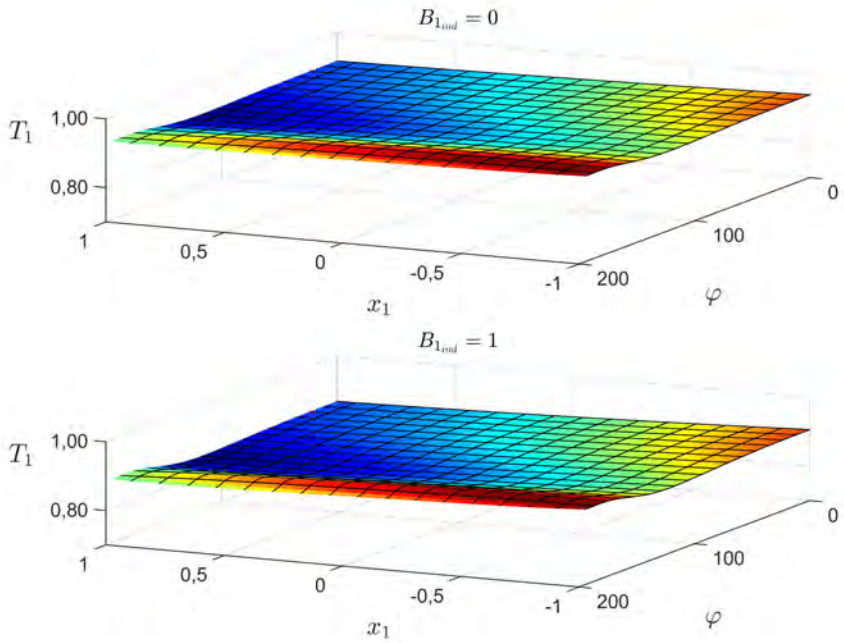
Rys. F.11. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



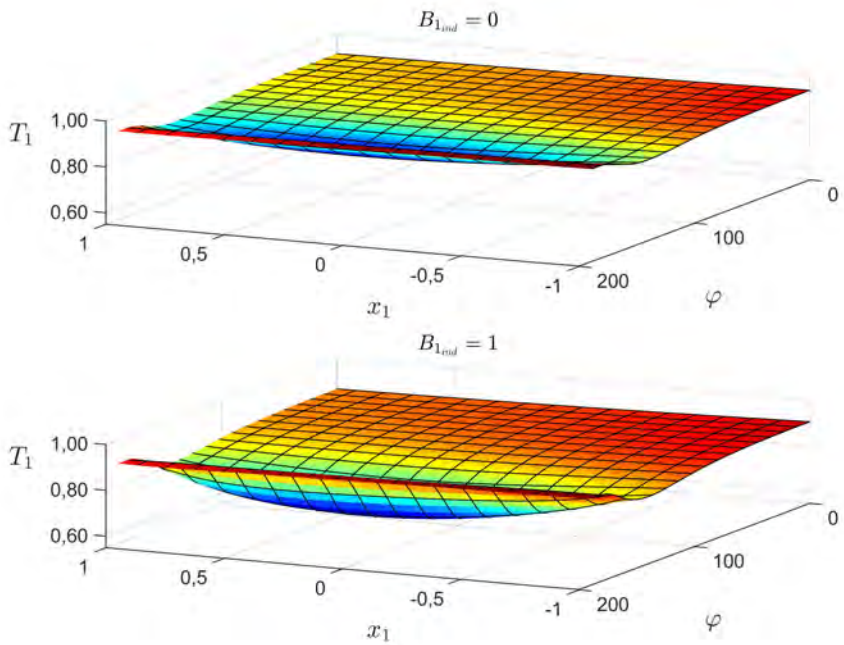
Rys. F.12. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



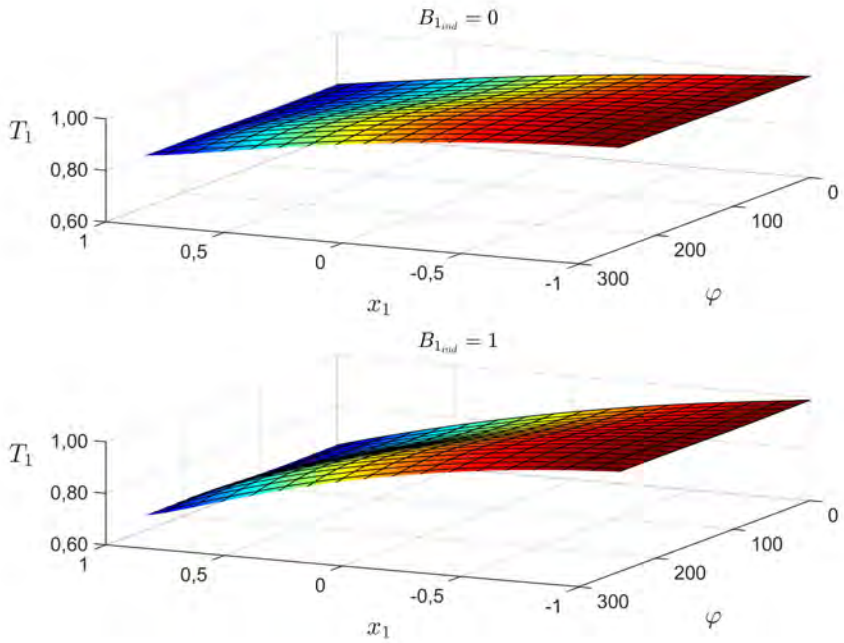
Rys. F.13. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



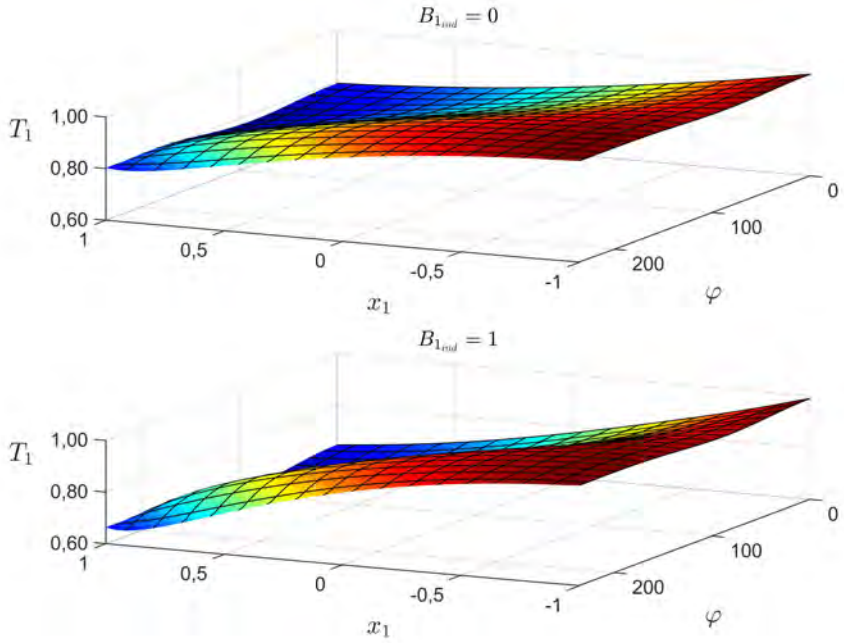
Rys. F.14. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



