

Uniwersytet Morski w Gdyni
Wydział Nawigacyjny

Rozprawa doktorska

**Model decyzyjny rozmieszczenia środków
do zwalczania rozlewów olejowych
ze statków morskich**

Jolanta Mazurek

Promotor rozprawy:
dr hab. Leszek Smolarek, prof. UMG

Promotor pomocniczy rozprawy:
dr Sambor Guze

Gdynia 2019

Spis treści

1	Wprowadzenie	3
1.1	Geneza problemu i przegląd literatury	4
1.2	Cel i hipoteza pracy	9
1.3	Modele i metody badawcze	10
2	Analiza czasu działań ratowniczych	13
2.1	Czas przygotowania działań ratowniczych	16
2.2	Moment rozpoczęcia akcji ratowniczej	20
2.3	Czas działań ratowniczych	21
2.4	Szacowanie czasu działań ratowniczych	22
3	Metody i narzędzia modelowania rozlewu olejowego i strategii roz- mieszczenia środków	25
3.1	Opis i założenia modeli rozlewu olejowego	27
3.2	Model kartezjański	29
3.3	Model trójkątny	41
3.4	Model mocny	51
4	Modele przemieszczania plamy olejowej	61
4.1	Błądzenie losowe w modelach przemieszczania	62
4.2	Model przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego	63
4.3	Model przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego i prą- du wiatrowego	65
5	Model symulacyjny - analiza uzyskanych wyników	68
5.1	Struktura programu	69
5.2	Konfiguracja programu	70
5.3	Analiza porównawcza zmiennych decyzyjnych w modelu kartezjańskim	72
5.4	Analiza porównawcza zmiennych decyzyjnych w modelu trójkątnym .	77
5.5	Analiza porównawcza zmiennych decyzyjnych w modelu mocnym . .	82
6	Model decyzyjny	87
6.1	Analiza sytuacji decyzyjnej	88
6.2	Struktura modelu decyzyjnego	90
6.3	Analiza porównawcza modeli pod kątem decyzyjnym	93
6.4	Ocena wpływu zwiększenia liczby środków dla modelu kartezjańskiego	97

7	Zakończenie	102
A	Problem strażaka	104
B	Rozkład sumy zmiennych losowych	108
	Spis pojęć zdefiniowanych w pracy	111
	Spis rysunków	112
	Spis tabel	116
	Bibliografia	118

Rozdział 1

Wprowadzenie

Model decyzyjny jest narzędziem o dużym spektrum działania, szeroko wykorzystywanym w różnych dziedzinach naukowych do analizy zagadnień związanych z zarządzaniem. W rozprawie zaprezentowano narzędzie wspomagające proces podejmowania decyzji na poziomie taktycznym. Tematyka opracowanego modelu decyzyjnego skupia się na działaniach ratowniczych, które należy podjąć w sytuacji kryzysowej polegającej na powstaniu zagrożenia spowodowanego nagłym pojawieniem się na morzu rozlewu olejowego przybierającego rozmiar katastrofy ekologicznej. W pracy przeprowadzono analizę parametrów związanych z działaniami ratowniczymi i zbudowano modele matematyczne będące podstawą stworzonego modelu decyzyjnego.

Badane zjawisko potraktowano jako system, który funkcjonuje w środowisku i współdziała z innymi systemami. System ten obejmuje rozlew olejowy, który w wyniku wypadku pojawił się na akwenu wodnym oraz akcję ratowniczą, a w szczególności środki do otoczenia rozlewu, by zapobiec jego rozprzestrzenianiu na powierzchni wody. Do analizy procesów zachodzących w badanym systemie wykorzystano modele dynamiczne, które odwzorowują działanie systemu w czasie [33].

Orest S. Popov zdefiniował system jako "abstrakcyjny model obiektu, charakteryzujący się pewnym zbiorem wielkości wejściowych u i wyjściowych y , pomiędzy którymi istnieje określona zależność matematyczna, opisująca związki zbiorów wielkości U i Y " [71].

Badanie analizowanego systemu jest możliwe jedynie przez zastosowanie modeli odwzorowujących jego zachowanie. Czynniki ekologiczne i ekonomiczne uniemożliwiają przeprowadzanie badań różnych scenariuszy akcji ratowniczej w warunkach rzeczywistych. Eksperymenty pozwalają zgłębiać wiedzę i dostarczają nowych informacji. Niestety nie wszędzie się sprawdzają. Modelowanie pozwala przełać rzeczywistość na model i dzięki niemu badać dane zjawisko.

Przy modelowaniu systemów, będących w interakcji z otoczeniem, niezbędne jest wyodrębnienie analizowanego zjawiska z otaczającej go rzeczywistości, co narzuca podział elementów na elementy systemu oraz elementy otoczenia. Ze względu na kierunek prowadzonych badań następujące parametry: wielkość plamy olejowej w momencie przedostania się oleju do wody, wielkość plamy olejowej w momencie rozpoczęcia działań ratowniczych, ilość sił i środków do przeprowadzenia działań ratowniczych są elementami badanego systemu, warunki hydro-meteorologiczne pa-

nujące na akwenu oraz procesy fizyczne i chemiczne, które zachodzą po przedostaniu się oleju do morza, to zmienne wpływające na elementy systemu.

W pracy przedstawiono modele zastosowane do badania procesów zachodzących w analizowanym systemie dynamicznym. Zaproponowane metody pozwalają analizować przebieg akcji ratowniczej scharakteryzowanej ilościowo za pomocą wyodrębnionych parametrów (liczby zapór, czasu akcji ratowniczej, wielkości plamy olejowej).

Rozdział 2 zawiera analizę czasu działań ratowniczych i identyfikację parametrów istotnych z punktu widzenia prowadzonych badań. W rozdziale przedstawiono modele czasu działań ratowniczych, gdzie badano czas jako najistotniejszą zmienną modelu decyzyjnego.

Narzędzia i metody modelowania rozlewu olejowego i strategii rozmieszczenia środków zaprezentowano w rozdziale 3. Zdefiniowano algorytmy rozprzestrzeniania rozlewu oraz walki z rozlewem, czyli tej części działań ratowniczych, która polega na otoczeniu rozlewu zaporami, by zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu.

Model przemieszczenia plamy olejowej przedstawiono w rozdziale 4. W modelach uwzględniono wpływ prądów morskich i wiatrów na ruch plamy olejowej. Modele zostały zbudowane do szacowania odległości plamy olejowej od obszarów szczególnie wrażliwych, będącej zmienną modelu decyzyjnego.

Praca zawiera symulację komputerową wykorzystaną do wizualizacji analizowanych procesów - rozprzestrzeniania rozlewu oraz akcji ratowniczej. Program symulacyjny powstał na podstawie algorytmów zaprezentowanych w rozdziale 3. Wyniki uzyskane na drodze symulacji zostały wykorzystane do analizy sytuacji decyzyjnej. Rozdział 5 przedstawia informacje na temat struktury i konfiguracji programu oraz analizę uzyskanych wyników.

Model decyzyjny zaprezentowano w rozdziale 6. Model decyzyjny rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze statków morskich jest zbudowany na fundamentach modeli składowych. Stworzone modele wspierają proces decyzyjny pozwalając na budowę możliwych scenariuszy działania. Możliwość analizowania i porównywania wyników uzyskanych dla różnych scenariuszy prowadzi do zgłębiania wiedzy na temat badanego zjawiska i jest przydatna przy wyborze najlepszego rozwiązania. Celem analizy decyzyjnej jest wsparcie pracy decydenta w aspekcie efektywnego wykorzystania dostępnych zasobów ratownictwa (jednostek ratowniczych, zapór) oraz weryfikacji wystarczalności posiadanych zapór do przeprowadzenia akcji ratowniczej w przypadku dużego rozlewu olejowego.

Do pracy dołączono załącznik A *Problem strażaka*, opisujący zagadnienie będące inspiracją do wykorzystania krat przy modelowaniu oraz załącznik B *Rozkład zmiennych losowych* przedstawiający szczegółowy opis gęstości zmiennej losowej, użytej przy modelowaniu czasu przygotowania działań ratowniczych.

Zakończenie pracy zawiera podsumowanie przeprowadzonych badań. W zakończeniu ujęto również kierunek rozwoju dalszej pracy badawczej.

1.1 Geneza problemu i przegląd literatury

Rozlewy olejowe w ujęciu przyjętym w pracy są skutkiem katastrof morskich formułowanych jako zdarzenia powodujące zanieczyszczenia środowiska wynikające z uszkodzenia statku lub statków, bądź związane z eksplozją statku lub statków [40].

W rozdziale przedstawiono podstawowe informacje dotyczące:

- regulacji prawnych dotyczących ochrony środowiska w kontekście zapobiegania zanieczyszczaniu morza ropą naftową,
- bezpieczeństwa morskiego Morza Bałtyckiego,
- statystyk rozlewów olejowych z tankowców.

Zakres literatury analizowanej pod kątem podjętej pracy obejmuje modele decyzyjne, metody symulacyjne, metody stochastyczne, algorytmy grafowe oraz modelowanie procesów fizycznych i chemicznych towarzyszących rozlewom olejowym. Przedstawiono również informacje na temat zbiornikowców przewożących olej jako ładunek w odniesieniu do statków morskich powodujących rozlewy olejowe oraz ropy naftowej, jej właściwości fizycznych i chemicznych.

Wszelkie regulacje prawne dotyczące ochrony środowiska morskiego określają międzynarodowe konwencje. Konwencja MARPOL 73/78 [83], będąca umową międzynarodową, została przyjęta na Międzynarodowej Konferencji w sprawie zanieczyszczania mórz zorganizowanej przez Międzynarodową Organizację Morską. Międzynarodowa Organizacja Morska (IMO - International Maritime Organisation) to wyspecjalizowana organizacja systemu Narodów Zjednoczonych, która zajmuje się sprawami morskimi, w szczególności zapobieganiem zanieczyszczeniu środowiska morskiego przez statki i bezpieczeństwem na morzu. Konwencja MARPOL 73/78 to konwencja o zapobieganiu zanieczyszczaniu morza przez statki. Konwencja zawiera regulacje prawne w sprawie bezpieczeństwa zbiornikowców i zapobiegania zanieczyszczeniom. Załącznik I Konwencji, mówiący o ochronie przed zanieczyszczeniami ropą naftową i jej pochodnymi, zawiera szereg przepisów i wymagań dotyczących zapobiegania zanieczyszczeniom mórz powodowanym przez statki. Przepisy określają dozwolony sposób operacji ładunkowych, operacji paliwowych, wypompowywania wody zanieczyszczonej substancjami ropopochodnymi oraz nakładają obowiązek prowadzenia „Dziennika olejowego”. Zgodnie z Załącznikiem I, zbiornikowce muszą posiadać sprzęt niezbędny do przeprowadzenia akcji, by w ograniczonej skali móc przeciwdziałać zanieczyszczeniu morza w przypadku wypadku. Szczegółowe dane zawiera „Statkowy plan zapobiegania zanieczyszczeniom olejowym”.

Ochroną środowiska morskiego Morza Bałtyckiego zajmuje się Komisja Ochrony Środowiska Morskiego Bałtyku, znana również Komisją Helsińską lub HELCOM. Jest to organizacja składająca się z państw nadbałtyckich i Unii Europejskiej. W interesie członków komisji leży ochrona Morza Bałtyckiego przed zanieczyszczeniami oraz zapewnienie bezpiecznej żeglugi morskiej. Skutki zanieczyszczeń oraz ekologiczne zagrożenia wynikające z obecności ropy naftowej w morzu, na przykładzie Morza Bałtyckiego, przedstawiono w artykule [14].

W Polsce zadania związane z bezpieczeństwem morskim, między innymi w zakresie zwalczania zagrożeń i zanieczyszczeń na morzu należą do Morskiej Służby Poszukiwania i Ratownictwa, zwanej Służbą SAR. Jest to jednostka organizacyjna realizująca zadania przeciwdziałania oraz likwidacji zanieczyszczeń na morzu. W tematyce bezpieczeństwa morskiego warto wyróżnić modele związane z ryzykiem w transporcie morskim w aspekcie rozlewów olejowych powstałych w wyniku wypadków z udziałem tankowców [23, 67, 68].

Analizując literaturę pod kątem problemów związanych z zarządzaniem akcjami ratowniczymi obejmującymi zwalczanie rozlewów olejowych szczególną uwagę poświęcono pracom dotyczącym polskiej strefy Morza Bałtyckiego [48, 49]. Autorzy podjęli temat strategicznego rozmieszczenia statków ratowniczych w bazach ratownictwa morskiego. Stworzony model optymalnej alokacji statków wykorzystuje algorytmy ewolucyjne oraz metody optymalizacji. Opracowania dotyczą rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych, lecz w zupełnie innym kontekście niż w prezentowanej rozprawie. W pracy [48] stwierdzono również brak opracowań dotyczących weryfikacji rozmieszczenia sił i środków wzdłuż wybrzeży krajów nadbałtyckich.

Statystyki rozlewów olejowych z tankowców pochodzą z opracowania [84]. Rozlewy są zazwyczaj kategoryzowane według wielkości: małe rozlewy są mniejsze niż 7 ton, średnie mają rozmiar od 7 do 700 ton, duże rozlewy przekraczające 700 ton. W roku 2018 doszło do trzech dużych rozlewów: pierwszy z nich był wynikiem zderzenia tankowca z innym statkiem, drugi dotyczył tankowca, który zatonął, trzeci był skutkiem zderzenia dwóch tankowców. Całkowita objętość ropy, która przedostała się do środowiska w 2018 roku wyniosła około 116000 ton i stanowi największą liczbę odnotowaną w ciągu 24 lat. Wypadek tankowca SANCHI w 2018 był przyczyną rozlania 113000 ton ropy. Statystyki z ostatnich 49 lat dla rozlewów większych niż 7 ton pochodzących z tankowców wykazują wyraźną tendencję spadkową. Jednak pojedyncze duże zdarzenia silnie wpływają na objętość ropy przedostającą się do środowiska.

Zakres literatury analizowanej pod kątem podjętej pracy obejmuje metody symulacyjne oraz modele decyzyjne wykorzystywane w innych gałęziach transportu. Wśród metod symulacyjnych można wyróżnić metody użyte do badania systemu pod wpływem warunków ruchu lotniczego i warunków meteorologicznych [38], planowania przemieszania wagonów w ruchu kolejowym [41], zachowania pojazdów szynowych [9] oraz metody wykorzystywane w ruchu morskim [26]. Założenia oraz metody stosowane do tworzenia modeli decyzyjnych zawierają prace [24, 34, 37, 42, 50].

W pracy wykorzystano literaturę w zakresie teorii grafów, a w szczególności atykuły na temat „problemu strażaka” [12, 17, 19, 32, 51, 54, 63, 64, 65, 66, 78] oraz prace zawierające metody modelowania stochastycznego [70, 74], wśród nich metody probabilistyczne wykorzystywane w transporcie morskim [27].

Rozlewy olejowe, znane w literaturze pod pojęciem „oil spill”, to temat podejmowany przez wielu naukowców. Modelowanie rozlewów olejowych, a w szczególności procesów zachodzących po powstaniu rozlewu olejowego, jest przedmiotem wielu badań. Wśród nich warto wyróżnić prace zawierające przegląd istniejących modeli takie jak artykuły [1, 3, 13, 73, 77]. W literaturze przedmiotu procesy zachodzące podczas rozlewu olejowego znane są pod pojęciem „oil weathering processes” [1, 43, 81]. Termin ten oznacza kombinację fizycznych, chemicznych i biologicznych procesów zachodzących w czasie, w przypadku wystąpienia rozlewu olejowego, takich jak: rozprzestrzenianie, odparowywanie, rozpuszczanie, dyspersja, utlenianie, emulsyfikacja, sedymentacja, degradacja mikrobiologiczna. Istnieją różnorodne modele opisujące procesy zachodzące podczas powstania rozlewu olejowego na morzu [1, 2, 3, 10, 11, 22, 35, 75]. Wśród nich można wyróżnić trójwymiarowy model numeryczny dotyczący dyspersji [2]. Procesy odparowywania i rozpuszczania zostały

podjęte przez autora artykułu [75], proces dyspersji omówiono w pracach [11, 35]. Znajomość procesów zachodzących podczas połączenia oleju z wodą jest istotna ze względu na organizację planów awaryjnych w wielu lokalizacjach [21].

Analizując literaturę szczególną uwagę poświęcono modelowaniu rozprzestrzeniania plamy na powierzchni akwenu ze względu na istotę parametru wielkości plamy olejowej w prowadzonych badaniach. Pierwsza matematyczna interpretacja rozprzestrzeniania plamy olejowej została przedstawiona w roku 1964 na Międzynarodowej Konferencji Portowej w Antwerpii. Formuła Blokera zakłada rozprzestrzenianie oleju w polu kołowym. Wzór, uzyskany na podstawie badań empirycznych, ma następującą postać [5]:

$$D^3 - D_0^3 = \frac{24K}{\pi} (d_w - d_o) \frac{d_o}{d_w} V_o t \quad (1.1)$$

gdzie

D_0 - średnica plamy olejowej w momencie $t = 0$,

D - średnica plamy olejowej po czasie t ,

d_w - ciężar właściwy wody,

d_o - ciężar właściwy oleju,

V_o - objętość rozlanego oleju,

t - czas,

K - stała Blokera.

Stała Blokera zależy od kraju wydobycia (Irak - 975, Iran - 750, Kuwejt - 1480, Libia - 1085, Wenezuela - 1340)[25]. Badania wykazały, że wzór jest słuszny w pierwszej fazie, w której olej rozprzestrzenia się mniej więcej równomiernie we wszystkich kierunkach [4].

Drugi model empiryczny, to model z roku 1969 [15, 16]. Model ten zasługuje na szczególną uwagę, ponieważ jest nadal wykorzystywany w wielu algorytmach rozprzestrzeniania. Podobnie jak w formule Blokera początkowa i końcowa postać plamy jest okrągła. W modelu wprowadzono trzy główne stany opisane następującymi wzorami:

1. bezwładność - grawitacja:

$$R_{IG} = K_{IG} (\Delta g V t^2)^{\frac{1}{4}} \quad (1.2)$$

2. grawitacja - lepkość:

$$R_{GV} = K_{GV} (\Delta g V_{oil}^2 t^{\frac{3}{2}} \nu^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{6}} \quad (1.3)$$

3. lepkość - napięcie powierzchniowe:

$$R_{VST} = K_{VST} (\sigma^2 t^3 \rho_w^{-2} \nu^{-1})^{\frac{1}{4}} \quad (1.4)$$

gdzie

R_i - promień plamy w każdym ze stanów,

K_i - współczynnik plamy dla każdego ze stanów,

$\Delta g = 1 - \frac{\rho_o}{\rho_w}$,

ρ_o - gęstość oleju,
 ρ_w - gęstość wody,
 V_{oil} - objętość rozlanego oleju,
 ν - lepkość oleju,
 σ - międzyfazowe napięcie pomiędzy olejem i wodą,
 t - czas.

Kolejne badania, dotyczące rozprzestrzeniania plamy olejowej oraz szacowania jej wielkości, przedstawiają artykuły [45, 46, 52, 53, 69]. Część z nich odwołuje się do wcześniejszych modeli empirycznych i wzorów 1.1 - 1.4 przedstawionych w pracach [5, 15, 16].

Wśród wielu prac dotyczących rozprzestrzeniania warto wyróżnić najnowsze badania, gdzie do modelowania rozprzestrzeniającej się plamy olejowej wykorzystano diagramy Woronoja oraz błędzenie losowe. Powierzchnia plamy olejowej reprezentowana przez diagram aktualizuje się w każdym kroku czasu pod wpływem procesu rozprzestrzeniania reprezentowanego za pomocą błędzenia losowego [73].

Proces rozprzestrzeniania jest również przedmiotem badań eksperymentalnych, w których wykorzystuje się różne rodzaje ropy. Wyniki eksperymentalne porównuje się z wynikami symulacyjnymi z równań modeli. W pracy [22] eksperymenty przeprowadzone dla różnych rodzajów ropy naftowej wykazały, że lekka ropa posiada najwyższy wskaźnik rozprzestrzeniania, a ciężka ropa najniższy wskaźnik rozprzestrzeniania.

Analiza istniejących modeli matematycznych związanych z rozlewami olejowymi potwierdza brak istnienia modeli uwzględniających wzajemne oddziaływanie rozlewu olejowego oraz działań ratowniczych mających na celu ograniczenie rozlewu, co podkreśla autor artykułu [3].

Rozlewy olejowe będące przedmiotem pracy to rozlewy pochodzące ze zbiornikowców przewożących ropę naftową jako ładunek. Rozlewy olejowe ze statków morskich mogą pochodzić również ze zbiorników paliwowych, jakie posiada każdy statek - nie są one jednak przedmiotem podjętych badań. Zbiornikowce (tankowce) to statki służące do przewozu ładunków w stanie płynnym. Ze względu na rodzaj przewożonego ładunku wśród zbiornikowców można wyróżnić zbiornikowce olejowe do przewozu ropy i produktów ropopochodnych, gazowce do przewozu gazów oraz chemikaliowce do przewozu chemikaliów. Dana klasyfikacja jest zgodna z Konwencją MARPOL 73/78 [83]. W Załączniku II Konwencji zdefiniowano, że zbiornikowiec olejowy to każdy statek przewożący olej luzem, w formie ładunku lub części ładunku. Zbiornikowce wyróżniają się wśród jednostek pływających po morzach i oceanach. Ich cechą charakterystyczną są duże rozmiary oraz wyposażenie w postaci rurociągów i pomp ładunkowych. Cechą konstrukcyjną, istotną z punktu widzenia ochrony środowiska oraz wytrzymałości, jest podwójny kadłub. W pracy [25] przedstawiono szczegółowe zestawienie głównych cech konstrukcyjnych zbiornikowców.

Zgodnie z konwencją [83] olej oznacza ropę naftową oraz produkty rafineryjne nie mające charakteru produktów chemicznych, szlasy, paliwa ciężkie, odpady rafineryjne. Ropa naftowa to oleista ciecz barwy brunatnej. Kolor ropy może być również żółto-brunatny, zielony, czarny a nawet bezbarwny. Stanowi naturalną mieszaninę węglowodorów. Ilość węglowodorów wynosi od 90% do 95% i jest funkcją tempe-

ratury wrzenia. Zawartość węglowodorów zależy od rejonu pochodzenia ropy i jest bardzo różna. W skład ropy wchodzi węglowodory parafinowe, naftenowe, aromatyczne. Procentowa ilość danych węglowodorów danej grupy jest związana z właściwościami ropy naftowej. Ropa naftowa jest mieszaniną składającą się z około 3000 związków chemicznych takich jak węgiel, wodór oraz nieznaczące ilości tlenu, azotu, siarki i związków metali. Istnieją różne sposoby klasyfikacji ropy. Można wyróżnić ropę parafinową, asfaltową i mieszaną. Podział ten, oparty na zawartości parafiny i asfaltu, jest najbardziej powszechny. Podział na ropę niskosiarkową i ropę wysokosiarkową zależy od zawartości siarki, a podział na ropę bezparafinową, parafinową, naftenową i aromatyczną ze względu na dominujący węglowódor. Dane dotyczące klasyfikacji ropy pochodzą z pracy [79]. Fizyczne i chemiczne właściwości ropy takie jak: gęstość, ciężar właściwy, lepkość, lotność są istotne z punktu widzenia transportu morskiego, ponieważ mają wpływ na warunki i bezpieczeństwo przewozu. Ciężar właściwy względny oraz gęstość względna to wielkości wskazujące udział poszczególnych grup węglowodorów, a tym samym rejon pochodzenia. Znajomość gęstości, objętości i temperatury ropy pozwalają na kontrolę ilości ładunku. Lepkość jest wielkością fizyczną zależną od temperatury. Wraz ze wzrostem temperatury maleje lepkość ropy. Ze względu na lepkość ropę dzielimy na lekką, średnią i ciężką. Lepkość ma również wpływ na lotność czyli zdolność do parowania.

1.2 Cel i hipoteza pracy

Modele opisujące to samo zjawisko mogą być zupełnie różne. Jednym z podstawowych wytycznych przy budowie modeli systemów technicznych jest cel modelowania. Dlatego tak istotnym elementem tworzenia modeli matematycznych jest określenie ich konkretnego celu. Modele zaprezentowane w pracy zbudowano, by przeprowadzić analizę parametrów akcji ratowniczej i na ich podstawie wykonać analizę decyzyjną.

Głównym celem rozprawy jest stworzenie modelu wspomagania decyzji rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze statków morskich, który umożliwi podejmowanie działań taktycznych związanych z poprawą bezpieczeństwa ekologicznego. Cele cząstkowe zrealizowane dla osiągnięcia głównego celu rozprawy obejmują opracowanie następujących modeli:

- modele rozlewu olejowego i strategii rozmieszczenia środków, opisujące zdarzenie, w którym doszło do wycieku oleju oraz akcję otoczenia rozlewu zaporami,
- modele czasu zbudowane do analizy czasu przygotowania i przeprowadzania akcji otoczenia rozlewu olejowego,
- modele przemieszczania plamy olejowej,
- model symulacyjny obrazujący przebieg analizowanego zdarzenia,
- model decyzyjny rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych wspomagający proces podejmowania decyzji na poziomie taktycznym.

Rozprawa ma dostarczyć odpowiedzi na pytanie:

Jak określić właściwe, w sensie miejsca i zasobów, rozmieszczenie środków do zwalczania rozlewów olejowych przy uwzględnieniu założenia o współpracy państw nadbaltyckich?

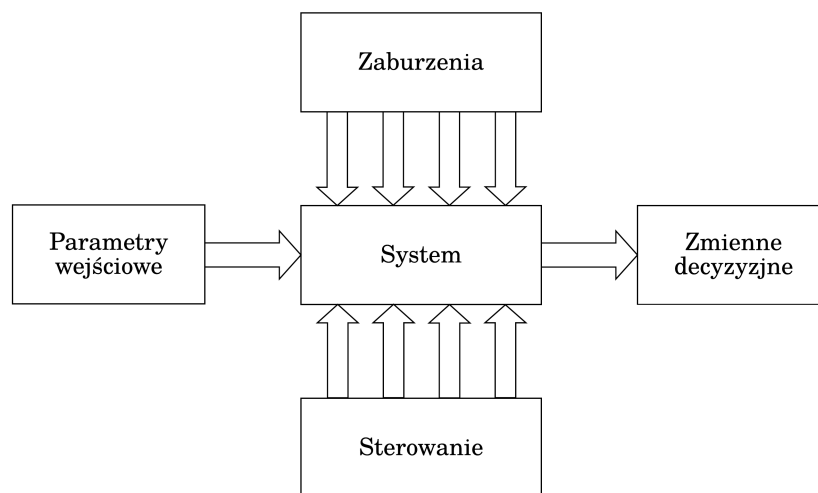
W oparciu o cel pracy oraz pytanie postawione w pracy sformułowano hipotezę badawczą rozprawy:

Opracowywany model decyzyjny pozwoli na właściwe, ze względu na bezpieczeństwo ekologiczne, rozmieszczenie środków do zwalczania rozlewów olejowych.

1.3 Modele i metody badawcze

Zakres prac przeprowadzonych w ramach prezentowanej rozprawy doktorskiej obejmuje budowę modeli, na podstawie których powstał model decyzyjny rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze statków morskich.

System będący obiektem badań obejmuje akcję ratowniczą polegającą na otoczeniu rozlewu, który w wyniku wypadku pojawił się na akwenu wodnym. Ogólny schemat modelowanego systemu przedstawia rysunek 1.1. Parametry wejściowe są



Rysunek 1.1: Ogólny schemat modelowanego systemu

Źródło: opracowanie własne na podstawie [29]

to parametry wprowadzane do modelu. Na działanie systemu i wielkości wejściowe wpływają zaburzenia i sterowanie. Zaburzenia, zwane też zakłóceniami, to niekontrolowane wpływ otoczenia na modelowany obiekt; mogą również wynikać z zastosowanych uproszczeń lub niepełnej wiedzy o modelowanym obiekcie. Zaburzenia mają charakter losowy. Sterowanie to możliwość manipulowania systemem oraz wybór elementów wpływających na działanie systemu. Parametry wyjściowe są to parametry będące efektem modelowania. Ze względu na cel modelowania parametry wyjściowe

ujęto jako zmienne decyzyjne. Ich wielkość wpływa na ocenę akcji ratowniczej, czyli na ocenę rozmieszczenia środków.

Identyfikacja analizowanego zdarzenia i przeprowadzanej akcji ratowniczej pozwoliła wyodrębnić parametry modelowanego systemu. Wielkości wejściowe systemu to:

- ilość oleju, która wyciekła w wyniku wypadku,
- wielkość plamy olejowej w momencie rozpoczęcia akcji ratowniczej,
- lokalizacja rozlewu,
- moment rozpoczęcia akcji ratowniczej,
- liczba sił i środków dostępnych do przeprowadzenia akcji ratowniczej.

Wielkości wyjściowe systemu, mierzone w momencie zakończenia akcji ratowniczej:

- końcowa wielkość plamy olejowej,
- czas trwania akcji ratowniczej,
- liczba środków użytych do przeprowadzenia akcji ratowniczej,
- odległość plamy olejowej od linii brzegowej i obszarów szczególnie wrażliwych.

Modele matematyczne to narzędzia przekształcające elementy wejściowe systemu w elementy wyjściowe systemu. Wyznaczenie zależności i zmian zachodzących w analizowanym obiekcie pozwala ocenić sposób i efektywność rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych.

W pracy przedstawiono opis matematyczny, stworzony niezależnie od złożoności zjawisk fizyko-chemicznych zachodzących w analizowanym systemie, który koncentruje się na zdefiniowaniu przekształceń odwzorowujących wzajemne oddziaływanie rozlewu olejowego oraz akcji ratowniczej. W pracy [33] autorka zaznacza ważność uwzględnienia jedynie istotnych elementów modelu ze względu na kierunek prowadzonych badań. Modele uwzględniające zbyt wiele szczegółów są nadmiarowe i rozbudowane do tego stopnia, że wyznaczenie pożądaných efektów staje się czasochłonne, a czasami wręcz niemożliwe.

Założeniem budowanego modelu było odzwierciedlenie procesów zachodzących w analizowanym systemie. Model jest dynamiczny i odwzorowuje działanie systemu w czasie. W teorii systemów, zgodnie z definicjami wprowadzonymi w [71], system nazywamy ciągłym, jeżeli rozpatrywany zbiór wartości argumentu, jakim jest czas, w sposób ciągły zawiera się w zbiorze argumentów:

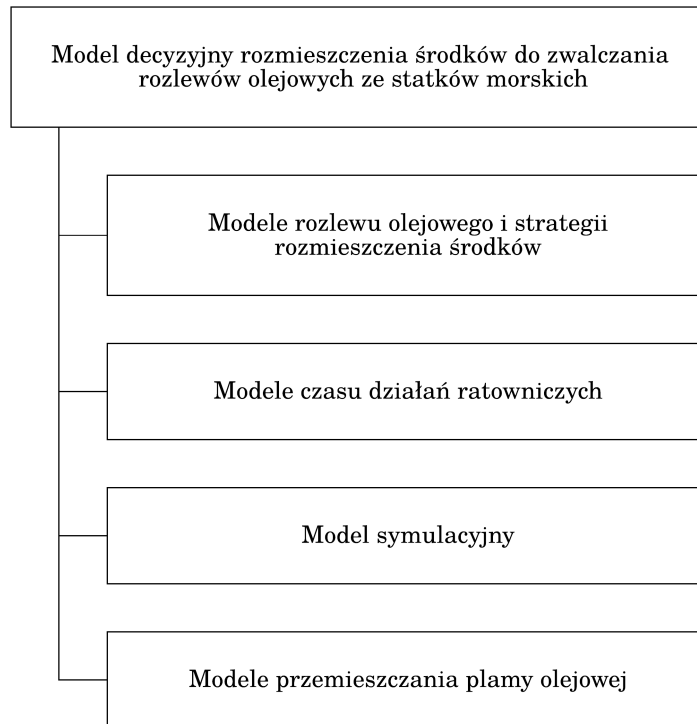
$$t \in [T_0, T]$$

System nazywamy dyskretnym, jeżeli zbiór wartości t jest dyskretny:

$$t = \{t_0, t_1, t_2, \dots\}$$

System będący przedmiotem badań jest systemem ciągłym. Na potrzeby modeli i metod zastosowanych w pracy system został przekształcony na system dyskretny.

W tym celu wprowadzono umowną jednostkę czasu zdefiniowaną jako cykl. Proces rozprzestrzeniania plamy rozlewu oraz akcji ratowniczej przebiega w czasie mierzonym za pomocą cykli. Zdefiniowanie czasu za pomocą cykli pozwoliło zdefiniować prawa i reguły wzajemnego oddziaływania rozlewu i akcji ratowniczej oraz transformować wielkości występujące w systemie na parametry mierzalne.