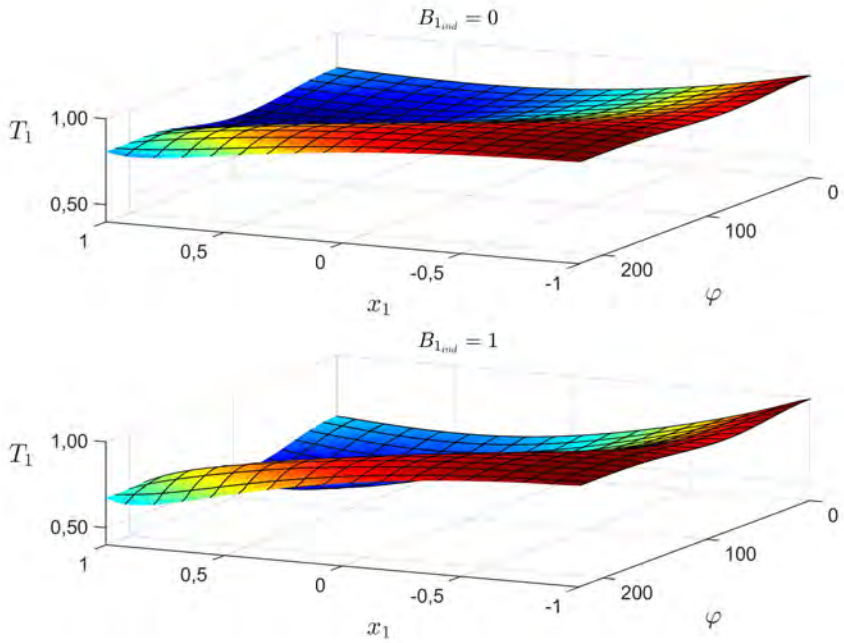
Rys. F.15. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 0,25$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



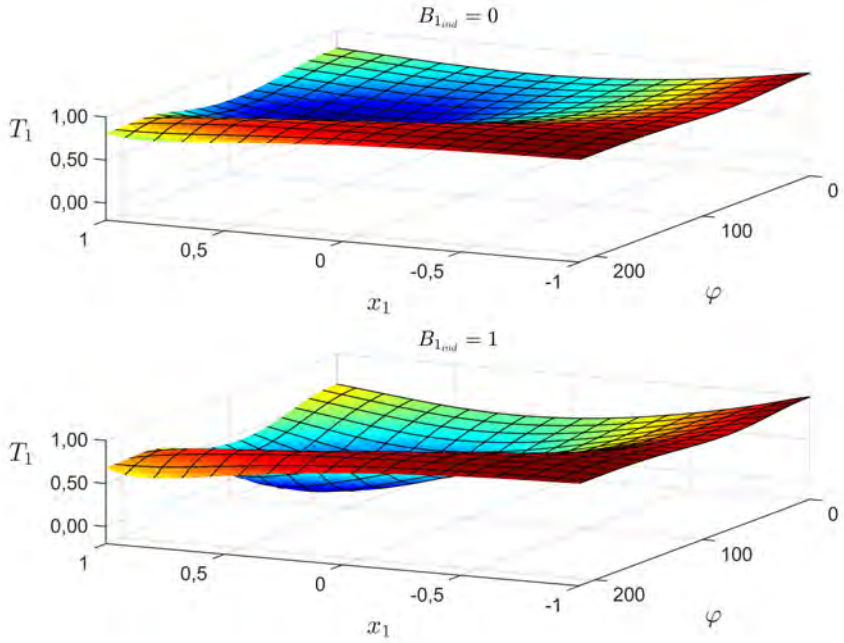
Rys. F.16. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,1$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



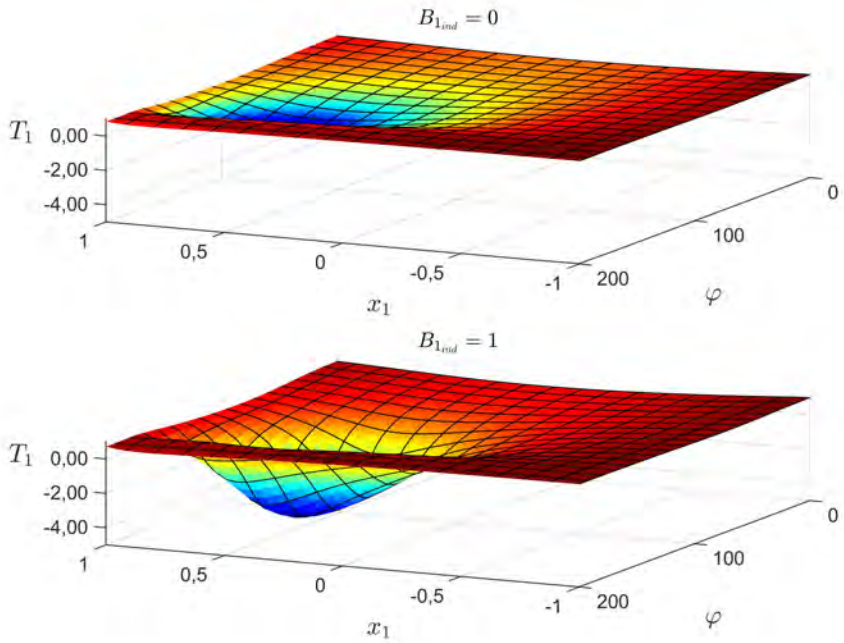
Rys. F.17. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,3$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. F.18. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,5$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. F.19. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,7$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$



Rys. F.20. Porównanie trójwymiarowych rozkładów temperatury przy powierzchni panewki, dla łożyska o $L_1 = 2$, $\gamma = 70°$ i $\lambda = 0,9$, na które nie oddziałuje pole magnetyczne (górny wykres) oraz oddziałuje pole magnetyczne o indukcji $B_{1_{ind}} = 1$

Spis rysunków

Spis tablic

Bibliografia

[1] Abdel-Rahman, G. M., *Flow of a non-Newtonian power law through a conical bearing in an applied magnetic field*, Applied Mathematics and Computation, t. 159, nr. 1, s. 237–246, 2004.

[2] Abdel-Rahman, G., Al-Hanaya, A., *MHD Flow of a Non-Newtonian Power Law through a Conical Bearing in a Porous Medium*, Journal of Modern Physics, t. 5, nr. 1, s. 61–67, 2014.

[3] Ambacher, O., Odenbach, S., Stierstadt, K., *Rotational viscosity in ferrofluids*, Zeitschrift für Physik B Condensed Matter, t. 86, nr. 1, s. 29–32, 1992.

[4] Archard, J., *Elastohydrodynamic lubrication of real surfaces*, Tribology, t. 6, nr. 1, s. 8–14, 1973.

[5] Awati, V. B., Jyoti, M., *Homotopy analysis method for the solution of lubrication of a long porous slider*, Applied Mathematics and Nonlinear Sciences, t. 1, s. 507–516, 2016.