Rysunek 1.2: Składowe modelu decyzyjnego

Źródło: opracowanie własne

Takie zdefiniowanie systemu pozwoliło opracować modele składowe modelu decyzyjnego, przedstawione na rysunku 1.2. Modele rozlewu olejowego i strategii rozmieszczenia środków zostały zbudowane w oparciu o metody teorii grafów, a w szczególności algorytmy na grafach kratowych oraz układy dynamiczne. Do pracy nad modelami czasu działań ratowniczych wykorzystano metody modelowania stochastycznego oraz wielowymiarowa analiza statystyczna. W modelach przemieszczania plamy olejowej wykorzystano procesy losowe takie jak błądzenie losowe. Ponadto zastosowano symulację komputerową oraz przeprowadzono analizę literatury. W pracy zaprezentowano metodologię modelowania rozlewu olejowego i rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze statków morskich oraz przeprowadzono identyfikację parametrów działań ratowniczych. Zaproponowane metody i narzędzia stworzyły bazę wykorzystaną do zbudowania modelu na potrzeby analizy decyzyjnej.

Rozdział 2

Analiza czasu działań ratowniczych

W rozdziale pierwszym przedstawiono modele czasu działań ratowniczych, zbudowane w oparciu o teorię modelowania stochastycznego. W modelach do opisu czasu działań ratowniczych wykorzystano metody probabilistyczne. Opisanie czasu działań ratowniczych za pomocą zmiennych losowych pozwala uwzględnić losowy charakter badanych parametrów. Model decyzyjny, będący głównym tematem pracy, opisuje działanie analizowanego systemu w warunkach niepewnej i niepełnej informacji. Ze względu na wiele niewiadomych związanych z parametrem czasu w modelu zastosowano podejście losowe. Do analizy procesów zachodzących w badanym systemie wprowadzono jednostkę czasu zwaną cyklem zależną od zmian stanów systemu.

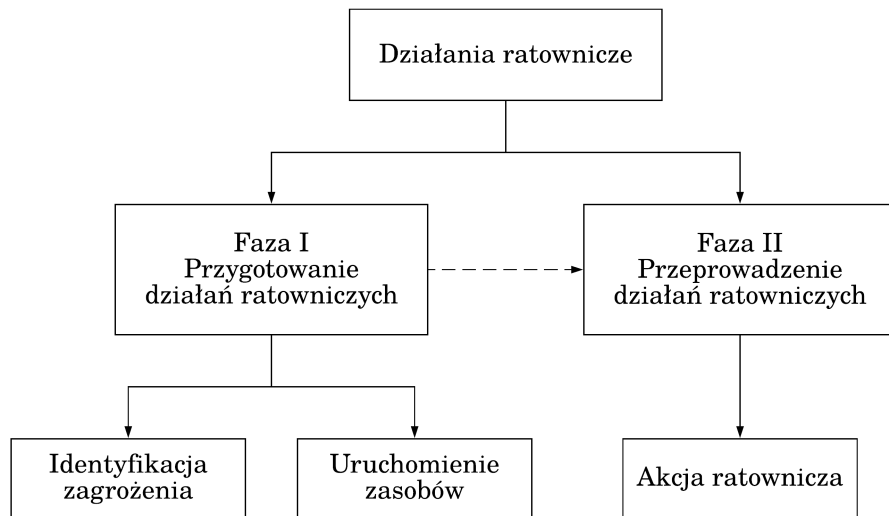
W modelu podjęte działania ratownicze podzielono na dwa podstawowe etapy nazywane fazami, gdzie faza pierwsza to przygotowanie działań ratowniczych, a faza druga to przeprowadzenie działań ratowniczych. Podział działań ratowniczych i jego podstawowe składowe prezentuje rysunek 2.1.

Faza pierwsza trwa od momentu pojawiania się rozlewu olejowego do momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej. Przygotowanie działań ratowniczych obejmuje działania związane z zebraniem wszelkich informacji niezbędnych do przeprowadzenia akcji ratowniczej, czyli identyfikację zagrożenia, a następnie zgromadzenie i uruchomienie zasobów niezbędnych do wykonania akcji ratowniczej. Czynności związane z identyfikacją zagrożenia obejmują:

- identyfikację źródła informacji o zdarzeniu,
- ocenę wiarygodności informacji,
- określenie rozmiaru i skali zagrożenia.

Czynności związane z zebraniem i uruchomieniem zasobów niezbędnych do przeprowadzenia działań ratowniczych obejmują:

- określenie potrzebnych sił i środków ratownictwa oraz ich aktywację,
- dotarcie do miejsca zdarzenia.



Rysunek 2.1: Działania ratownicze

Źródło: opracowanie własne

Faza druga zawiera działania ratownicze przeprowadzane na miejscu zdarzenia, w szczególności akcję ratowniczą. W modelu akcja ratownicza polega na otoczeniu plamy olejowej ciągiem barier, czyli rozmieszczeniu środków zabezpieczających plamę, w taki sposób, by zapobiec przed jej dalszym rozprzestrzenianiem. Akcja ratownicza zdefiniowana na potrzeby pracy oznacza walkę z rozlewem olejowym.

Parametr czasu, będący bazową zmienną modelu decyzyjnego, wymaga określenia modeli składowych czasu przedstawionych na rysunku 2.2. Analiza i modelowanie składowych czasu, przeprowadzona w warunkach niepewnej i niepełnej informacji, wymaga wykorzystania podejścia losowego poprzez zastosowanie modeli probabilistycznych (zmiennie losowe) i modeli stochastycznych (procesy losowe).

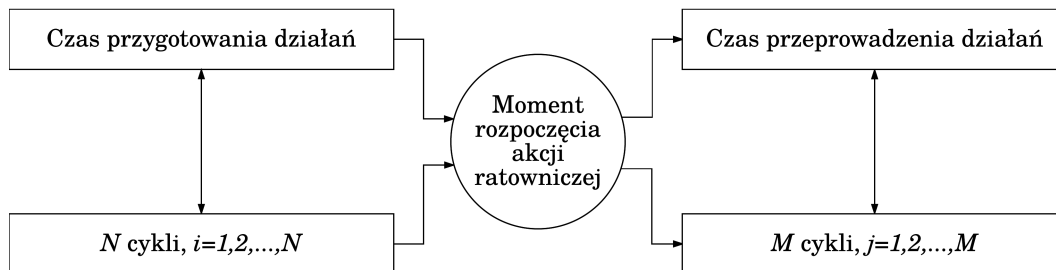
W rozdziale omówiono czasy składające się na działania ratownicze:

- czas przygotowania działań ratowniczych,
- moment rozpoczęcia akcji ratowniczej,
- czas przeprowadzenia działań ratowniczych - czas akcji ratowniczej.

Przy modelowaniu zastosowano dyskretyzację czasu. Zakładając mierzenie czasu za pomocą cykli fazę pierwszą i fazę drugą działań ratowniczych zdefiniowano w następujący sposób:

- *czas przygotowania działań ratowniczych* jest to czas od pojawiania się rozlewu olejowego do rozpoczęcia akcji otoczenia rozlewu zaporami, cykle $i = 1, 2, \dots, N$,
- *czas przeprowadzenia działań ratowniczych* jest to czas akcji ratowniczej, otoczenia rozlewu zaporami, od momentu postawienia pierwszej zapory do mo-

mentu postawienia ostatniej zapory, czyli okrażenia rozlewu, by zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu, cykle $j = 1, 2, \dots, M$.



Rysunek 2.2: Czas w modelu

Źródło: opracowanie własne

Moment rozpoczęcia akcji ratowniczej jest punktem zwrotnym podjętych działań ratowniczych, będącym przejściem z etapu przygotowania działań ratowniczych do etapu przeprowadzenia działań ratowniczych, co przedstawia rysunek 2.2. Do opisu wyszczególnionych czasów, analizowanych w modelu czasu działań ratowniczych, przyjęto następujące oznaczenia:

- T czas działań ratowniczych,
- T_p czas przygotowania działań ratowniczych,
- T_a czas przeprowadzenia działań ratowniczych - czas akcji ratowniczej.

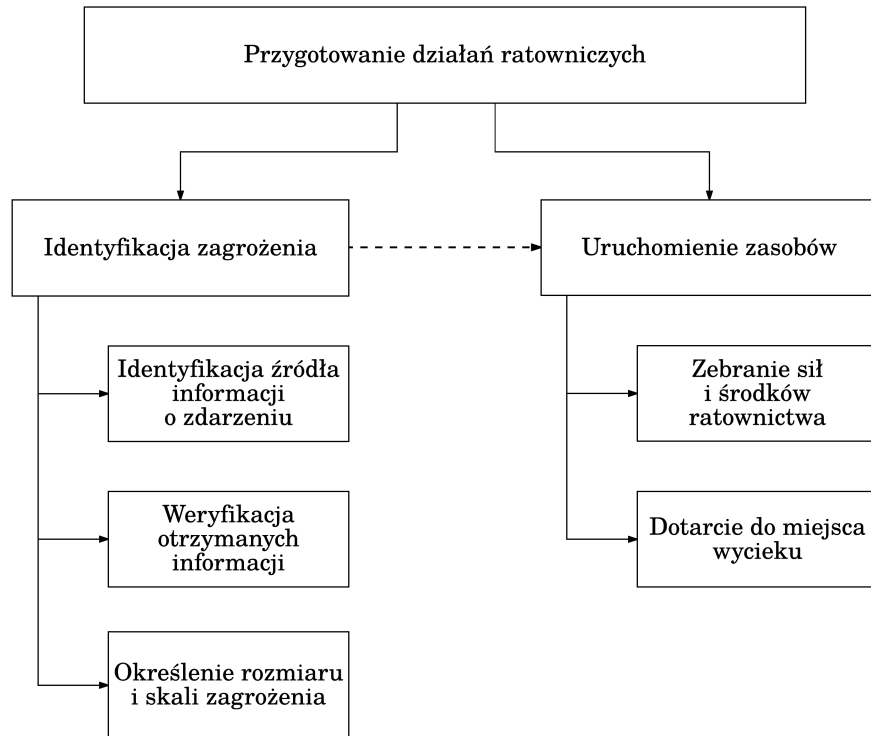
Do opisu czasów wyrażonych za pomocą cykli przyjęto następujące oznaczenia:

- T^c liczba cykli obejmująca działania ratownicze,
- T_p^c liczba cykli obejmująca przygotowanie działań ratowniczych,
- T_a^c liczba cykli obejmująca przeprowadzenie działań ratowniczych - akcję ratowniczą.

Czas działań ratowniczych ma kluczowe znaczenie w walce z potencjalną katastrofą ekologiczną w postaci rozlewu olejowego. Parametr czasu jest więc jednym z najistotniejszych elementów wpływających na ocenę podjętych działań ratowniczych. Wskaźnik ten znacząco wpływa na pozostałe zmienne modelu decyzyjnego. Czas działań ratowniczych wpływa na wielkość obszaru rozlanej substancji. Dłuższe przygotowanie akcji ratowniczej wiąże się z dłuższym rozlewaniem plamy oleju, a zatem ze zwiększeniem rozmiarów szkody w środowisku. Wymiar katastrofy i powierzchnia rozlanej substancji wiążą się również z wielkością sił i środków niezbędnych do przeprowadzenia działań ratowniczych. Czas odgrywa istotną rolę w podjętych działaniach ratowniczych. Sprawnie przeprowadzone działania ratownicze pozwalają zapobiegać szkodom w środowisku lub zmniejszać ich rozmiary. Jakość działań ratowniczych odgrywa szczególnie znaczenie w walce z zagrożeniami, których nie można przewidzieć.

2.1 Czas przygotowania działań ratowniczych

Czas przygotowania działań ratowniczych jest zdefiniowany jako czas, który upłynie od momentu pojawienia się wycieku olejowego do momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej.



Rysunek 2.3: Parametry wpływające na czas przygotowania działań ratowniczych

Źródło: opracowanie własne

Ze względu na niepewną i niepełną informację o czasie jaki upłynie od chwili pojawienia się rozlewu do momentu rozpoczęcia akcji, czas przygotowania działań ratowniczych, oznaczony symbolem T_p , jest modelowany jako losowy. Ze względu na różnorodność i charakter parametrów wpływających na czas przygotowania działań ratowniczych zmienna losowa T_p jest opisana przez sumę dwóch zmiennych losowych. Pierwsza z nich, oznaczona symbolem T_i , przedstawia czas, który zależy od parametrów związanych z identyfikacją zagrożenia. Druga zmienna, oznaczona symbolem T_z , opisuje czas związany z zebraniem zasobów niezbędnych do przeprowadzenia działań ratowniczych oraz dotarciem do miejsca zdarzenia. Zgodnie z wprowadzonymi oznaczeniami zmienną losową opisującą czas przygotowania działań ratowniczych T_p definiuje wzór:

$$T_p = T_i + T_z \quad (2.1)$$

Zmienna losowa T_i opisuje czas identyfikacji zagrożenia. Rysunek 2.3 przedstawia podstawowe składowe identyfikacji zagrożenia. Najważniejsza z nich to informacja

o wycieku oleju. W przypadku wystąpienia sytuacji zagrożenia lub wypadku do obowiązków kapitana statku oraz innych członków załogi należy zawiadomienie służb ratowniczych, takich jak stacje kontroli portu lub Morska Służba Poszukiwania i Ratownictwa. W szczególnych sytuacjach zagrożenie zostaje wykryte przez jednostki takie jak Morskie Oddziały Straży Granicznej. Dzieje się tak kiedy wiadomość o awarii i niebezpieczeństwie nie zostanie zgłoszona w odpowiednim czasie. Ze względu na losowy charakter czasu identyfikacji zagrożenia o rozlewie olejowym założono, że czas T_i jest ciągłą zmienną losową o rozkładzie trójkątnym z parametrami a_1 , b_1 , m_1 . Parametr a_1 jest to wartość minimalna, czyli najkrótszy możliwy czas identyfikacji zagrożenia, parametr b_1 jest to wartość maksymalna oznaczająca najdłuższy możliwy czas identyfikacji zagrożenia, a parametr m_1 jest to wartość średnia czasu identyfikacji zagrożenia. Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej T_i dla $a_1 \leq x_1 \leq b_1$, opisującej czas identyfikacji zagrożenia, zdefiniowana jest wzorem:

$$f_{T_i}(x_1) = \begin{cases} 0 & x_1 \notin (a_1, b_1) \\ \frac{2(x_1 - a_1)}{(b_1 - a_1)(m_1 - a_1)} & a_1 \leq x_1 \leq m_1 \\ \frac{2(b_1 - x_1)}{(b_1 - a_1)(b_1 - m_1)} & m_1 < x_1 \leq b_1 \end{cases} \quad (2.2)$$

Czas przygotowania działań ratowniczych to nie tylko identyfikacja zagrożenia, lecz również wszelkie działania związane z uruchomieniem zasobów niezbędnych do przeprowadzenia akcji ratowniczej; rysunek 2.3. Po otrzymaniu informacji o wycieku ropy oraz zidentyfikowaniu wielkości i miejsca zagrożenia rozpoczyna się czas związany z uruchomieniem zasobów. Czas uruchomienia zasobów to czas potrzebny na zgromadzenie sił i środków odpowiednich do skali zagrożenia oraz dotarcie do miejsca zdarzenia przez jednostki ratownicze. Jest to druga kluczowa składowa czasu przygotowania działań ratowniczych mająca wpływ na moment rozpoczęcia akcji ratowniczej. Założono, że zmienna losowa T_z , opisująca losowy czas uruchomienia zasobów, jest ciągłą zmienną losową o rozkładzie trójkątnym z parametrami a_2 , b_2 , m_2 . Parametr a_2 jest to wartość minimalna oznaczająca najkrótszy możliwy czas uruchomienia zasobów, parametr b_2 jest to wartość maksymalna czyli najdłuższy możliwy czas uruchomienia zasobów, a parametr m_2 jest to wartość średnia czasu uruchomienia zasobów. Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej T_z dla $a_2 \leq x_2 \leq b_2$ zdefiniowana jest wzorem:

$$f_{T_z}(x_2) = \begin{cases} 0 & x_2 \notin (a_2, b_2) \\ \frac{2(x_2 - a_2)}{(b_2 - a_2)(m_2 - a_2)} & a_2 \leq x_2 \leq m_2 \\ \frac{2(b_2 - x_2)}{(b_2 - a_2)(b_2 - m_2)} & m_2 < x_2 \leq b_2 \end{cases} \quad (2.3)$$

Zgodnie z przyjętymi założeniami o zmiennej losowej T_i , o gęstości prawdopodobieństwa opisanej wzorem 2.2, oraz o zmiennej losowej T_z , o gęstości prawdopodobieństwa opisanej wzorem 2.3, czas przygotowania działań ratowniczych T_p , opisany sumą 2.1, jest zmienną losową będącą sumą dwóch niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych. Funkcję gęstości zmiennej losowej, będącej sumą dwóch niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych, omówiono w [70]. Funkcję tę wyznaczono przy użyciu transformaty Laplace'a i transformaty odwrotnej. Zgodnie z [70] funkcję gęstości zmiennej $T_p = T_i + T_z$ wyraża wzór:

$$f_{T_p}(x) = L_s^{-1} [L_s f_{T_i}(x_1) L_s f_{T_z}(x_2)] \quad (2.4)$$

gdzie f_{T_i} i f_{T_z} oznaczają funkcje gęstości prawdopodobieństwa zmiennych losowych T_i i T_z opisane wzorami 2.2 i 2.3 odpowiednio. Transformatę Laplace'a funkcji $f_{T_i}(x_1)$ przedstawia wzór:

$$L_s(f_{T_i}(x_1)) = \begin{cases} \frac{2}{(b_1-a_1)(m_1-a_1)} \left((m_1-a_1) \frac{e^{-sm_1}}{-s} - \frac{e^{-sm_1}}{s^2} + \frac{e^{-sa_1}}{s^2} \right) & a_1 \leq x_1 \leq m_1 \\ \frac{2}{(b_1-a_1)(b_1-m_1)} \left((b_1-m_1) \frac{e^{-sm_1}}{s} - \frac{e^{-sm_1}}{s^2} + \frac{e^{-sb_1}}{s^2} \right) & m_1 \leq x_1 \leq b_1 \end{cases} \quad (2.5)$$

Podobnie dla funkcji $f_{T_z}(x_2)$ transformatę Laplace'a prezentuje wzór:

$$L_s(f_{T_z}(x_2)) = \begin{cases} \frac{2}{(b_2-a_2)(m_2-a_2)} \left((m_2-a_2) \frac{e^{-sm_2}}{-s} - \frac{e^{-sm_2}}{s^2} + \frac{e^{-sa_2}}{s^2} \right) & a_2 \leq x_2 \leq m_2 \\ \frac{2}{(b_2-a_2)(b_2-m_2)} \left((b_2-m_2) \frac{e^{-sm_2}}{s} - \frac{e^{-sm_2}}{s^2} + \frac{e^{-sb_2}}{s^2} \right) & m_2 \leq x_2 \leq b_2 \end{cases} \quad (2.6)$$

Przy wyprowadzaniu funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{T_p}(x)$ uwzględniono cztery różne przypadki wartości zmiennych T_i i T_z . Cztery możliwe warianty i ich podwarianty przedstawia tabela 2.1. W rezultacie funkcję f_{T_p} określają cztery wy-

Tabela 2.1: Warianty i podwarianty funkcji gęstości prawdopodobieństwa sumy dwóch niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych [70]

Numer	Warianty	Podwarianty		
I	$a_1 \leq x_1 \leq m_1$ i $a_2 \leq x_2 \leq m_2$	$a_1 + m_2 < m_1 + a_2$	$a_1 + m_2 = m_1 + a_2$	$a_1 + m_2 > m_1 + a_2$
II	$a_1 \leq x_1 \leq m_1$ i $m_2 \leq x_2 \leq b_2$	$a_1 + b_2 < m_1 + m_2$	$a_1 + b_2 = m_1 + m_2$	$a_1 + b_2 > m_1 + m_2$
III	$m_1 \leq x_1 \leq b_1$ i $a_2 \leq x_2 \leq m_2$	$m_1 + m_2 < b_1 + a_2$	$m_1 + m_2 = b_1 + a_2$	$m_1 + m_2 > b_1 + a_2$
IV	$m_1 \leq x_1 \leq b_1$ i $m_2 \leq x_2 \leq b_2$	$m_1 + b_2 < b_1 + m_2$	$m_1 + b_2 = b_1 + m_2$	$m_1 + b_2 > b_1 + m_2$

Źródło: [70]

rażenia, które otrzymano wykorzystując równania transformaty Laplace'a 2.5 i 2.6 oraz równanie zawierające transformatę odwrotną 2.4.

Wyrażenie $f_{T_p}^{(1)}$, gdzie wielkość $k_1 = \frac{4}{(b_1-a_1)(b_2-a_2)(m_1-a_1)(m_2-a_2)}$, określa funkcję f_{T_p} w wariantie I. Dla $a_1 \leq x_1 \leq m_1$ i $a_2 \leq x_2 \leq m_2$ funkcję gęstości zmiennej losowej T_p przedstawiają poniższe wyrażenia uwzględniające podwarianty wariantu I. Jeżeli $a_1 + m_2 < m_1 + a_2$:

$$f_{T_p}^{(1)}(x) = \begin{cases} k_1 \times \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (a_1 + a_2) + \frac{x}{2} (a_1 + a_2)^2 - \frac{1}{6} (a_1 + a_2)^3 \right] & x \in (a_1 + a_2, a_1 + m_2) \\ k_1 \times \left[\frac{x}{2} (m_2 - a_2)^2 - \frac{m_2^2}{2} (a_1 - a_2) - \frac{a_1 a_2^2}{2} + a_1 a_2 m_2 - \frac{a_2^3}{6} - \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (a_1 + m_2, m_1 + a_2) \\ k_1 \times \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (a_1 + a_2) + x \left(\frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - a_1 m_1 - a_2 m_2 - a_1 a_2 \right) \right. \\ \left. + \frac{m_1^2}{2} (a_1 - a_2) - \frac{m_2^2}{2} (a_1 - a_2) + a_1 a_2 (m_1 + m_2) - \frac{m_1^3}{3} - \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (m_1 + a_2, m_1 + m_2) \end{cases} \quad (2.7)$$

Jeżeli $a_1 + m_2 = m_1 + a_2$:

$$f_{T_p}^{(1)}(x) = \begin{cases} k_1 \times \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (a_1 + a_2) + \frac{x}{2} (a_1 + a_2)^2 - \frac{1}{6} (a_1 + a_2)^3 \right] & x \in (a_1 + a_2, a_1 + m_2) \\ k_1 \times \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (a_1 + a_2) + x \left(\frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - a_1 m_1 - a_2 m_2 - a_1 a_2 \right) \right. \\ \left. + \frac{m_1^2}{2} (a_1 - a_2) - \frac{m_2^2}{2} (a_1 - a_2) + a_1 a_2 (m_1 + m_2) - \frac{m_1^3}{3} - \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (m_1 + a_2, m_1 + m_2) \end{cases} \quad (2.8)$$

Jeżeli $a_1 + m_2 > m_1 + a_2$:

$$f_{T_p}^{(1)}(x) = \begin{cases} k_1 \times \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2}(a_1 + a_2) + \frac{x}{2}(a_1 + a_2)^2 - \frac{1}{6}(a_1 + a_2)^3 \right] & x \in (a_1 + a_2, a_1 + m_2) \\ k_1 \times \left[\frac{x}{2}(m_1 - a_1)^2 - \frac{m_1^2}{2}(a_1 - a_2) - \frac{a_1^2 a_2}{2} + a_1 a_2 m_1 - \frac{a_1^3}{6} - \frac{m_1^3}{3} \right] & x \in (m_1 + a_2, a_1 + m_2) \\ k_1 \times \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2}(a_1 + a_2) + x \left(\frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - a_1 m_1 - a_2 m_2 - a_1 a_2 \right) \right. \\ \left. + \frac{m_1^2}{2}(a_1 - a_2) - \frac{m_2^2}{2}(a_1 - a_2) + a_1 a_2(m_1 + m_2) - \frac{m_1^3}{3} - \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (m_1 + a_2, m_1 + m_2) \end{cases} \quad (2.9)$$

Wyrażenia przedstawiające funkcję gęstości prawdopodobieństwa sumy dwóch niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych w pozostałych trzech wariantach z uwzględnieniem wyszczególnionych podwariantów, pokazanych w tabeli 2.1, znajdują się w dodatku B.

Analiza czasu przygotowania działań ratowniczych oraz wszystkich parametrów od których zależy jest niezbędna do oszacowania momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej oraz dostosowania rzeczywistych parametrów do modelu rozlewu olejowego. Aby to ułatwić do opisu czasu przygotowania działań ratowniczych wprowadzono mierzenie czasu za pomocą cykli. Zgodnie z diagramem na rysunku 2.2 czas przygotowania działań ratowniczych jest zdefiniowany jako N cykli, $i = 1, 2, \dots, N$, które upłyną od momentu pojawienia się rozlewu olejowego do momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej. Czas przygotowania działań ratowniczych wyrażony za pomocą cykli, oznaczony symbolem \bar{T}_p , opisuje wzór:

$$T_p^c = \sum_{i=1}^N C_{p_i} \quad (2.10)$$

Założono, że jest to losowa liczba N niezależnych cykli oraz przyjęto, że czas trwania pojedynczego cyklu jest zmienną losową. Zatem czas przygotowania działań ratowniczych jest zmienną losową będącą sumą N niezależnych zmiennych losowych. Zmienna losowa opisująca czas trwania pojedynczego cyklu ma równomierny rozkład prawdopodobieństwa o parametrach a i b . Parametry a i b są to odpowiednio minimalna i maksymalna długość jednego cyklu, czyli minimalny i maksymalny czas trwania jednego cyklu. Gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej opisującej czas trwania pojedynczego cyklu przedstawia wzór:

$$f_{C_{p_i}}(x) = \begin{cases} 0 & x \notin (a, b), \\ \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b, \end{cases} \quad (2.11)$$

gdzie i to numer cyklu, $i = 1, 2, \dots, N$.

Zgodnie z powyższym czas przygotowania działań ratowniczych T_p^c opisany wzorem 2.10, zdefiniowany jako N niezależnych cykli, z których każdy ma rozkład jednostajny o funkcji gęstości opisanej wzorem 2.11, jest zmienną losową o funkcji gęstości przedstawionej wzorem:

$$f_{T_p^c}(x) = f^{(N)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{(N-1)!(b-a)^N} \sum_{i=0}^{\overline{N(N,x)}} (-1)^i \binom{N}{i} (x - Na - i(b-a))^{N-1} & Na \leq x \leq Nb \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases} \quad (2.12)$$

gdzie $\overline{N(N, x)} := \lfloor \frac{x-Na}{b-a} \rfloor$ jest największą liczbą całkowitą mniejsza od liczby $\frac{x-Na}{b-a}$.

Przedstawienie czasu przygotowania działań ratowniczych na dwa sposoby, po pierwsze jako zmienną losową o gęstości opisanej wzorem 2.4, która zależy od losowych czynników wpływających na długość przygotowania działań ratowniczych, po drugie jako zmienną losową o gęstości opisanej wzorem 2.12, która jest złożona z losowej liczby cykli, pozwala przejść z czasu rzeczywistego do czasu w modelu rozlewu olejowego na kracie oraz wyznaczyć moment rozpoczęcia akcji ratowniczej.

2.2 Moment rozpoczęcia akcji ratowniczej

Moment rozpoczęcia akcji ratowniczej jest punktem zwrotnym podjętych działań ratowniczych, momentem przejścia z przygotowania działań do ich przeprowadzenia w miejscu zdarzenia. Jednym z zadań przy budowie modelu jest wyznaczenie liczby cykli niezbędnych do przygotowania działań ratowniczych i wyznaczenie momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej. Czas przygotowania działań ratowniczych jest to czas od momentu pojawienia się wycieku ropy do momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej. Podczas przygotowania działań ratowniczych plama oleju swobodnie się rozlewa zwiększając tym samym swój rozmiar. Czym dłużej będą trwały przygotowania tym większa będzie plama oleju, a wraz z jej rozmiarem wzrastają również zasoby niezbędne do jej otoczenia oraz czas działań ratowniczych.

Założono, że czas przygotowania działań ratowniczych T_p jest zmienną losową o gęstości opisanej wzorem 2.4, a także czas przygotowania działań ratowniczych w postaci wyrażonej za pomocą cykli T_p^c jest zmienną losową o gęstości opisanej wzorem 2.12. Założenia te pozwoliły sformułować pytanie o numer cyklu odpowiadający momentowi rozpoczęcia działań ratowniczych, czyli o liczbę cykli niezbędną do rozpoczęcia akcji ratowniczej. Sformułowanie brzmi następująco:

$$\begin{aligned} P(\text{numer cyklu} = N) &= \\ P\left(\sum_{i=1}^N C_{p_i} < T_p < \sum_{i=1}^{N+1} C_{p_i}\right) &= \\ P\left(T_p^c < T_p < T_p^c + C_{p_{N+1}}\right) &= \\ P\left(0 < T_p - T_p^c < C_{p_{N+1}}\right) & \end{aligned}$$

gdzie $T_p = T_i + T_z$, $T_p^c = \sum_{i=1}^N C_{p_i}$, $\{C_{p_i} : i = 1, 2, \dots\}$ to zmienne losowe o rozkładzie jednostajnym i funkcji gęstości opisanej wzorem 2.11. Zakładając $Y = T_p - T_p^c$ otrzymujemy

$$\begin{aligned} P(\text{numer cyklu} = N) &= \\ P\left(0 < Y < C_{p_{N+1}}\right) &= \\ P\left(\{Y > 0\} \cap \{Y < C_{p_{N+1}}\}\right) &= \\ \iint_D f_Y(x) f_{C_{p_{N+1}}}(x+y) dx dy & \end{aligned}$$

Funkcję gęstości prawdopodobieństwa zmiennej Y przedstawia wzór:

$$F_Y(y) = \int_0^\infty f(x, y+x) dx \quad (2.13)$$

gdzie $f(x, t)$ jest to funkcja gęstości złożenia zmiennych T_p i T_p^c .

2.3 Czas działań ratowniczych

Czas podjętych działań ratowniczych jest to suma czasu przygotowania działań ratowniczych i czasu przeprowadzenia działań ratowniczych. W rozdziale przeprowadzono analizę czasu działań ratowniczych mierzonego za pomocą cykli. Cykle składające się na czas przygotowania i czas przeprowadzenia działań ratowniczych zostały zdefiniowane jako zmienne losowe o zaproponowanych rozkładach. Zdefiniowane czasy przedstawione jako zmienne losowe umożliwiają szacowania długości poszczególnych działań. Dla czasów wyrażonych za pomocą cykli czas działań ratowniczych przedstawia wzór:

$$T^c = T_p^c + T_p^a \quad (2.14)$$

gdzie T^c jest to czas działań ratowniczych, T_p^c jest to czas przygotowania działań ratowniczych, T_p^a jest to czas przeprowadzenia działań ratowniczych, czyli czas akcji ratowniczej.

Czas przygotowania działań ratowniczych T_p^c , jest to czas, który upłynie od momentu pojawienia się rozlewu olejowego na akwenu do momentu rozpoczęcia akcji otoczenia rozlewu zaporami. Czas przygotowania działań ratowniczych składa się z N niezależnych cykli; cykle $i = 1, 2, \dots, N$. Czas trwania jednego cyklu przygotowania działań opisuje zmienna C_p . Zgodnie z powyższym czas przygotowania działań ratowniczych jest zmienną równą sumie losowej liczby zmiennych C_p co opisuje wzór:

$$T_p^c = \sum_{i=1}^N C_p \quad (2.15)$$

Założono, że zmienna C_p , opisująca czas trwania pojedynczego cyklu przygotowania, ma rozkład wykładniczy z parametrem λ , gdzie $\frac{1}{\lambda}$ to średni czas cyklu. Parametr λ zmienia się w zależności od szybkości rozprzestrzeniania rozlewu, rodzaju rozlanej substancji oraz warunków hydrometeorologicznych panujących na akwenu w chwili zdarzenia. Funkcję dystrybuanty zmiennej losowej opisującej czas trwania jednego cyklu przygotowania działań ratowniczych przedstawia wzór:

$$F_{C_p}(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Funkcję gęstości zmiennej losowej opisującej czas przygotowania działań ratowniczych w N cyklach określa wzór:

$$f_{T_p^c}(t) = \begin{cases} \frac{\lambda^N t^{N-1}}{(N-1)!} e^{-t\lambda} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Czas przeprowadzenia działań ratowniczych T_a^c jest to czas przeprowadzenia akcji ratowniczej, od chwili postawienia pierwszej zapory do momentu postawienia ostatniej zapory, czyli czas otoczenia rozlewu zaporami. Czas przeprowadzenia akcji składa się z M niezależnych cykli; cykle $j = 1, 2, \dots, M$. Czas trwania jednego cyklu akcji opisuje zmienna losowa C_a . Czas przeprowadzenia działań ratowniczych jest zmienną równą sumie losowej liczby zmiennych C_a , co przedstawia wzór:

$$T_a^c = \sum_{j=1}^M C_a \quad (2.18)$$

gdzie liczba M jest liczbą cykli niezbędnych do otoczenia rozlewu olejowego na kracie. Założono, że zmienna C_a , opisująca czas trwania jednego cyklu akcji, ma rozkład równomierny z parametrami a i b . Parametry a i b to odpowiednio minimalna i maksymalna długość jednego cyklu akcji. Dystrybuantę prawdopodobieństwa rozkładu równomiernego, opisującego czas trwania jednego cyklu akcji, przedstawia wzór:

$$F_{C_a}(t) = \begin{cases} 0 & t < a \\ \frac{t-a}{b-a} & a \leq t \leq b \\ 1 & t > b \end{cases} \quad (2.19)$$

Zmienna losowa T_a^c jest złożeniem M niezależnych zmiennych o rozkładach równomiernych zatem zgodnie z [74] funkcję gęstości zmiennej losowej T_a^c przedstawia wzór:

$$f_{T_a^c}(t) = \begin{cases} \frac{1}{(M-1)!(b-a)^M} \sum_{j=0}^{\overline{M(M,t)}} (-1)^j \binom{M}{j} (t - Ma - j(b-a))^{M-1} & Ma \leq t \leq Mb \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases} \quad (2.20)$$

Liczba $\overline{M(M,t)} := \lfloor \frac{t-Ma}{b-a} \rfloor$ jest największą liczbą całkowitą mniejszą od liczby $\frac{t-Ma}{b-a}$.