[6] Bacri, J.-C., Perzynski, R., Salin, D., Cabuil, V., Massart, R., *Magnetic colloidal properties of ionic ferrofluids*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, t. 62, nr. 1, s. 36–46, 1986.

[7] Bacri, J.-C., Perzynski, R., Salin, D., Cabuil, V., Massart, R., *Ionic ferrofluids: A crossing of chemistry and physics*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, t. 85, nr. 1, s. 27–32, 1990.

[8] Bair, S., Kottke, P., *Pressure-Viscosity Relationships for Elastohydrodynamics*, Tribology Transactions - TRIBOL TRANS, t. 46, s. 289–295, 2003.

[9] Beris, A., Armstrong, R. C., Brown, R., *Finite element calculation of viscoelastic flow in a journal bearing. II. Moderate eccentricity*, Journal of Nonnewtonian Fluid Mechanics - J NON-NEWTONIAN FLUID MECH, t. 19, s. 323–347, 1986.

[10] Bhushan, B., *Introduction to Tribology*. New York: John Wiley & Sons, Ltd, 1989.

[11] Bibo, A., Masana, R., King, A., Li, G., Daqaq, M., *Electromagnetic ferrofluid-based energy harvester*, Physics Letters A, t. 376, s. 2163–2166, 2012.

[12] Borin, D., Korolev, V., Ramazanova, A., Odenbach, S., Balmasova, O., *Magnetoviscous effects in ferrofluids with different dispersion media*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, t. 416, s. 110–116, 2016.

[13] Breczko, T., *Pewne aspekty obliczania poprzecznych łożysk ślizgowych*, Rozprawy Inżynierskie, t. 23, nr. 3, s. 431–445, 1975.

[14] Brown, W. F., *Thermal Fluctuations of a Single-Domain Particle*, Phys. Rev., t. 130, s. 1677–1686, 5 czer. 1963.

[15] Buschow, K. H. J., red., *Handbook of Magnetic Materials*. Amsterdam: Elsevier B. V., 2006, t. 16.

[16] Chang, Q., Yang, P., Meng, Y., Wen, S., *Thermoelastohydrodynamic analysis of the static performance of tilting-pad journal bearings with the Newton–Raphson method*, Tribology International, t. 35, nr. 4, s. 225–234, 2002.

[17] Chaudhari, S., Patil, S., Zambare, R., Chakraborty, S., "Exploration on use of ferrofluid in power transformers", w *2012 IEEE 10th International Conference on the Properties and Applications of Dielectric Materials*, 2012, s. 1–4.

[18] Chetti, B., *Analysis of a circular journal bearing lubricated with micropolar fluids including EHD effects*, Industrial Lubrication and Tribology, t. 66, nr. 2, s. 168–173, 2014.

[19] Cheung, J. T., Xin, H., "Electrical generator with ferrofluid bearings", US 6812583B2, 2002.

[20] Constantinescu, V. N., *Analysis of Bearings Operating in Turbulent Regime*, Journal of Basic Engineering, t. 84, nr. 1, s. 139–151, 1961.

[21] Czaban, A., *The Influence of the Microgrooves on the Hydrodynamic Pressure Distribution and Load Carrying Capacity of a Conical Slide Bearing*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 19, nr. 3, s. 85–91, 2012.

[22] Czaban, A., *CFD Analysis of Pressure Distribution in Slide Conical Bearing Lubricated with Non-Newtonian Oil*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 20, nr. 3, s. 117–124, 2013.

[23] Czaban, A., Frycz, M., Horak, W., *Effect of the magnetic particles concentration on the ferro-oil dynamic viscosity in the presence of an external magnetic field in the aspect of temperature changes*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 20, nr. 2, s. 55–60, 2013.

[24] Czaban, A., *Cfd Analysis of Hydrodynamic Lubrication of Slide Conical Bearing With Consideration of The Bearing Shaft And Sleeve Surface Roughness*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 21, nr. 3, s. 35–40, 2014.

[25] Czaban, A., *Cfd Analysis of Non-Newtonian and Non-Isothermal Lubrication of Hydrodynamic Conical Bearing*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 21, nr. 4, s. 49–56, 2014.

[26] Frycz, M., Czaban, A., *Influence of pressure on ferro-oil dynamic viscosity*, Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Gdyni, t. 83, s. 45–52, 2014.

[27] Frycz, M., Czaban, A., *Models of viscosity characteristics $\eta = \eta(B)$ of ferro-oil with different concentration of magnetic particles in the presence of external magnetic field*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 21, nr. 4, s. 119–126, 2014.

[28] Czaban, A., *CFD analysis of the hydrodynamic lubrication of a misaligned slide conical bearing*, Tribologia, t. 4/2016(268), s. 41–53, 2016.

[29] Czaban, A., *CFD Analysis of the Impact of a Cone Opening Angle Parameter on the Hydrodynamic Lubrication of the Conical Slide Bearing*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 23, nr. 3, s. 71–78, 2016.

[30] Czaban, A., *Generalized Newtonian Fluids as Lubricants in the Hydrodynamic Conical Bearings – a CFD Analysis*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 23, nr. 2, s. 85–89, 2016.

[31] Czaban, A., *CFD Analysis of Effect of Misalignment Plane Position on Hydrodynamic Lubrication Of Slide Conical Bearing*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 24, nr. 2, s. 65–72, 2017.

[32] Czaban, A., *CFD Analysis of Influence of Axial Position of Shaft on Hydrodynamic Lubrication of Slide Conical Bearing*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 24, nr. 3, s. 37–44, 2017.

[33] Czaban, A., *Numerical Analysis of Influence of Bearing Material Thermal Conductivity Coefficient on Hydrodynamic Lubrication of a Conical Slide Bearing*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 25, nr. 2, s. 89–96, 2018.

[34] D'Agostino, V., Senatore, A., *Analytical solution for two-dimensional Reynolds equation for porous journal bearings*, Industrial Lubrication and Tribology, t. 58, nr. 2, s. 110–117, 2006.

[35] Deheri, G. M., Patel, R. M., Patel, H. C., *Magnetic Fluid Based Squeeze Film Between Porous Rough Conical Plates*, J. Comp. Methods in Sci. and Eng., t. 13, nr. 5,6, s. 419–432, 2013.

[36] Dowson, D., *Elastohydrodynamic and micro-elastohydrodynamic lubrication*, Wear, t. 190, nr. 2, s. 125–138, 1995.

[37] Dowson, D., Higginson, G. R., *A Numerical Solution to the Elasto-Hydrodynamic Problem*, Journal of Mechanical Engineering Science, t. 1, nr. 1, s. 6–15, 1959.

[38] Dowson, D., Higginson, G. R., *Elasto-Hydrodynamic Lubrication*. Surrey, UK: Pergamon Press, 1977.

[39] Dunn, J., Rajagopal, K., *Fluids of differential type: Critical review and thermodynamic analysis*, International Journal of Engineering Science, t. 33, nr. 5, s. 689–729, 1995.

[40] Ellahi, R., Zeeshan, A., *A study of pressure distribution for a slider bearing lubricated with a second-grade fluid*, Numerical Methods for Partial Differential Equations, t. 27, nr. 5, s. 1231–1241, 2011.

[41] Elsharkawy, A. A., Guedouar, L., *Direct and Inverse Solutions for Elastohydrodynamic Lubrication of Finite Porous Journal Bearings*, Journal of Tribology, t. 123, nr. 2, s. 276–282, 2000.

[42] Elsharkawy, A. A., Guedouar, L. H., *Hydrodynamic lubrication of porous journal bearings using a modified Brinkman-extended Darcy model*, Tribology International, t. 34, nr. 11, s. 767–777, 2001.

[43] Engelmann, S., Nethe, A., Scholz, T., Stahlmann, H., *Experiments with a ferrofluid-supported linear electric motor*, Materials, Nanoscience and Catalysis, t. 18, nr. 10, s. 529–531, 2004.

[44] Frene, J., Nicolas, D., Degueurce, B., Berthe, D., Godet, M., *Hydrodynamic Lubrication: Bearings and Thrust Bearings*, ser. Tribology and Interface Engineering. Elsevier Science, 1997.

[45] Friedrichs, R., Engel, A., *Statics and dynamics of a single ferrofluid-peak*, The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems, t. 18, nr. 2, s. 329–335, 2000.

[46] Frycz, M., *Effect of concentration of magnetic particles on ferrooil's dynamic viscosity as a function of temperature and shear rate*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 19, nr. 2, s. 159–165, 2012.

[47] Frycz, M., *Effect of Temperature and Deformation Rate on the Dynamic Viscosity of Ferrofluid*, Solid State Phenomena, t. 199, s. 137–142, 2013.

[48] Frycz, M., Horak, W., *Effect of the Magnetic Particles Concentration on The Ferro-Oil's Dynamic Viscosity in Presence of an External Magnetic Field in the Aspect of Shear Rate's Variations*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 20, nr. 3, s. 139–144, 2013.

[49] Frycz, M., Horak, W., *Effect of the concentration of the magnetic particles in the ferro-oil on its dynamic's viscosity changes in an external magnetic field*, Solid State Phenomena, t. 220-221, s. 324–327, 2015.

[50] Frycz, M., *The Ferro-oils Viscosity Depended Simultaneously on the Temperature and Magnetic Oil Particles Concentration $H = H(T, \Phi)$ - Part I*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 23, nr. 2, s. 113–120, 2016.

[51] Frycz, M., *The Ferro-oils Viscosity Depended Simultaneously on the Temperature and Magnetic Oil Particles Concentration $H = H(T, \Phi)$ - Part II*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 23, nr. 3, s. 127–134, 2016.

[52] Frycz, M., *Researching and modeling of the dynamic viscosity of the ferro-oils with the different concentrations of magnetic particles in the aspect of pressure changes*, Tribologia, t. 2017, nr. 2, s. 39–48, 2017.

[53] Frycz, M., *Wpływ stężenia cząstek magnetycznych w ferro-oleju na parametry przepływowe i eksploatacyjne poprzecznych łożysk ślizgowych.* Gdynia: Akademia Morska w Gdyni, 2018.

[54] Galindo-Rosales, F., Rubio-Hernández, F., Sevilla, A., Ewoldt, R., *How Dr. Malcom M. Cross may have tackled the development of "An apparent viscosity function for shear thickening fluids"*, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, t. 166, nr. 23, s. 1421–1424, 2011.

[55] Genc, S., Derin, B., *Synthesis and rheology of ferrofluids: a review*, Current Opinion in Chemical Engineering, t. 3, s. 118–124, 2014.

[56] Gertzos, K., Nikolakopoulos, P., Papadopoulos, C., *CFD analysis of journal bearing hydrodynamic lubrication by Bingham lubricant*, Tribology International, t. 41, nr. 12, s. 1190–1204, 2008.

[57] Ghasemi, E., Mirhabibi, A., Edrissi, M., *Synhesis and rheological properties of an iron oxide ferrofluid*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, t. 320, s. 2635–2639, 2008.

[58] Goodwin, M., Dong, D., Yu, H., Nikolajsen, J., *Theoretical and experimental investigation of the effect of oil aeration on the load-carrying capacity of a hydrodynamic journal bearing*, Proc. IMechE, Part J: J. Engineering Tribology, t. 221, s. 779–786, 2007.

[59] Gorodkin, S., James, R., Kordonski, W., *Magnetic properties of carbonyl iron particles in magnetorheological fluids*, Journal of Physics: Conf. Series, t. 149, s. 1–4, 2007.

[60] Green, J. M., Rapp, D. C., Roncace, J., "Flow Visualization of a Rocket Injector Spray Using Gelled Propellant Simulants", Lewis Research Center dla National Aeronautics and Space Administration (NASA), Brook Park, Ohio, USA, spraw. tech. NAS3-25266, 1991.

[61] Griffiths, D. J., *Podstawy Elektrodynamiki.* Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001.

[62] Gryboś, R., *Podstawy Mechaniki Płynów.* Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 1998.

[63] Guemmadi, M., Ouibrahim, A., *Generalized Maxwell Model as Viscoelastic Lubricant in Journal Bearing*, Key Engineering Materials, t. 478, s. 64–69, 2011.

[64] Hall, W. F., Busenberg, S. N., *Viscosity of Magnetic Suspensions*, The Journal of Chemical Physics, t. 51, nr. 1, s. 137–144, 1969.

[65] Hamrock, B. J., Dowson, D., "Lubrication Background", National Aeronautics and Space Administration (NASA), Virginia, USA, spraw. tech. NASA Technical Memorandum 81692, 1981.

[66] He, Y., Bi, Q., Chen, T., *Heat Transfer of Ferrofluids: A Rview*, t. 5, s. 155–177, 2015.

[67] Hebda, M., Wachal, A., *Trybologia.* Warszawa: WNT, 1980.

[68] Heshmat, H., *The Mechanism of Cavitation in Hydrodynamic Lubrication*, Tribology Transactions, t. 34, nr. 2, s. 177–186, 1991.

[69] Hong, R. Y., Ren, Z., Han, Y., Li, H., *Rheological properties of water-based Fe3O4 ferrofluids*, Chemical Engineering Science, t. 62, s. 5912–5924, 2016.

[70] Horak, W., *Teoretyczna oraz doświadczalna analiza procesu wyciskania cieczy magnetoreologicznej*, Rozprawa Doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, 2012.

[71] Hori, Y., *Hydrodynamic Lubrication.* Tokyo: Springer Science & Business Media, 2006.

[72] Huang, W., Shen, C., Liao, S., Wang, X., *Study on the Ferrofluid Lubrication with an External Magnetic Field*, Tribology Letters, t. 41, nr. 1, s. 145–151, 2011.

[73] Huang, W., Wang, X., *Ferrofluids lubrication: A status report*, t. 28, 25 stron, 2015.

[74] J. Burcan W. Kaniewski, W. Ś., *Niekonwencjonalne i konwencjonalne łożyskowanie ślizgowe.* Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn, t. 1, s. 89–100, 2003.

[75] Jackson, B. A., Terhune, K. J., King, L. B., *Ionic liquid ferrofluid interface deformation and spray onset under electric and magnetic stresses*, Physics of Fluids, t. 29, nr. 6, s. 064 105, 2017.