2.4 Szacowanie czasu działań ratowniczych

Zgodnie z założeniami modelu rozlewu olejowego na grafie kratowym przez N cykli rozlew olejowy rozprzestrzenia się po kracie. Założono, że prawdopodobieństwo rozpoczęcia akcji w jednym z N cykli jest takie samo i wynosi p , gdzie $p \in (0, 1)$. Cykle, które upłyną od momentu pojawienia się rozlewu olejowego do momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej, są niezależne. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że akcja ratownicza rozpocznie się w cyklu o numerze N przedstawia rozkład geometryczny z parametrem p opisany wzorem:

$$P(X = N) = (1 - p)^{N-1} p \quad (2.21)$$

dla $N = 1, 2, 3, \dots$. Wartość oczekiwaną zmiennej losowej o rozkładzie geometrycznym przedstawia wzór:

$$E(N) = \frac{1}{p} \quad (2.22)$$

Liczba M zależy od rodzaju kraty oraz zastosowanej strategii otoczenia rozlewu. Z twierdzenia 2 wiadomo, że liczba cykli potrzebnych do otoczenia rozlewu na krańcu Kartezjańskiej przy użyciu dwóch zapór w cyklu wynosi $M = 32N + 1$. Zgodnie z założeniem, że prawdopodobieństwo rozpoczęcia akcji po N cyklach opisuje rozkład geometryczny i wzorem 2.22 obliczono wartość oczekiwaną długości akcji otoczenia rozlewu:

$$E(M) = E(32N + 1) = 32E(N) + 1 = \frac{32}{p} + 1 \quad (2.23)$$

Wartość oczekiwana zmiennej T_p^c jest to średni czas przygotowania działań ratowniczych, który zgodnie z założeniami opisuje zależność:

$$\bar{T}_p^c = E(T_p^c) = E\left(\sum_{i=1}^N C_p\right) = E(N) E(C_p) = \frac{1}{p\lambda} \quad (2.24)$$

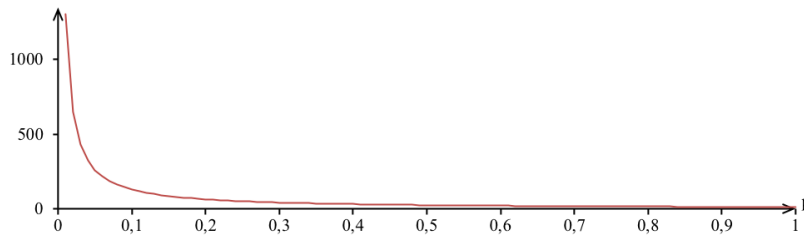
Wartość oczekiwana zmiennej T_a^c jest to średni czas przeprowadzenia działań ratowniczych, który zgodnie z założeniami opisuje zależność:

$$\bar{T}_a^c = E(T_a^c) = E\left(\sum_{j=1}^M C_a\right) = E(M) E(C_a) = \left(\frac{32}{p} + 1\right) \frac{a+b}{2} \quad (2.25)$$

Przyjęte założenia pozwalają na obliczenie średniego czasu przeprowadzenia działań ratowniczych, który jest sumą średniego czasu oczekiwania oraz średniego czasu akcji, co prezentuje wzór:

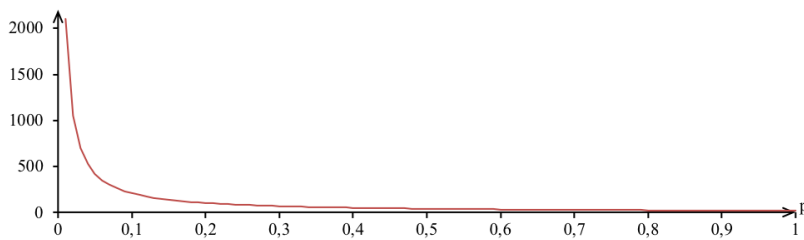
$$\bar{T}^c = E(T^c) = \frac{1}{p\lambda} + \left(\frac{32}{p} + 1\right) \frac{a+b}{2} \quad (2.26)$$

Średni czas przeprowadzenia działań ratowniczych jest zależny od czterech parametrów p, λ, a, b .



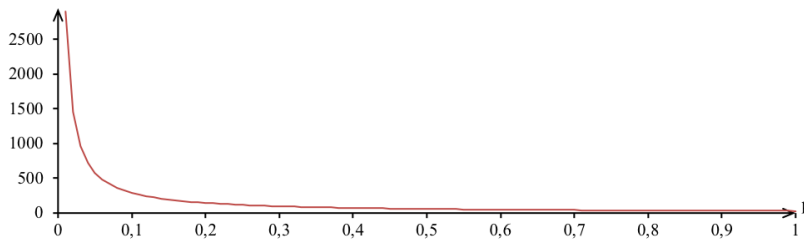
Rysunek 2.4: Średni czas podjętych działań ratowniczych dla $\frac{1}{\lambda} = 1h, a = 15min, b = 30min$

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 2.5: Średni czas podjętych działań ratowniczych dla $\frac{1}{\lambda} = 1h, a = 30min, b = 45min$

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 2.6: Średni czasu podjętych działań ratowniczych dla $\frac{1}{\lambda} = 1h, a = 45min, b = 1h$

Źródło: opracowanie własne

Rysunki 2.4 - 2.6 prezentują wykresy średniego czasu przeprowadzenia działań ratowniczych, który zmienia się w zależności od parametru $p, p \in (0, 1)$. Przyjęto stałe parametry λ ; średni czas jednego cyklu, czyli ruchu rozlewu wynosi $\frac{1}{\lambda} = 1 [h]$, a parametry a i b rozkładu jednostajnego różnią się na każdym z przedstawionych wykresów.

Rozdział 3

Metody i narzędzia modelowania rozlewu olejowego i strategii rozmieszczenia środków

Model rozlewu olejowego jest to model odwzorowujący rozwój rozlewu olejowego oraz akcji ratowniczej polegającej na rozmieszczeniu barier ograniczających jego rozwój oraz ich wzajemne oddziaływanie. Analiza zależności początkowej wielkości rozlewu, sił i środków użytych do przeprowadzenia działań ratowniczych, czasu walki z rozlewem oraz końcowej wielkości rozlewu to podstawowy cel budowy modelu. Model rozlewu olejowego, będący modelem autorskim, jest podstawową składową modelem decyzyjnego rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych. Model rozlewu olejowego jest zbudowany na grafie kratowym. Przy użyciu kraty przedstawiono przebieg zdarzenia polegającego na pojawieniu się rozlewu olejowego na akwenu wodnym oraz akcji ratowniczej polegającej na otoczeniu rozlewu zaparami. Wierzchołki kraty przedstawiają zmieniający się w czasie stan poszczególnych obszarów akwenu. Krawędzie kraty, wyznaczające sąsiedztwo pomiędzy wierzchołkami, pozwalają przedstawić rozwój rozlewu w czasie. Proces symulacyjny, przeprowadzony na kracie, umożliwia szacowanie wielkości niezbędnych do oceny rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych. Analiza czasu podjętych działań ratowniczych przeprowadzona w rozdziale 2 pozwala na mierzenie czasu przy pomocy cykli, zatem stan grafu w modelu rozlewu olejowego zmienia się w każdym cyklu. Faza pierwsza, związana z przygotowaniem działań ratowniczych, w modelu rozlewu olejowego na grafie to swobodne rozprzestrzenianie się plamy we wszystkich możliwych kierunkach. Faza druga, związana z przeprowadzeniem działań ratowniczych, jest to akcja ratownicza, polegająca na umieszczeniu zapór wokół rozlewu, by go otoczyć i zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu. Zbudowany model pozwala wyodrębnić następujące parametry:

- początkowa i końcowa wielkość rozlewu olejowego, w postaci liczby wierzchołków zajętych przez olej,
- liczba środków użytych do otoczenia rozlewu, w postaci liczby wierzchołków zajętych przez zapory,
- czas akcji ratowniczych, mierzony za pomocą liczby cykli walki z rozlewem.

Wymienione parametry tworzą zmienne modelu decyzyjnego rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych i umożliwiają dokonanie oceny przeprowadzonej akcji ratowniczej.

System, będący przedmiotem pracy, obejmuje rozlew olejowy, który w wyniku wypadku pojawił się na akwenu wodnym oraz akcję ratowniczą polegającą na otoczeniu rozlewu, by zapobiec jego rozprzestrzenianiu na powierzchni wody. Analizowany system jest systemem dynamicznym. Modele dynamiczne, zaprezentowane w pracy, to modele odwzorowujące działanie systemu w czasie [33]. Zaproponowane modele i metody matematyczne pozwalają analizować proces otoczenia plamy olejowej.

Na potrzeby modeli i metod zastosowanych w pracy wprowadzono umowną jednostkę czasu zdefiniowaną jako cykl. Proces rozprzestrzeniania plamy rozlewu oraz akcji ratowniczej przebiega w czasie mierzonym za pomocą cykli. Analizując czas w analizowanym systemie wyróżniono podział na dwie fazy. Faza pierwsza trwa od momentu pojawiania się plamy do momenty rozpoczęcia akcji ratowniczej, a cykle fazy pierwszej oznaczają kolejne kroki rozlewu. Faza druga trwa od momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej do momentu jej zakończenia. Określenie zmiany czasu za pomocą cykli pozwoliło zdefiniować prawa i reguły wzajemnego oddziaływania rozlewu i akcji ratowniczej oraz transformować wielkości występujące w systemie na parametry mierzalne.

Jednostka cyklu jest ściśle powiązana z obszarem, który zajmuje rozlew w czasie od powstania wycieku do momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej. W początkowej fazie plama oleju rozprzestrzenia się w polu kołowym. Proces rozprzestrzeniania oleju na powierzchni wody jest tematem wielu badań. Istniejące formuły matematyczne rozprzestrzeniania oleju uwzględniają właściwości fizyko-chemiczne rozlanej substancji [5, 15, 16].

Jeden cykl to czas w jakim plama zwiększa swój promień. Definiując rozprzestrzenianie oleju w polu kołowym za pomocą wierzchołków kraty, jeden cykl to czas jaki potrzebuje plama, aby z wierzchołków zajętych przez olej zająć wierzchołki sąsiednie. Przy wyznaczaniu długości jednego cyklu należy uwzględnić szczegółowość celu badań przeprowadzanych przy użyciu prezentowanego modelu. Im krótszy jest czas trwania cyklu tym bardziej szczegółowo rozpatrujemy proces rozprzestrzeniania plamy oraz akcji ratowniczej. Wyznaczenie długości cyklu zależy również od wielkości obszaru odwzorowanego przez jeden wierzchołek kraty. Analizując plamę określonej wielkości zachodzi zależność dotycząca dokładności badań: im większy obszar reprezentuje wierzchołek kraty tym dłuższy jest czas trwania cyklu, a im mniejszy obszar tym krótszy czas trwania cyklu. Zgodnie z powyższym długość cyklu jest wprost proporcjonalna do obszaru odpowiadającego jednemu wierzchołkowi. Odpowiedni wybór skali parametrów długości cyklu i obszaru odpowiadającego wierzchołkowi wiąże się z dokładnością modelu: czym mniejsza jednostka wskazanych parametrów tym dokładność modelu jest większa. Oszacowanie odpowiednich wielkości parametrów w zależności od rodzaju rozlanej substancji, warunków hydro-meteorologicznych wymaga wielu badań i nie jest kluczowe w modelu decyzyjnym.

Liczba cykli, które upłyną od momentu pojawienia się rozlewu do momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej:

$$N = N_1 + N_2$$

gdzie N_1 jest liczbą cykli odpowiadających początkowej wielkości rozlewu - w momencie przedostania się oleju do wody, a N_2 to liczba cykli niezbędnych do przygotowania akcji ratowniczej, podczas których rozlew rozprzestrzenia się bez żadnych ograniczeń. Wyznaczając parametr N należy uwzględnić szczegółowość celu prowadzonych badań.

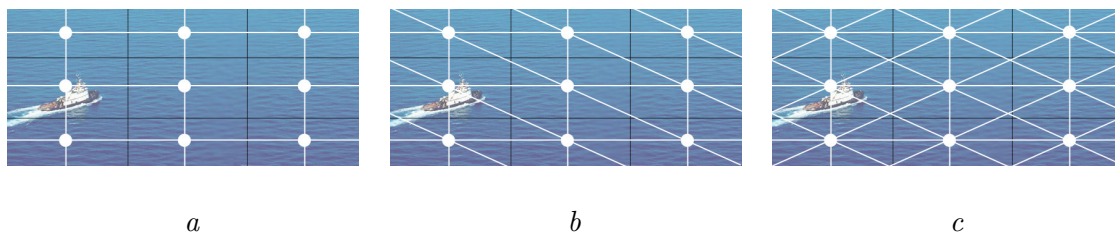
Od momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej do momentu jej zakończenia na kracie rozmieszcza się zapory, mające otoczyć rozlew i zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu. Liczbę zapór użytą w cyklu akcji ratowniczej opisuje funkcja $d(j)$, gdzie $j = 1, 2, 3, \dots$ to kolejne cykle akcji. Liczba zapór w cyklu akcji jest stała, może się różnić w różnych cyklach. Liczba zapór w cyklu akcji jest większa bądź równa minimalnej liczbie zapór niezbędnej do otoczenia rozlewu określonej dla każdej z użytych krat.

3.1 Opis i założenia modeli rozlewu olejowego

Podstawowym założeniem modelu jest odwzorowanie akwenu wodnego za pomocą grafu kratowego, zwanego kratą. Krata jest to nieskończony graf $G(V, E)$, który składa się ze zbioru wierzchołków $V(G) = \{v_1, v_2, \dots\}$ oraz zbioru krawędzi $E(G) = \{e_1, e_2, \dots\}$. Wierzchołki $v_i, v_j, i, j = 1, 2, \dots$ grafu G są wierzchołkami sąsiednimi, jeżeli istnieje krawędź, która je łączy.

Akwen wodny jest podzielony na prostokąty tej samej wielkości. Każdemu prostokątowi akwenu przyporządkowano jeden wierzchołek grafu. Kontakt pomiędzy sąsiednimi obszarami opisują krawędzie grafu.

W modelu zastosowano trzy rodzaje kraty: kratę Kartezjańską, kratę trójkątną i kratę mocną. Fragmenty poszczególnych krat przedstawia rysunek 3.1. Kraty mają taką samą liczbę wierzchołków. Kraty różnią się liczbą krawędzi, a zatem również liczbą wierzchołków sąsiednich. Na kracie Kartezjańskiej każdy wierzchołek posiada czterech sąsiadów, na kracie trójkątnej sześciu, a na kracie mocnej ośmiu.