[76] Jain, S., Sinhasan, R., V. Singh, D., *A Study of EHD Lubrication in a Journal Bearing with Piezoviscous Lubricants*, Tribology Transactions - TRIBOL TRANS, t. 27, s. 168–176, 1984.

[77] Jaiswal, A. D., Sonare, O. G., *Investigation on Thermal Effects in Journal Bearing Using Bingham Lubrication*, Journal of Mechanical and Civil Engineering, t. 15, nr. 5, s. 36–44, 2018.

[78] Jang, J. Y., Khonsari, M. M., *On the thermohydrodynamic analysis of a Bingham fluid in slider bearings*, Acta Mechanica, t. 148, nr. 1-4, s. 165–185, 2001.

[79] Jang, J., Khonsari, M., *Thermohydrodynamic Analysis of Journal Bearings Lubricated with MultigradeOils*, CMES, t. 3, nr. 4, s. 455–464, 2002.

[80] Janiszewski, R., Pytko, S., Wierzcholski, K., *Ferromagnetyczny przepływ smarujący*, Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, t. 1(41), 1980.

[81] Janiszewski, R., Wierzcholski, K., *Ferromagnetyczny przepływ smarujący*, Zagadnienia eksploatacji maszyn, t. 1, nr. 41, s. 37–44, 1980.

[82] Jianmei, W., Jianfeng, K., Yanjuan, Z., Xunjie, H., *Viscosity monitoring and control on oil-film bearing lubrication with ferrofluids*, Tribology International, t. 75, s. 61–68, 2014.

[83] Jonsdottir, F., Gudmundsson, K., Dijkman, T., Gutfleisch, O., *Rheology of perflourinated polyether-based fluids with nanoparticles*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, t. 21, s. 1051–1060, 2010.

[84] Kaiser, R., Rosensweig, R. E., "Study of Ferromagnetic Liquid", AVCO Corporation dla National Aeronautics and Space Administration (NASA), Lowell, Massachusetts, USA, spraw. tech. NASA CR-1407, 1969.

[85] Kaneko, M., Nakamura, Y., Miyazaki, K., Tsukamoto, H., "Multi-Objective Optimization of Blood-Pump with Conical Spiral Groove Bearings", w *Fluid Machinery and Fluid Mechanics*, Xu, J., Wu, Y., Zhang, Y., Zhang, J., red., Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009, s. 285–290.

[86] Kelley, C. T., *Solving nonlinear equations with Newton's method - fundamentals of algorithms.*

[87] Kelley, C. T., *Iterative Solution of Systems of Linear and Nonlinear Equations.* Philadelphia: Society for Industrial i Applied Mathematics, 1995.

[88] Khan, M., Manzur, M., Rahman, M. ur, *Boundary layer flow and heat transfer of Cross fluid over a stretching sheet*, Results in Physics, t. 7, s. 3767–3772, 2017.

[89] Kiciński, J., *Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych.* Wrocław: Ossolineum, 1994.

[90] Kira Chiżniak, M. G.-D., *Zastosowanie Teorii Smarowania Elastohydrodynamicznego do Oceny Warunków Smarowania w Endoprotezie Stawu Biodrowego Z Porowatą Panewką*, Acta Mechanica et Automatica, t. 5, nr. 3, s. 21–24, 2011.

[91] Koprowski, M., *Hydrodynamics models of conical sidle bearings lubrication in the magnetic field*, Tribologia, t. 3, s. 85–106, 2006.

[92] Koprowski, M., *Model magnetohydrodynamicznego przepływu cieczy smarującej o właściwościach nienewtonowskich w szczelinie stożkowego łożyska ślizgowego w polu magnetycznym*, Modelowanie Inżyierskie, t. 32, s. 247–254, 2006.

[93] Koprowski, M., *An analysis of lubricating medium flow through unsymmetrical lubricating gap of conical slide bearing*, Polish Maritime Research, t. 4, s. 59–63, 2007.

[94] Korneev, A., *Static characteristics of conical hydrodynamic bearings lubricated by turbine oil*, Russian Engineering Research, t. 32, s. 251–255, 2012.

[95] Kötitz, R., Weitschies, W., Trahms, L., Semmler, W., *Investigation of Brownian and Néel relaxation in magnetic fluids*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, t. 201, nr. 1, s. 102–104, 1999.

[96] Krasowski, P., *Ciśnienie w Płaskim Łożysku Ślizgowym Smarowanym Olejem Mikrpolarym*, Modelowanie Inżynierskie, t. 38, s. 87–94, 2009.

[97] Verma, D., Sinha, P., Chandra, P., *Ferrofluid squeeze film for spherical and conical bearings*, International Journal of Engineering Science, t. 30, nr. 5, s. 645–656, 1992.

[98] Verma, D., Chandra, P., Sinha, P., *Ferrofluid lubrication of externally pressurized circular plates and conical bearings*, International Journal of Engineering Science, t. 31, nr. 4, s. 593–604, 1993.

[99] Verma, D., Kumar, B. V. R., Sinha, P., *Generalized Reynolds equation for non-Newtonian ferrofluids*, Indian Journal of Engineering and Material Sciences, t. 10, s. 41–49, 2003.

[100] Kumar, V., *Plain hydrodynamic bearings in the turbulent regime — A critical review*, Wear, t. 72, nr. 1, s. 13–28, 1981, ISSN: 0043-1648.

[101] Kuzma, D. C., *The Magnetohydrodynamic Journal Bearing*, Journal of Basic Engineering, t. 85, nr. 3, s. 424–427, 1963.

[102] Laghrabli, S., Khlifi, M. E., Nabhani, M., Bou-Saïd, B., *Ferrofluid lubrication of finite journal bearings using Jenkins model*, Lubrication Science, t. 29, nr. 7, s. 441–454, 2017.

[103] Lajvardi, M., Moghimi-Rad, J., Hadi, I., Gavili, A., Isfahani, T. D., Zabihi, F., Sabbaghzadeh, J., *Experimental investigation for enhanced ferrofluid heat transfer under magnetic field effect*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, t. 322, nr. 21, s. 3508–3513, 2010.

[104] Lang, O., "Paper XV(i) Oil film rupture under dynamic load? Reynolds' statement and modern experience", w *Fluid Film Lubrication – Osborne Reynolds Centenary*, ser. Tribology Series, Dowson, D., Taylor, C., Godet, M., Berthe, D., red., t. 11, Elsevier, 1987, s. 467–472.

[105] Langheim, R., Bartz, W. J., *The Significance of the Effective Viscosity in Nonstationary Loaded Journal Bearings*, ASLE TRANSACTIONS, t. 26, s. 69–79, 1983.

[106] Leeuwen, H. van, *The determination of the pressure–viscosity coefficientof a lubricant through an accurate film thicknessformula and accurate film thickness measurements*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, t. 223, nr. 8, s. 1143–1163, 2009.

[107] Li, W.-L., Weng, C.-I., Lue, J.-I., *Surface Roughness Effects in Journal Bearings with Non-Newtonian Lubricants*, Tribology Transactions, t. 39, s. 819–826, 1996.

[108] Lin, J.-R., Chou, T.-L., Liang, L.-J., Hung, T.-C., *Non-Newtonian dynamics characteristics of parabolic-film slider bearings: Micropolar fluid model*, Tribology International, t. 48, s. 226–231, 2012.

[109] Lowrie, B., Sargent, J., *Pressure-Viscosity Coefficients of Liquid Lubricants*, A S L E Transactions, t. 26, nr. 1, s. 1–10, 1983.

[110] Mahdi, M., Hussain, A. W., Hadwan, H., *Investigation of Cavitation in a Finite Journal Bearing Considering the Journal Speed and Couple Stress Fluids Effects*, Tribology in Industry, t. 40, s. 670–680, 2018.

[111] Mahmoudi, M., Sant, S., Wang, B., Laurent, S., Sen, T., *Superparamagnetic iron oxide nanoparticles (SPIONs): Development, surface modification and applications in chemotherapy*, Advanced Drug Delivery Reviews, t. 63, nr. 1, s. 24–46, 2011.

[112] Malekzadeh, A., Pouranfard, A. R., Hatami, N., Banari, A. K., Rahimi, M. R., *Experimental Investigations on the Viscosity of Magnetic Nanofluids under the Influence of Temperature, Volume Fractions of Nanoparticles and External Magnetic Field*, Journal of Applied Fluid Mechanics, t. 9, nr. 2, s. 693–697, 2016.

[113] Masayoshi, T., *On the Short Journal Bearing Using Power-Law Fluid or Ostwald-deWaele Fluid as Lubricant*, Nihon Reoroji Gakkaishi, t. 28, s. 7–12, 2000.

[114] McBroom, H. L., *Cavitation in journal bearings*, Industrial Lubrication and Tribology, t. 5, nr. 4, s. 10–16, 1953.

[115] McTague, J. P., *Magnetoviscosity of Magnetic Colloids*, The Journal of Chemical Physics, t. 51, nr. 1, s. 133–136, 1969.

[116] Meurisse, M.-H., "Porous Metal Journal Bearings", w *Encyclopedia of Tribology*, Wang, Q. J., Chung, Y.-W., red. Boston, MA: Springer US, 2013, s. 2669–2673.

[117] Milewski, S., *Metody numeryczne - konspekt*. Kraków, 2006(2011).

[118] Milne, A. A., *A Theory of Rheodynamic Lubrication for a Maxwell Liquid*, Proceedings of Conference of Lubricants and Wear, 1957.

[119] Miszczak, A., *Rozwiązania numeryczne rozkładów ciśnień dla turbulentnego przepływu ferrosmaru w szczelinie poprzecznego łożyska ślizgowego*, Tribologia, t. 2, nr. 182, s. 461–474, 2002.

[120] Miszczak, A., *Niestacjonarne pole magnetyczne w szczelinie poprzecznego łożyska ślizgowego smarowanego ferrosmarem*, Tribologia, t. 6, nr. 192, s. 107–122, 2003.

[121] Miszczak, A., *Capacity of slide journal bearings lubricated with viscoelastic lubricants*, Tribologia, t. 1, nr. 193, s. 91–111, 2004.

[122] Miszczak, A., *Korekty parametrów eksploatacyjnych dla lepkosprężystych ferrosmarów*, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej, t. 23, s. 315–320, 2004.

[123] Miszczak, A., *Parametry eksploatacyjne poprzecznych łożysk ślizgowych smarowanych ferrosmarami*, Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, t. 39, nr. 2, s. 35–48, 2004.

[124] Miszczak, A., *Pomiar sił tarcia w poprzecznym łożysku ślizgowym smarowanym ferrosmarem*, Tribologia, t. 4, nr. 202, s. 189–203, 2005.

[125] Miszczak, A., *Badania teoretyczne wpływu nienewtonowskich olejów na parametry eksploatacyjne stacjonarnie obciążonych poprzecznych łożysk ślizgowych.* Kraków: AGH, 1998.

[126] Miszczak, A., *Analiza hydrodynamicznego smarowania ferrocieczą poprzecznych łożysk ślizgowych.* Gdynia: Fundacja Rozwoju Akademii Morskiej, 2006.

[127] Miszczak, A., *Analiza hydrodynamicznego smarowania łożysk ślizgowych cieczami o właściwościach nienewtonowskich.* Radom: Wydawnictwo Naukowe Instytutu Technologii Eksploatacji - PIB, 2019.

[128] Motisse, S., "Magnetic Fluid Power Generator Device", US20130076158A1, 2011.

[129] Nadia, B., Kadda, M., Youcefi, A., *Numerical analyses of turbulent flow behavior in plain journal bearing*, Industrial Lubrication and Tribology, t. 68, s. 76–85, 2016.

[130] Navthar, R., Halegowda, N., *Stability Analysis of Hydrodynamic Journal Bearing using Stiffness Coefficients*, International Journal of Engineering Science and Technology, t. 2, 2010.

[131] Nethe, A., Scholz, T., Stahlmann, H.-D., Filtz, M., *Ferrofluids in electric motors - A numerical process model*, IEEE Transactions on Magnetics, t. 38, s. 1177–1180, 2002.

[132] Neuringer, J., *Some viscous flows of a saturated ferro-fluid under the combined influence of thermal and magnetic field gradients*, International Journal of Non-Linear Mechanics, t. 1, nr. 2, s. 123–137, 1966.

[133] Neuringer, J. L., Rosensweig, R. E., *Ferrohydrodynamics*, The Physics of Fluids, t. 7, nr. 12, s. 1927–1937, 1964.

[134] Nowak, Z., Wierzcholski, K., *Effect of temperature dependent lubricant consistency on the capacity of a conical journal bearing*, Proc. IX Intl. Congress on Rheology, s. 583–589, 1984.

[135] Nowak, Z., Wierzcholski, K., *Flow of a non-Newtonian power law lubricant through the conical bearing gap*, Acta Mechanica, t. 50, nr. 3-4, s. 221–230, 1984.

[136] Nyka, K., *Metodywielosiatkowe w szybkiej analizie pasywnych układów mikrofalowych*. Gdańsk: Politechnika Gdańska, 2001.

[137] Ocvirk, F. W., "Short-Bearing Approximation for Full Journal Bearings", National Advisory Commitee for Aeronautics, Washington, USA, spraw. tech. Technical note 2808, 1952.

[138] Odenbach, S., Pop, L. M., Zubarev, A. Y., *Rheological properties of magnetic fluids and their microstructural background*, GAMM-Mitteilungen, t. 30, nr. 1, s. 195–204, 2007.

[139] Oldenburg, C., Borglin, S., Moridis, G., *Numerical Simulation of Ferrofluid Flow for Subsurface Environmental Engineering Applications*, Transport in Porous Media, t. 38, s. 319–344, 2000.

[140] Osman, T. A., *Misalignment Effect on the Static Characteristics of Magnetized Journal Bearing Lubricated with Ferrofluid*, Tribology Letters, t. 11, nr. 3, s. 195–203, 2001.

[141] Ota, S., Kitaguchi, R., Takeda, R., Yamada, T., Takemura, Y., *Rotation of Magnetization Derived from Brownian Relaxation in Magnetic Fluids of Different Viscosity Evaluated by Dynamic Hysteresis Measurements over a Wide Frequency Range*, Nanomaterials, t. 6, nr. 170, 11 stron, 2016.