Rysunek 3.1: Fragmenty krat a) Kartezjańskiej b) trójkątnej c) mocnej

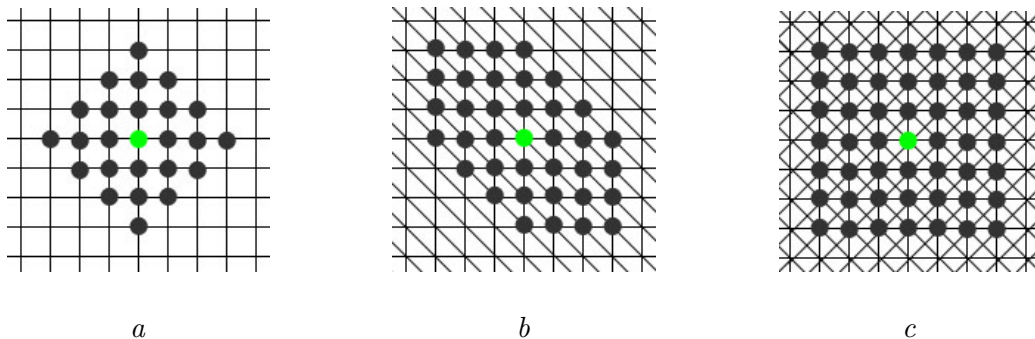
Źródło: opracowanie własne na podstawie [82]

W modelu odwzorowano zdarzenie polegające na pojawieniu się rozlewu olejowego na akwenu, swobodne rozprzestrzenianie rozlewu oraz akcję ratowniczą mającą na celu okrajenie rozlewu, by zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu.

Zdefiniowano trzy rodzaje wierzchołków. Wierzchołek może być pusty - jest to podstawowy stan każdego wierzchołka, zajęty przez olej lub zajęty przez zaporę. Wierzchołek raz zajęty przez olej lub zaporę nie może zmienić swojego stanu.

Przyjęto czas dyskretny mierzony przy pomocy cykli. Założono, że rozlew olejowy pojawia się na akwenu w cyklu 0 i zajmuje jeden wierzchołek. Każdy kolejny cykl oznacza rozwój rozlewu, polegający na rozprzestrzenianiu się z wierzchołków zajętych przez rozlew na wszystkie puste sąsiednie wierzchołki, zgodnie z liczbą krawędzi odpowiadającą danemu wierzchołkowi. Rysunek 3.2 przedstawia plamy rozlewu olejowego w trzecim cyklu dla poszczególnych krat; pierwszy wierzchołek zajęty przez rozlew ma kolor zielony.

W celu wprowadzenia współrzędnych wierzchołków kratę traktujemy jako układ współrzędnych, gdzie pierwszy wierzchołek zajęty przez rozlew wyznacza środek układu o współrzędnych $(0, 0)$.



Rysunek 3.2: Rozlew olejowy o parametrze $N = 3$ a) na kratce Kartezjańskiej b) na kratce trójkątnej c) na kratce mocnej

Źródło: opracowanie własne

W zależności od wyboru kraty zmieniają się kształt i wielkość plamy oleju oraz ilość środków potrzebnych do przeprowadzenia akcji ratowniczej. Większa liczba sąsiadów jednego wierzchołka oznacza większą liczbę środków niezbędnych do otoczenia rozlewu. Wybór jednej z trzech krat pozwala uwzględnić czynniki losowe wpływające na akcję ratowniczą. Sposób i zakres przeprowadzanych działań zależy nie tylko od liczby dostępnych sił i środków, ale również od rodzaju rozlanej substancji (własności fizyko-chemicznych) i warunków panujących na akwenu (warunków hydrometeorologicznych).

W modelu wyszczególniono trzy kolejne momenty: moment pojawienia się rozlewu, moment rozpoczęcia akcji ratowniczej, moment zakończenia akcji ratowniczej. Momenty wyznaczają podział na dwie fazy. Faza pierwsza, cykle $i = 1, 2, \dots, N$, rozpoczyna się w cyklu 1 po momencie pojawienia się rozlewu olejowego, a kończy w cyklu poprzedzającym moment rozpoczęcia akcji ratowniczej. Podczas fazy pierwszej rozlew olejowy swobodnie rozprzestrzenia się we wszystkich możliwych kierunkach. Faza pierwsza to czas przygotowania akcji ratowniczej związany z otrzymaniem informacji o rozlewie, przygotowaniem sił i środków niezbędnych do przeprowadzenia akcji oraz dotarcia do miejsca rozlewu. Faza pierwsza rozpoczyna się w cyklu 1 po momencie pojawienia się rozlewu. Parametr N , związany z długością fazy pierwszej

to zarówno liczba cykli przygotowywania działań jak i promień powstałej plamy. Moment rozpoczęcia akcji ratowniczej jest punktem zwrotnym i rozpoczyna drugą fazę modelu. Faza druga to cykle $j = 1, 2, \dots, M$. Od tego momentu na pustych wierzchołkach będą umieszczane zapory przeciwolejowe. Umieszczanie zapór na wierzchołkach sąsiednich wierzchołków zajętych przez olej spowoduje zmniejszenie liczby wierzchołków zajmowanych przez olej w kolejnych cyklach. Akcja otoczenia rozlewu zaporami rozpoczyna się w cyklu $N + 1$, który jest pierwszym cyklem akcji ratowniczej. Zapory można umieszczać na pustych wierzchołkach. W każdym cyklu na kracie rozmieszcza się stałą liczbę zapór opisaną parametrem d , gdzie $d = 1, 2, 3, \dots$. Umieszczanie kolejnych zapór zmniejsza pole działania oleju. Na rysunku 3.3 *b* w cyklach 2 i 3 umieszczono 2 zapory oznaczone kolorem czerwonym, co uchroniło trzecią ćwiartkę układu przed dalszym działaniem rozlewu. Rysunek 3.3 *a* prezentuje stan swobodnie rozprzestrzeniającej się plamy w cyklu 3. Akcja otoczenia rozlewu polega na umieszczeniu dostępnych zapór jak najbliżej plamy oleju i zgodnie ze strategią, która ma na celu stopniowe okrażanie rozlewu zaporami. Akcja otoczenia rozlewu jest zakończona gdy rozlew jest otoczony ciągiem zapór i nie może się dalej rozprzestrzeniać. Po rozpoczęciu akcji cykl oznacza ruch akcji, czyli rozmieszczenie dostępnych zapór oraz ruch rozlewu. Strategię rozmieszczenia zapór zbudowano w oparciu o "algorytm strażaka". Użyty algorytm gwarantuje otoczenie rozlewu.



Rysunek 3.3: Rozlew w trzecim cyklu a) bez barier b) z użyciem barier

Źródło: opracowanie własne

Przedstawiając opis i założenia modelu wykorzystano rysunki na grafie, by uwypuklić różnorodność zastosowanych krat oraz sposób rozprzestrzeniania rozlewu. Przy opisie zagadnienia na poszczególnych kratkach wykorzystano rysunki otrzymane z symulacji, gdzie każdy wierzchołek zastąpiono obszarem, który reprezentuje.

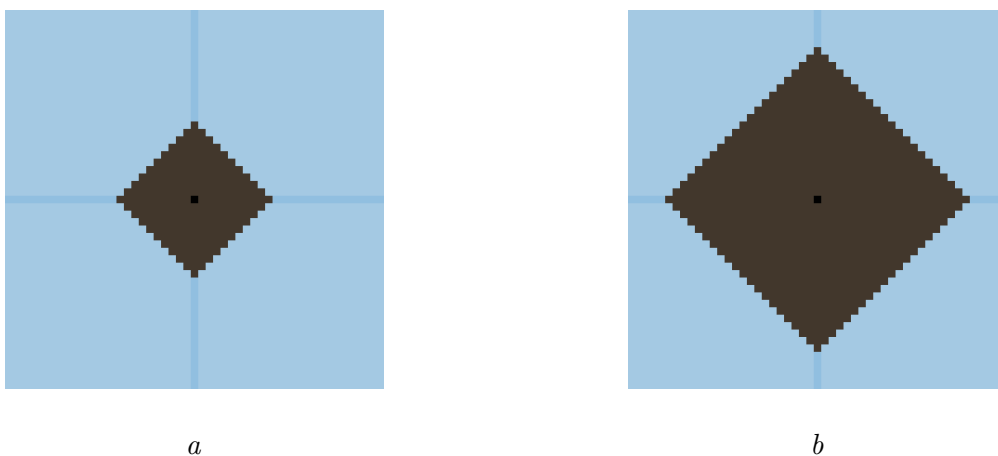
3.2 Model kartezjański

Model rozlewu olejowego na kracie Kartezjańskiej, nazwany modelem kartezjańskim, zawiera metodologię modelowania rozwoju rozlewu olejowego oraz rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów przy użyciu kraty Kartezjańskiej. Rozlew olejowy na kracie Kartezjańskiej w cyklu N , gdzie $N = 1, 2, 3, \dots$ przybiera kształt kwadratu o wierzchołkach $(N, 0), (0, -N), (-N, 0), (0, N)$. Wielkość plamy,

czyli ilość wierzchołków grafu, na które rozprzestrzeni się rozlew przedstawia wzór:

$$\bigcup_{i=0}^N R_i = 1 + \sum_{i=1}^N 4i = 1 + 4 + 8 + 12 + 16 + \dots$$

gdzie R_i to zbiór wierzchołków odległych od wierzchołka wyznaczającego środek układu współrzędnych o i krawędzi. Rysunek 3.4 *a* prezentuje rozlew olejowy w 10 cyklu. Rozlew rozprzestrzenił się na 221 wierzchołków. Rysunek 3.4 *b* prezentuje rozlew olejowy w 20 cyklu. Rozlew rozprzestrzenił się na 841 wierzchołków. Plama olejowa na rysunku 3.4 *a* to plama o promieniu 10 jednostek, a plama na rysunku 3.4 *b* to plama o promieniu 20 jednostek. Pole powierzchni plamy na rysunku 3.4 *a* jest 4 razy większe od pola powierzchni plamy na rysunku 3.4 *b*.



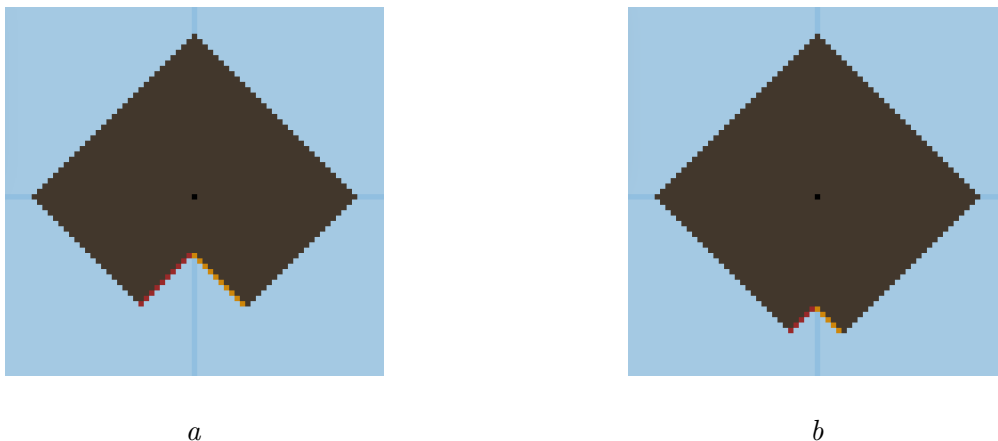
Rysunek 3.4: Rozlew na kracie Kartezjańskiej *a*) o parametrze $N = 10$ *b*) o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

Model rozlewu olejowego zbudowany na kracie Kartezjańskiej prezentuje algorytm i strategie pozwalające otoczyć plamę olejową o dowolnym parametrze N w skończonym czasie. Zgodnie z założeniami modelu od momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej, czyli w każdym cyklu fazy drugiej, na pustych wierzchołkach należy umieścić co najmniej minimalną liczbę zapór pozwalającą otoczyć rozlew na kracie Kartezjańskiej. W przeciwnym przypadku plama olejowa nie zostanie otoczona. Podstawowe założenia dotyczące liczby zapór użytych do otoczenia rozlewu sformułowano w postaci wniosku i twierdzeń.

Wniosek 1 *Otoczenie rozlewu przy użyciu jednej zapory w cyklu na kracie Kartezjańskiej jest niemożliwe.*

Analogiczny wniosek został udowodniony dla zagadnienia problemu strażaka. Rysunki 3.5 *a* i 3.5 *b* prezentują 30 cykl zdarzenia, w którym akcja ratownicza polega na umieszczeniu jednej zapory w każdym cyklu. Na rysunku 3.5 *a* rozlew olejowy rozprzestrzeniał się przez 10 cykli, przez kolejne 20 cykli na kracie umieszczono jedną zapórę. Na rysunku 3.5 *b* rozlew olejowy rozprzestrzeniał się przez 20 cykli, przez kolejne 10 cykli na kracie umieszczono jedną zapórę. Użyta liczba środków, w postaci



Rysunek 3.5: a) Cykl 20 akcji ratowniczej polegającej na umieszczeniu jednej zapory w cyklu dla rozlewu o parametrze $N = 10$ b) Cykl 10 akcji ratowniczej polegającej na umieszczeniu jednej zapory w cyklu dla rozlewu o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

jednej zapory w cyklu, zmniejsza zasięg rozprzestrzeniania rozlewu, ale nie prowadzi do jego otoczenia. Dzieje się tak bez względu na wielkość rozlewu.

Twierdzenie 1 *Do otoczenia rozlewu rozprzestrzeniającego się przez N cykli, gdzie $N = 1, 2, 3, \dots$, na kracie Kartezjańskiej wystarczy dwie zapory.*

Na kracie Kartezjańskiej dwie zapory użyte w każdym cyklu akcji to minimalna liczba środków umożliwiająca otoczenie rozlewu w skończonym czasie. Zagadnienie problemu strażaka to szczegółowe badania dotyczące minimalnej liczby środków niezbędnych do otoczenia pożaru. Poniższe twierdzenie zostało sformułowane na bazie analogicznego twierdzenia dla pożarów przedstawionego w załączniku A.

Twierdzenie 2 *Jeżeli na kracie Kartezjańskiej rozpoczynamy akcję w cyklu $N + 1$ i mamy dwie zapory w każdym cyklu, wtedy:*

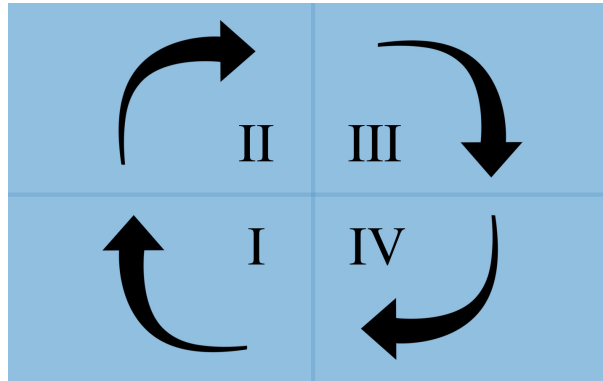
- liczba cykli potrzebnych do otoczenia rozlewu wynosi $32N + 1$,
- liczba wierzchołków rozlewu wynosi $318N^2 + 14N + 1$.

Ustalenie minimalnej liczby środków użytych w cyklu akcji ma szczególne znaczenie, ponieważ gwarantuje powodzenie akcji ratowniczej.

Strategie rozmieszczenia w modelu kartezjańskim

Na kracie Kartezjańskiej rozlew rozprzestrzenia się w czterech kierunkach. Akcja ratownicza polega na otoczeniu rozlewu linią zapór, by zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu. W celu otoczenia rozlewu należy umieścić zapory na wszystkich wierzchołkach będących wierzchołkami sąsiednimi wierzchołków zajętych przez rozlew. Zadanie to można zrealizować na wiele sposobów. Sposób i kierunek działań ratowniczych polegających na rozmieszczeniu kolejnych zapór zdefiniowano w postaci

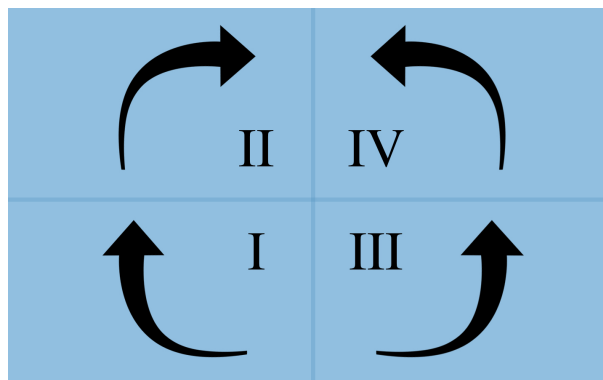
strategii rozmieszczenia zapór. W modelu użyto dwóch strategii. W obu strategiach zastosowano podział działań na działania obronne i działania polegające na ataku. Działania w obronie polegają na wykorzystaniu minimalnej liczby środków zapobiegającej by rozlew nie wyprzedził linii zapór. Działania w ataku to wykorzystanie pozostałej liczby zapór w taki sposób, by jak najszybciej okrążyć rozlew. Strategie różnią się kierunkiem przeprowadzanych działań. W strategii I działania w obronie i w ataku przeprowadzane są cały czas w tym samym kierunku. W strategii II następuje zamiana kierunku działań.