[142] Patel, J., Shimpi, M., Deheri, G. M., "Ferrofluid based squeeze film for a rough conical bearing with deformation effect", w *ICRISET2017. International Conference on Research and Innovations in Science, Engineering and Technology. Selected Papers in Computing*, ser. Kalpa Publications in Computing, t. 2, 2017, s. 119–129.

[143] Patel, N. S., Vakharia, D., Deheri, G., *Hydrodynamic journal bearing lubricated with a ferrofluid*, Industrial Lubrication and Tribology, t. 69, nr. 5, s. 754–760, 2017.

[144] Perek, A., *Stability and Resonant Behaviour of a Rotor in Slide Bearings with Bingham Fluid As a Lubricant*, Machine Dynamics Research, t. 36, nr. 2, s. 84–94, 2012.

[145] Petrov, P. N., *Friction in Machines and the Effect of the Lubricant*, Inzhenerno Zhurnal St. Petersburg, t. 1, 1883.

[146] Philip, J., Laskar, J. M., *Optical Properties and Applications of Ferrofluids - A Review*, Journal of Nanofluids, t. 1, nr. 1, s. 3–20, 2012.

[147] Pinkus, O., Sternlicht, B., *Theory of Hydrodynamic Lubrication*. University Microfilms, 1989.

[148] Prasad, D., Panda, S., Sajja, V., "Power Law Fluid Film Lubrication of Journal Bearing with Squeezing and Temperature Effects", w. 2014, t. 12, s. 73–84.

[149] Prosnak, W. J., *Równania klasycznej mechanika płynów*. Warszawa: PWN, 2006.

[150] Rabinow, J., "Magnetic fluid shock absorber", US2667237A, 1948.

[151] Rahimi, J., Rahimi-Esbo, M., Ganji, D. D., Rahimipetroudi, I., Mohammadyari, R., *Implementation of Homotopy Analysis Method on circular permeableslider containing of incompressible Newtonian fluid*, Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática, t. 34, nr. 1, s. 21–31, 2016.

[152] Ravaud, R., Lemarquand, G., *Mechanical Properties of a Ferrofluid Seal: Three-dimensional Analytical Study Based on the Coulombian Model*, Progress In Electromagnetics Research B, t. 13, s. 385–407, 2009.

[153] Reynolds, O., *On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil*, Philosophical Transaction of Royal Society London, t. 177, nr. 1, s. 157–234, 1886.

[154] Roberts, G. W., Walters, K., *On viscoelastic effects in journal-bearing lubrication*, Rheologica Acta, t. 31, nr. 1, s. 55–62, 1992.

[155] Römer, E., Bartz, W. J., *Gleitlagertechnik*. Grafenau/Württ: Expert-Verlag, 1981.

[156] Rosensweig, R. E., *Ferrohydrodynamics*. Mineola: Dover Publications, 1997.

[157] Rosensweig, R. E., Raj, K., Thomas J. Black, J., "Non-bursting ferrofluid seal", US6543782B1, 2001.

[158] Saheya, B., Chen, G.-q., Sui, Y.-k., Wu, C.-y., *A new Newton-like method for solving nonlinear equations*, Springerplus, t. 5(1), nr. 1269, 13 pages, 2016.

[159] Sajid, M., Awais, M., Nadeem, S., Hayat, T., *The influence of slip condition on thin film flow of a fourth grade fluid by the homotopy analysis method*, Computers & Mathematics with Applications, t. 56, nr. 8, s. 2019–2026,

[160] Scherer, C., Figueiredo Neto, A. M., *Ferrofluids: Properties and Applications*, Brazilian Journal of Physics, t. 35, nr. 3A, s. 718–727, 2005.

[161] Schramm, G., *Reologia. Podstawy i zastosowania.* Poznań: Ośrodek Wydawnictw Naukowych, 1998.

[162] Shah, A., Islam, S. ul, *An Explicit Analytical Solution of a Slider Bearingwith a Third Grade Non-Newtonian Fluid as Lubricant*, World Applied Sciences Journal, t. 14(9), s. 1397–1405, 2011.

[163] Shah, S. A., Reeves, D. B., Ferguson, R. M., Weaver, J. B., Krishnan, K. M., *Mixed Brownian alignment and Néel rotations in superparamagnetic iron oxide nanoparticle suspensions driven by an ac field*, Physical Review. B, t. 92, nr. 9, 25 stron, 2015.

[164] Sharda, H., Chandrawat, H., Bahl, R., *EHD analysis of a misaligned journal bearing*, International Journal of Mechanical Sciences, t. 35, nr. 5, s. 415–423, 1993.

[165] Sharma, S. C., Rajput, A., *Influence of Micropolar Lubrication on the Performance of 4-Pocket Capillary Compensated Conical Hybrid Journal Bearing*, Advances in Tribology, t. 2012, 2012.

[166] Sharma, S., Awasthi, R. K., *Performance of Hydrodynamic Journal Bearing Operatingunder Transient Wear*, Mechanics and Mechanical Engineering, t. 22, nr. 1, s. 153–170, 2018.

[167] Sheikholeslami, M., Ganji, D., *Ferrofluid convective heat transfer under the influence of external magnetic source*, Alexandria Engineering Journal, t. 57, nr. 1, s. 49–60, 2018.

[168] Shliomis, M. I., *Effective Viscosity of Magnetic Suspensions*, SOVIET PHYSICS JETP, t. 34, nr. 6, s. 1291–1294, 1972.

[169] Singh Mehta, J., Kumar, R., Kumar, H., Garg, H., *SConvective Heat Transfer Enhancement Using Ferrofluid: A Review*, Journal of Thermal Science and Engineering Applications, t. 10, nr. 2, 12 stron, 2017.

[170] Sochi, T., *Analytical solutions for the flow of Carreau and Cross fluids in circular pipes and thin slits*, Rheologica Acta, t. 54, nr. 8, s. 745–756, 2015.

[171] Soni, S., Vakharia, D. P., *Static Analysis of Finite Hydrodynamic Journal Bearing in Turbulent Regime with Non-Newtonian Lubricant*, Tribology Online, t. 10, nr. 4, s. 246–261, 2015.

[172] Szymkiewicz, R., *Metody numeryczne w inżynierii wodnej*. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2012.

[173] Świderski, W., *Poprzeczne łożyska ślizgowe*, Tribologia i tribotechnika, s. 572–581, 2003.

[174] Tanner, R., *Full-film lubrication theory for a maxwell liquid*, International Journal of Mechanical Sciences, t. 1, nr. 2, s. 206–215, 1960.

[175] Tayal, S., Sinhasan, R., Singh, D., *Analysis of hydrodynamic journal bearings with non-newtonian power law lubricants by the finite element method*, Wear, t. 71, nr. 1, s. 15–27, 1981.

[176] Taylor, C. M., Dowson, D., *Turbulent Lubrication Theory—Application to Design*, Journal of Lubrication Technology, t. 96, nr. 1, s. 36–46, 1974.