Rysunek 3.6: Kierunek działań w strategii I na kracie Kartezjańskiej

Źródło: opracowanie własne

W strategii I działania w obronie polegają na stworzeniu linii obrony w kierunku południowo-wschodnim rozpoczynając od pierwszej ustawionej zapory, a działania w ataku polegają na otoczeniu rozlewu kolejno po stronie południowo-zachodniej, północno-zachodniej, północno-wschodniej i południowo-wschodniej, aż do momentu połączenia linii ataku z linią obrony. Kierunek ustawiania zapór ataku w strategii I prezentuje rysunek 3.6.



Rysunek 3.7: Kierunek działań w strategii II na kracie Kartezjańskiej

Źródło: opracowanie własne

W strategii II działania rozpoczynają się podobnie jak w strategii I. Linia obrony

powstaje w kierunku południowo-wschodnim rozpoczynając od pierwszej ustawionej zapory, a działania w ataku polegają na otoczeniu rozlewu kolejno po stronie południowo-zachodniej i północno-zachodniej. W momencie ustawienia zapory na wierzchołku najbardziej wysuniętym na północ następuje zamiana działań. W miejscu ataku zostanie stworzona linia obrony w kierunku północno-wschodnim, a w miejscu tworzenia linii obrony będą kontynuowane działania ataku kolejno po stronie południowo-wschodniej i północno-wschodniej. Kierunek ustawiania zapór ataku w strategii II prezentuje rysunek 3.7. Zmiana kierunku działań powoduje zmniejszenie obszaru zajętego przez rozlew, zmniejszenie czasu przeprowadzanych działań oraz zmniejszenie liczby użytych zapór.

Podczas akcji ratowniczej rozlew olejowy rozprzestrzenia się dalej z wierzchołków zajętych przez rozlew na wszystkie puste sąsiednie wierzchołki. Od momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej jeden cykl obejmuje kolejno ruch akcji, czyli ustawienie dostępnej liczby zapór oraz ruch rozlewu. Akcja jest zakończona, gdy zapory otoczą rozlew, zapobiegając jego dalszemu rozprzestrzenianiu.

Strategia I

Rozlew olejowy rozprzestrzenia się swobodnie przez N cykli. Akcja otoczenia rozlewu rozpoczyna się w cyklu $N + 1$, który jest pierwszym cyklem akcji ratowniczej. Cykle akcji ratowniczej są opisane zmienną j , gdzie $j = 1, 2, 3, \dots, M$. Akcja otoczenia rozlewu dzieli się na działania w ataku i działania w obronie.

Działania w obronie na kracie Kartezjańskiej polegają na ustawieniu jednej zapory w każdym nieparzystym cyklu w czwartej ćwiartce układu współrzędnych. Do działań w obronie wykorzystuje się minimalną liczbę środków, pozwalającą kontrolować rozprzestrzeniającą się plamę tworząc linię obrony, w taki sposób, by rozlew nie wyszedł poza tworzoną linię obrony. Dla każdego nieparzystego cyklu $j = 1, 3, 5, \dots$ należy umieścić zapórę na wierzchołku o współrzędnych określonych wzorem:

$$\left(\frac{j+1}{2}, -N - \frac{j+1}{2} \right) \quad (3.1)$$

Zgodnie ze wzorem 3.1 pierwsze trzy zapory w obronie zostaną ustawione kolejno w cyklu $j = 1$ na wierzchołku o współrzędnych $(0, -N - 1)$, w cyklu $j = 3$ na wierzchołku o współrzędnych $(1, -N - 2)$ oraz w cyklu $j = 5$ na wierzchołku o współrzędnych $(2, -N - 3)$.

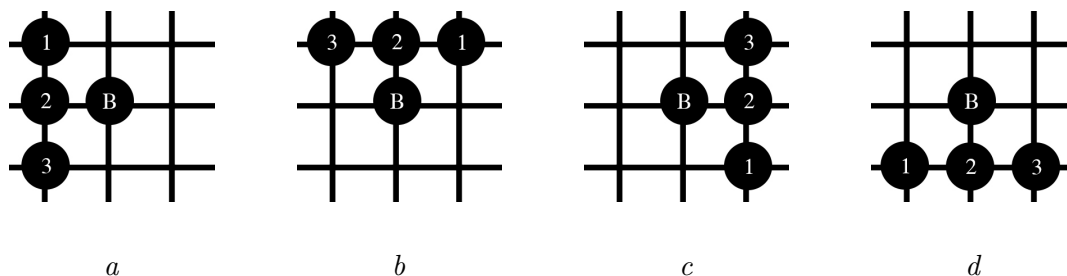
Działania w ataku polegają na umieszczeniu na kracie wszystkich pozostałych dostępnych zapór zgodnie z regułą odpowiednią dla danego obszaru. Na kracie Kartezjańskiej wyszczególniono cztery obszary przedstawione na rysunku 3.6. Działania w ataku to zabezpieczenie plany przed dalszym rozprzestrzenianiem kolejno w każdym z czterech wyszczególnionych obszarów. Działania zostaną przeprowadzone po stronie południowo-zachodniej - jest to etap I akcji ratowniczej, następnie po stronie północno-zachodniej - etap II, północno-wschodniej - etap III, i zakończą się po stronie południowo-wschodniej - etap IV (kolejno trzeci, druga, pierwsza i czwarta ćwiartka układu współrzędnych). Dla każdego obszaru stworzono regułę wyznaczania współrzędnych wierzchołków, na których należy umieścić zapory. Reguły ustawienia zapór są zbudowane w taki sposób, by okrążyć rozlew doprowadzając do

połączenia linii ataku z linią obrony. Wierzchołki, na których umieszcza się zapory ataku to puste wierzchołki będące wierzchołkami sąsiednimi rozlewu. Algorytm działań w ataku wymaga zdefiniowania wierzchołka bazowego. Wierzchołek bazowy jest to wierzchołek, w zależności od którego ustala się współrzędne kolejnej zapory w ataku. Wierzchołek bazowy, od którego rozpoczną się działania w ataku to pierwszy wierzchołek obrony o współrzędnych $(0, -N - 1)$.

Etap I - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie południowo-zachodniej - trzecia ćwiartka układu współrzędnych

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z trzech pozycji $(x - 1, y + 1)$, $(x - 1, y)$, $(x - 1, y - 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$ jest zajęty należy sprawdzić stan wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y)$. Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x - 1, y - 1)$, który jest pusty.



Rysunek 3.8: Reguły wyboru wierzchołka na kracie Kartezjańskiej w strategii I a) etap I b) etap II c) etap III d) etap IV

Źródło: opracowanie własne

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie I, przedstawia wariant *a* na rysunku 3.8. Rysunek prezentuje wierzchołek bazowy, oznaczony literą "B", oraz trzy wierzchołki, na których można umieścić kolejną zaporę ataku. Wierzchołki zostały ponumerowane. Wierzchołek numer "1" jest wierzchołkiem położonym najbliżej rozlewu. Zgodnie z algorytmem, jeżeli wierzchołek numer "1" jest pusty należy umieścić na nim zaporę. W przeciwnym wypadku należy sprawdzić wierzchołek numer "2". Jeżeli wierzchołek jest pusty należy umieścić na nim zaporę. Jeżeli podobnie jak wierzchołek numer "2" jest zajęty przez rozlew zaporę należy umieścić na wierzchołku numer "3", który jest pusty. Jest to wierzchołek najbardziej oddalony od rozlewu. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap I jest zakończony

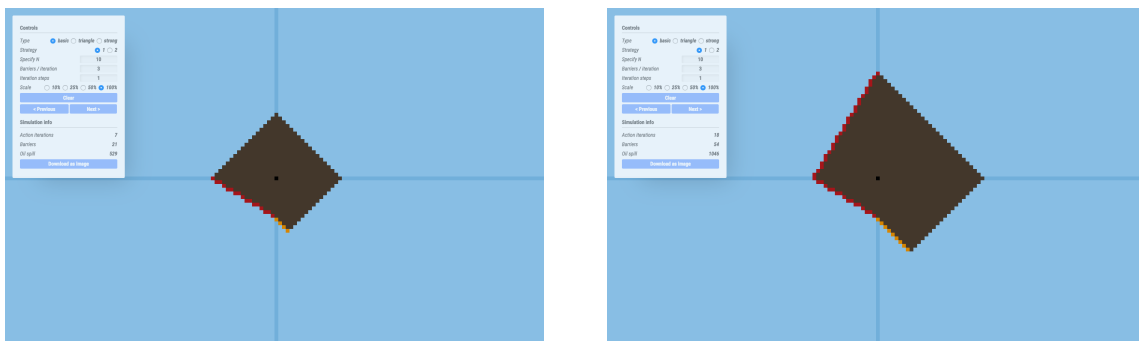
w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = -N - j, y = 0$.

Etap II - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północno-zachodniej - druga ćwiartka układu współrzędnych

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z trzech pozycji $(x + 1, y + 1), (x, y + 1), (x - 1, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$ jest zajęty należy sprawdzić stan wierzchołka o współrzędnych $(x, y + 1)$. Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie II, przedstawia wariant *b* na rysunku 3.8. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap II jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = 0, y = N + j$.



a

b

Rysunek 3.9: Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie Kartezjańskie *a*) etap I *b*) etap II

Źródło: opracowanie własne

Etap III - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północno-wschodniej - pierwsza ćwiartka układu współrzędnych

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z trzech pozycji $(x + 1, y - 1), (x + 1, y), (x + 1, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$ jest zajęty należy sprawdzić stan wierzchołka o współrzędnych $(x + 1, y)$. Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie III, przedstawia wariant *c* na rysunku 3.8. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap III jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = N + j, y = 0$.

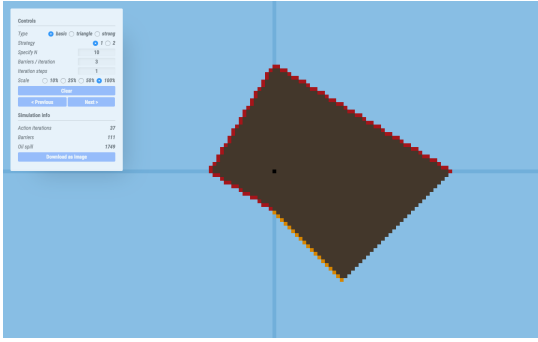
Etap IV - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie południowo-wschodniej - czwarta ćwiartka układu współrzędnych

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z trzech pozycji $(x - 1, y - 1)$, $(x, y - 1)$, $(x + 1, y - 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y - 1)$.

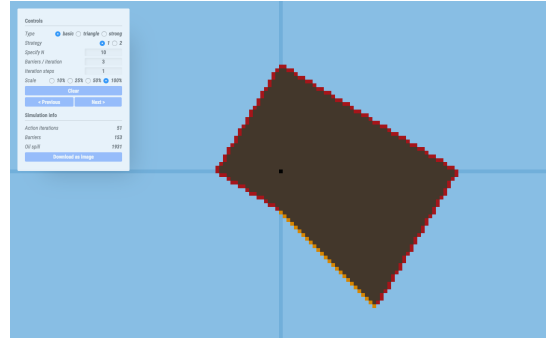
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y - 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y - 1)$ jest zajęty należy sprawdzić stan wierzchołka o współrzędnych $(x, y - 1)$. Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y - 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie IV, przedstawia wariant *d* na rysunku 3.8. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap IV jest zakończony, gdy dojdzie do połączenia linii ataku z linią obrony i rozlew nie będzie się mógł dalej rozprzestrzeniać.

Rysunki 3.9 i 3.10 prezentują kolejne etapy akcji otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 10$ przy użyciu strategii I; w każdym cyklu przeprowadzonej akcji użyto 3 zapory. Rysunek 3.9 *a* przedstawia etap I rozmieszczenia zapór. W czwartej ćwiartce układu powstała linia obrony; wykonano minimalne działania zapobiegające, by rozlew nie wyprzedził linii zapór. W trzeciej ćwiartce układu rozmieszczono zapory ataku. Rysunek 3.9 *b* przedstawia etap II rozmieszczenia zapór, gdzie kontynuowano tworzenie linii obrony w czwartej ćwiartce układu oraz działania w ataku w drugiej ćwiartce układu. Rysunek 3.10 *a* przedstawia etap III rozmieszczenia zapór - kontynuacja tworzenia linii obrony oraz ataku w pierwszej ćwiartce układu. Rysunek 3.10 *b* przedstawia etap IV rozmieszczenia zapór w czwartej ćwiartce układu oraz połączenie linii ataku z linią obrony, co kończy akcję ratowniczą. Zaprezentowane obrazy uzyskano przy użyciu programu symulacyjnego, który powstał w ramach pracy.



a



b

Rysunek 3.10: Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie Kartezjańskie a) etap III b) etap IV - zakończenie akcji ratowniczej

Źródło: opracowanie własne

Strategia II

Strategia II, zbudowana na fundamentach strategii I, różni się zmianą kierunku działań. Zmiana ta powoduje zmniejszenie liczby zapór niezbędnych do otoczenia rozlewu, czasu przeprowadzania akcji ratowniczej oraz obszaru zajętego przez rozlew olejowy. Analogicznie jak w strategii I akcja otoczenia rozlewu rozpoczyna się w cyklu $N + 1$, który jest pierwszym cyklem akcji ratowniczej. Kolejne cykle akcji ratowniczej są opisane zmienną j , gdzie $j = 1, 2, 3, \dots, M$. Akcja otoczenia rozlewu dzieli się na działania w ataku i działania w obronie. Działania w obronie i działania w ataku w etapie I i etapie II są takie same jak w strategii I. Zasadnicza zmiana następuje w etapie III. Etap II jest zakończony w momencie ustawienia zapory w ataku na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniającym zależność $x = 0, y = N + j$, gdzie N to liczba cykli swobodnego rozprzestrzeniania się rozlewu, j to numer cyklu akcji otoczenia rozlewu. Dalsza akcja otoczenia rozlewu będzie polegała na tworzeniu linii obrony w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych oraz tworzeniu linii ataku w czwartej ćwiartce układu. Działania zostają zamienione. W miejscu ataku zostanie stworzona linia obrony, a w miejscu tworzenia linii obrony będą kontynuowane działania w ataku.

Założono, że etap II jest zakończony w cyklu $j = k$. Ostatnia zapora została umieszczona w ataku na wierzchołku o współrzędnych $(0, N + j)$. Działania w obronie w etapie III i etapie IV polegają na ustawieniu jednej zapory w pierwszej ćwiartce co drugi cykl rozpoczynając od cyklu $j = k + 2$. Dla każdego cyklu $j = k + 2, k + 4, k + 6, \dots$ należy umieścić zapórę na wierzchołku o współrzędnych określonych wzorem:

$$\left(\frac{j - k}{2}, N + j + \frac{j - k}{2} \right) \quad (3.2)$$

Zgodnie ze wzorem 3.2 pierwsze trzy zapory w obronie zostaną ustawione kolejno w cyklu $j = k + 2$ na wierzchołku o współrzędnych $(1, N + j + 1)$, w cyklu $j = k + 4$ na wierzchołku o współrzędnych $(2, N + j + 2)$ oraz w cyklu $j = k + 6$ na wierzchołku o współrzędnych $(3, N + j + 3)$.

Wierzchołek bazowy, od którego rozpoczną się działania w ataku w etapie III to ostatni wierzchołek obrony. Jeżeli etap II został zakończony w cyklu parzystym, czyli $k = 2r$, gdzie $r = 1, 2, 3, \dots$, to ostatni wierzchołek obrony został umieszczony w cyklu nieparzystym $j = k - 1$. Zgodnie ze worem 3.1 jest to wierzchołek o współrzędnych opisanych wzorem:

$$\left(\frac{k}{2}, -N - \frac{k}{2}\right)$$

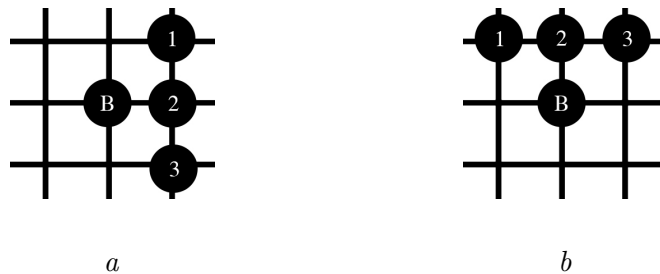
Jeżeli etap II został zakończony w cyklu nieparzystym, czyli $k = 2s + 1$, gdzie $s = 0, 1, 2, \dots$, to ostatni wierzchołek obrony został umieszczony w cyklu nieparzystym $j = k$. Zgodnie ze wzorem 3.1 jest to wierzchołek o współrzędnych opisanych wzorem:

$$\left(\frac{k+1}{2}, -N - \frac{k+1}{2}\right)$$

Etap III - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie południowo-wschodniej - czwarta ćwiartka układu współrzędnych

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z trzech pozycji $(x + 1, y + 1)$, $(x + 1, y)$, $(x + 1, y - 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$ jest zajęty należy sprawdzić stan wierzchołka o współrzędnych $(x + 1, y)$. Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$, który jest pusty.