[177] Tewes, F., Ehrhardt, C., Healy, A. M., *Superparamagnetic iron oxide nanoparticles (SPIONs)-loaded Trojan microparticles for targeted aerosol delivery to the lung*, European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics, t. 86, nr. 1, s. 98–104, 2014.

[178] Tower, B., *First Report on Friction Experiments*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, t. 34, nr. 1, s. 632–659, 1883.

[179] Tower, B., *Research Committee on Friction: Second Report on Friction Experiments*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, t. 36, nr. 1, s. 58–70, 1885.

[180] Tsai, T.-H., Kuo, L.-S., Chen, P.-H., Lee, D., Yang, C.-T., *Applications of Ferro-Nanofluid on a Micro-Transformer*, Sensors(Basel), t. 10, nr. 9, s. 8161–8172, 2010.

[181] Tzeng, S. T., Saibel, E., *Surface Roughness Effect on Slider Bearing Lubrication*, A S L E Transactions, t. 10, nr. 3, s. 334–348, 1967.

[182] Usov, P., *EHD Effects in Lubricated Journal Bearing*, Lubricants, t. 6, nr. 1, s. 12, 2018.

[183] Viallet, M., Baraffe, I., R.Walder, *Comparison of different nonlinear solvers for 2D time-implicit stellar hydrodynamics*, Astronomy & Astrophysics, t. 555, A81, 2013.

[184] Wahajuddin, Arora, S., *Superparamagnetic iron oxide nanoparticles: magnetic nanoplatforms as drug carriers*, International Journal of Nanomedicine, t. 7, s. 3445–3471, 2012.

[185] Walicka, A., *Inertia Effect on the Flow of a Micropolar Fluid in a Slot Between Rotating Surfaces of Revolution*, International Journal of Applied Mechanics and Engineering, t. 6, nr. 3, s. 731–790, 2001.

[186] Walicka, A., Walicki, E., Jurczak, P., Falicki, J., *Influence of wall porosity and surfaces roughness on the steady performance of an externally pressurized hydrostatic conical bearing lubricated by a Rabinowitsch fluid*, International Journal of Applied Mechanics and Engineering, t. 22, nr. 3, s. 717–737, 2017.

[187] Walicka, A., *Rheology of Fluids in Mechanical Engineering.* Zielona Góra: Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, 2017.

[188] Wang, M., Bertsekas, D. P., *On the Convergence of Simulation-Based Iterative Methods forSingular Linear Systems.* Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, Report LIDS-P-2879, 2012.

[189] Wang, X.-L., Zhu, K.-Q., *Numerical analysis of journal bearings lubricated with micropolar fluids including thermal and cavitating effects*, Tribology International, t. 39, nr. 3, s. 227–237, 2006.

[190] Waziri, M., W.J. Leong, M. H., Monsi, M., *Jacobian Computation-free Newton's Method for Systems of Nonlinear Equations*, Journal of Numerical Mathematics and Stochastics, t. 2(1), s. 54–63, 2010.

[191] Wierzcholski, K., Miszczak, A., *Równania hydrodynamicznej teorii smarowania cieczą o cechach modelu Rivlina Ericksena*, agadnienia Eksploatacji Maszyn, t. 71, nr. 3(106), s. 7–18, 1996.

[192] Wierzcholski, K., Miszczak, A., *Pressure distributions for turbulent lubrication in journal bearing gap*, Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, t. 37, nr. 3(131), s. 191–200, 2002.

[193] Wierzcholski, K., Miszczak, A., *Solutions for turbulent lubrications in journal slide bearing gap*, Conference Proceedings of 6th International Symposium Insycont 02. New Achievements in Tribology, s. 221–230, 2002.

[194] Wierzcholski, K., Miszczak, A., *The theory of turbulent lubrication with ferroil in variable magnetic field*, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej, t. 18, s. 445–450, 2002.

[195] Wierzcholski, K., Miszczak, A., Kosowski, K., *Intelligent microbearings project with memory of stress-strain history*, Journal of KONES, t. 15, nr. 4, s. 583–589, 2008.

[196] Wierzcholski, K., Wissussek, D., *Presentation of Some Simplifications for hydrodynamic flow of Rivlin Ericksen Lubricant*, Tribologia, t. 6, nr. 144, s. 653–663, 1995.

[197] Wierzcholski, K., Wissussek, D., *The Rivlin Ericksen Lubricant Flow in Journal Bearing Gap*, System Modelling Control 8, t. 2, s. 388–393, 1995.

[198] Wierzcholski, K., Wissussek, D., Miszczak, A., *Estimation of Equations for Hydrodynamic Flow of Rivlin Ericksen Fluid in the Thin Gap*, System Modelling Control 8, t. 2, s. 394–399, 1995.

[199] Wierzcholski, K., Wissussek, D., Miszczak, A., *Calculations of operating parameters for short journal bearings and Rivlin Ericksen oils*, Tribologia, t. 1, nr. 151, s. 41–57, 1997.

[200] Wierzcholski, K., *3d Hydrodynamic Pressure in Gap Height Direction for Cylindrical Bearing Viscoelastic Lubrication*, Journal of KONES. Powertrain and Transport, t. 10, nr. 1, s. 367–374, 2013.

[201] Wierzcholski, K., Miszczak, A., *Mathematical principles and methods of biological surface lubrication with phospholipids bilayers*, Biosystems, t. 178, s. 32–40, 2019.

[202] Yang, V., Anderson, W., red., *Liquid Rocket Engine Combustion Instability.* Washington, D. C., USA: American Institute of Aeronautics i Astronautics, Inc., 1995, t. 169.

[203] Zhang, C., Yi, Z., Zhang, Z., *THD Analysis of High Speed Heavily Loaded Journal Bearings Including Thermal Deformation, Mass Conserving Cavitation, and Turbulent Effects*, Journal of Tribology, t. 122, nr. 3, s. 597–602, 2000.

[204] Zia, T., Qasim, S. A., Azim, R. A., *Modeling the Viscoelastic Effects in the Hydrodynamic Lubrication of Journal Bearing in a High-Torque Low Speed Diesel Engine*, ASME Proceedings. 29th Symposium on Fluid Machinery, t. 1A, 9 pages, 2017.

Strony internetowe:

[U1] (2018), adr.: https://ferrofluid.ferrotec.com.

[U2] Andi. (2018). Why do Speakers use Ferro-fluids, adr.: https://www.westfloridacomponents.com/blog/why-do-speakers-use-ferro-fluids.

[U3] ANSYS, I. (2009). ANSYS FLUENT 12.0/12.1 Documentation, adr.: http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/ug/node297.htm#eq-newton-cross.

[U4] Geiger, K. (2017). Spiky ferrofluid thrusters can move satellites, adr.: https://phys.org/news/2017-07-spiky-ferrofluid-thrusters-satellites.html.

[U5] (2018). Magnetic Fluids Deliver Better Speaker Sound Quality, adr.: https://spinoff.nasa.gov/Spinoff2015/cg_2.html.

[U6] Ochoński, W. (2005). Magnetic fluids tackle tough sealing jobs, adr.: http://www.machinedesign.com/archive/magnetic-fluids-tackle-tough-sealing-jobs.