Rysunek 3.11: Reguły wyboru wierzchołka na kracie Kartezjańskie w strategii II a) etap III b) etap IV

Źródło: opracowanie własne

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie III, przedstawia wariant *a* na rysunku 3.11. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap III

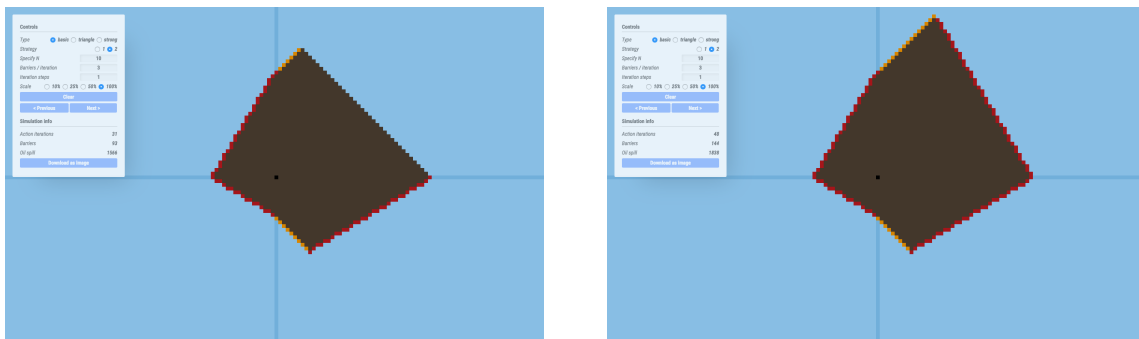
jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = N + j$, $y = 0$.

Etap IV - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północno-wschodniej - pierwsza ćwiartka układu współrzędnych

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z trzech pozycji $(x - 1, y + 1)$, $(x, y + 1)$, $(x + 1, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$ jest zajęty należy sprawdzić stan wierzchołka o współrzędnych $(x, y + 1)$. Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie IV, przedstawia wariant *b* na rysunku 3.11. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap IV jest zakończony, gdy dojdzie do połączenia linii ataku z linią obrony i rozlew nie będzie się mógł dalej rozprzestrzeniać.



a

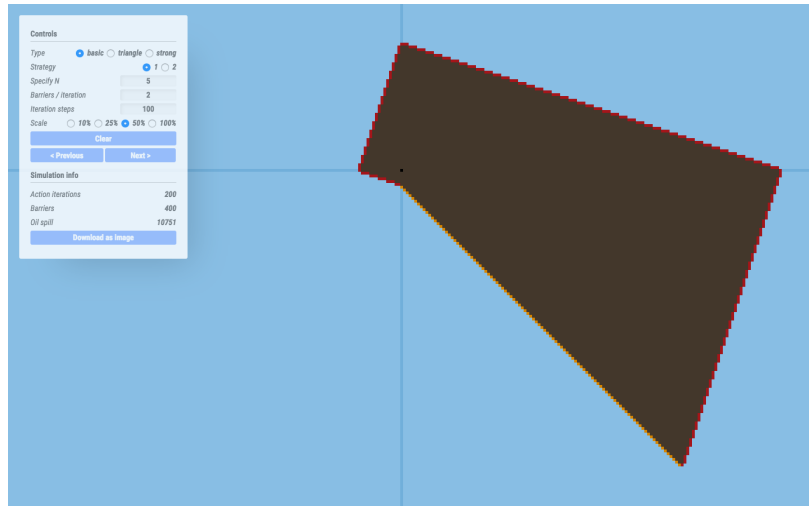
b

Rysunek 3.12: Strategia II rozmieszczenia zapór na kracie Kartezjańskiej a) etap III b) etap IV - zakończenie akcji ratowniczej

Źródło: opracowanie własne

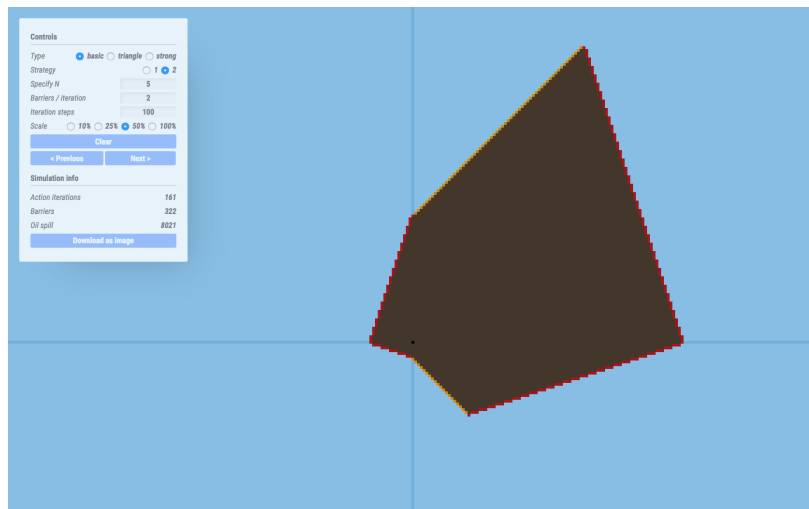
Rysunek 3.12 prezentuje etap III i etap IV akcji otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 10$ przy użyciu strategii II; w każdym cyklu przeprowadzonej akcji użyto 3 zapory. Etap I i etap II akcji otoczenia plamy olejowej są takie same jak w strategii I i zostały przedstawione na rysunku 3.9. Rysunek 3.12 *a* prezentuje etap III rozmieszczenia zapór przy użyciu strategii II. W pierwszej ćwiartce układu powstała linia obrony, wykonano minimalne działania zapobiegające, by rozlew

nie wyprzedził linii zapór. W czwartej ćwiartce układu, gdzie w etapie I i etapie II powstała linia obrony, rozmieszczono zapory ataku. Rysunek 3.12 *b* przedstawia etap IV rozmieszczenia zapór. W czwartej ćwiartce układu kontynuowano działania podjęte w etapie III co doprowadziło do połączenia linii ataku z linią obrony i zakończenia akcji ratowniczej.



Rysunek 3.13: Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu strategii I - skala 50%

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 3.14: Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu strategii II - skala 50%

Źródło: opracowanie własne

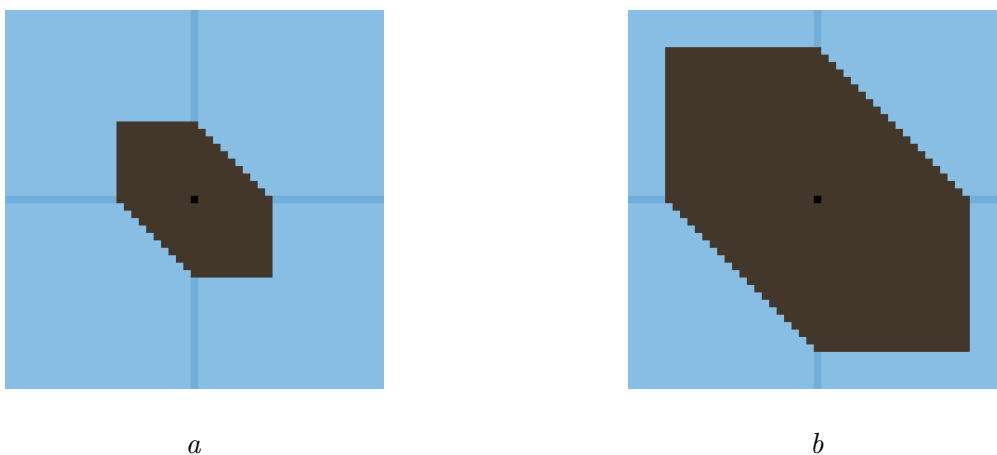
Rysunki 3.13 i 3.14 prezentują akcję otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 5$ przy użyciu minimalnej liczby środków w cyklu akcji w postaci 2 zapór. Akcja otoczenia przeprowadzona przy użyciu minimalnej liczby środków pozwala uwypuklić różnicę pomiędzy strategią I zaprezentowaną na rysunku 3.13, a strategią II zaprezentowaną na rysunku 3.14.

3.3 Model trójkątny

Rozlew olejowy na kracie trójkątnej w cyklu N , gdzie $N = 1, 2, 3, \dots$ przybiera kształt sześciokąta o wierzchołkach $(N, 0), (N, -N), (0, -N), (-N, 0), (-N, N), (0, N)$. Wielkość plamy, czyli liczba wierzchołków grafu, na które rozprzestrzeni się rozlew przedstawia wzór:

$$\bigcup_{i=0}^N R_i = 1 + \sum_{i=1}^N 6i = 1 + 6 + 12 + 18 + 24 + \dots$$

gdzie R_i to zbiór wierzchołków odległych od wierzchołka wyznaczającego środek układu współrzędnych o i krawędzi. Rysunek 3.15 *a* prezentuje rozlew olejowy w 10 cyklu. Rozlew rozprzestrzenił się na 331 wierzchołków. Rysunek 3.15 *b* prezentuje rozlew olejowy w 20 cyklu. Rozlew rozprzestrzenił się na 1261 wierzchołków. Pole powierzchni plamy na rysunku 3.15 *b* jest 4 razy większe od pola powierzchni plamy na rysunku 3.15 *a*.



Rysunek 3.15: Rozlew na kracie trójkątnej *a*) o parametrze $N = 10$ *b*) o parametrze $N = 20$

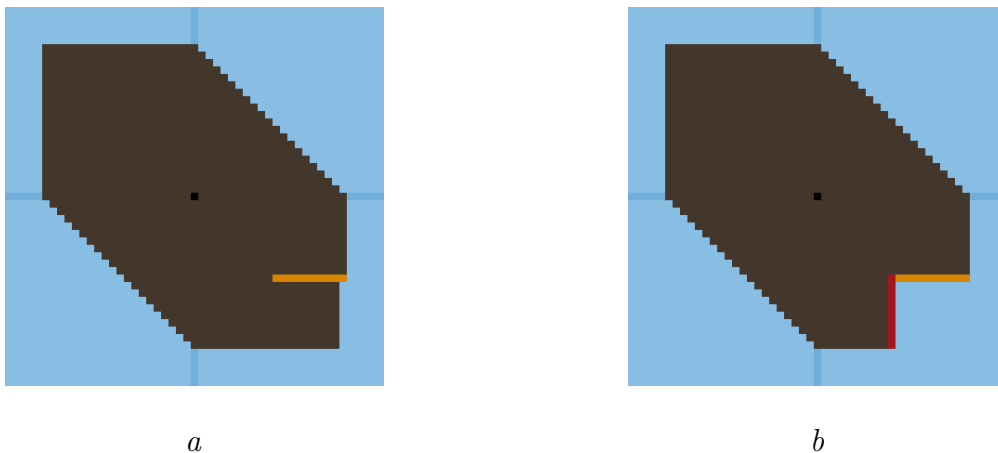
Źródło: opracowanie własne

Model rozlewu olejowego zbudowany na kracie trójkątnej prezentuje algorytmy i strategie pozwalające otoczyć plamę olejową o dowolnym parametrze N w skończonym czasie. Zgodnie z założeniami modelu od momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej, czyli w każdym cyklu fazy drugiej, na pustych wierzchołkach należy umieścić co najmniej minimalną liczbę zapór pozwalającą otoczyć rozlew na kracie trójkątnej. W przeciwnym przypadku plama olejowa nie zostanie otoczona. Podstawowe założenia dotyczące liczby zapór użytych do otoczenia rozlewu sformułowana w postaci wniosku i twierdzeń.

Wniosek 2 *Otoczenie rozlewu przy użyciu dwóch zapór w cyklu na kracie trójkątnej jest niemożliwe.*

Analogiczny wniosek został udowodniony dla zagadnienia problemu strażaka. Rysunek 3.16 *a* przedstawia rozlew olejowy o parametrze $N = 10$ oraz nieudaną próbę

walki z rozlewem przy użyciu jednej zapory w cyklu akcji. Użycie jednej zapory w cyklu akcji na kracie trójkątnej nie jest zasadne. Rysunek 3.16 *b* prezentuje akcję ratowniczą polegającą na użyciu dwóch zapór w cyklu. Użyta liczba środków zmniejsza zasięg rozprzestrzeniania rozlewu, ale nie prowadzi do jego otoczenia.



Rysunek 3.16: Rozlew na kracie trójkątnej *a*) użycie jednej zapory w cyklu akcji *b*) użycie dwóch zapór w cyklu akcji

Źródło: opracowanie własne

Twierdzenie 3 *Do otoczenia rozlewu rozprzestrzeniającego się przez N cykli, gdzie $N = 1, 2, 3, \dots$, na kracie trójkątnej wystarczą trzy zapory.*

Na kracie trójkątnej trzy zapory użyte w każdym cyklu akcji to minimalna liczba środków umożliwiająca otoczenie rozlewu w skończonym czasie. Zagadnienie problemu strażaka to szczegółowe badania dotyczące minimalnej liczby środków niezbędnych do otoczenia pożaru. Poniższe twierdzenie zostało sformułowane na bazie analogicznego twierdzenia dla pożarów przedstawionego w załączniku A.

Twierdzenie 4 *Jeżeli na kracie trójkątnej rozpoczynamy akcję w cyklu $N + 1$ i mamy trzy zapory w każdym cyklu wtedy*

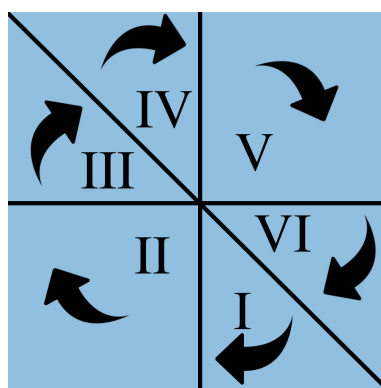
- *liczba cykli potrzebnych do otoczenia rozlewu wynosi $18N + 3$,*
- *liczba wierzchołków rozlewu wynosi $172N^2 + 58N + 5$.*

Ustalenie minimalnej liczby środków użytych w cyklu akcji ma szczególne znaczenie, ponieważ gwarantuje powodzenie akcji ratowniczej.

Strategie rozmieszczenia w modelu trójkątnym

Na kracie trójkątnej rozlew rozprzestrzenia się w sześciu kierunkach. Akcja ratownicza polega na otoczeniu rozlewu linią zapór, by zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu. W celu otoczenia rozlewu należy umieścić zapory na wszystkich

wierzchołkach będących wierzchołkami sąsiednimi wierzchołków zajętych przez rozlew. Zadanie to można zrealizować na wiele sposobów. Sposób i kierunek działań ratowniczych polegających na rozmieszczeniu kolejnych zapór zdefiniowano w postaci strategii rozmieszczenia zapór. W modelu użyto dwóch strategii. W obu strategiach zastosowano podział działań na działania obronne i działania polegające na ataku. Działania w obronie polegają na wykorzystaniu minimalnej liczby środków zapobiegającej, by rozlew nie wyprzedził linii zapór. Działania w ataku to wykorzystanie pozostałej liczby zapór w taki sposób, by jak najszybciej okrążyć rozlew. Strategie różnią się kierunkiem przeprowadzanych działań. W strategii I działania w obronie i w ataku przeprowadzane są cały czas w tym samym kierunku. W strategii II następuje zamiana kierunku działań.



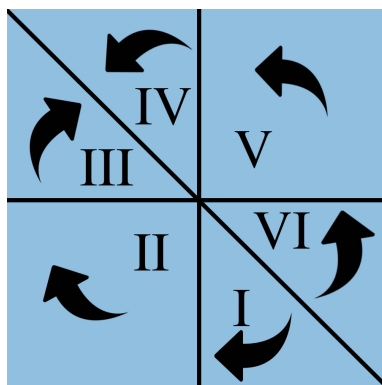
Rysunek 3.17: Kierunek działań w strategii I na karcie trójkątnej

Źródło: opracowanie własne

W strategii I działania w obronie polegają na stworzeniu linii obrony w kierunku wschodnim rozpoczynając od pierwszej ustawionej zapory, a działania w ataku polegają na otoczeniu rozlewu kolejno po stronie południowej, południowo-zachodniej, zachodniej, północnej, północno-wschodniej i wschodniej, aż do momentu połączenia linii ataku z linią obrony. Kierunek ustawiania zapór ataku w strategii I prezentuje rysunek 3.17.

W strategii II działania rozpoczynają się podobnie jak w strategii I. Linia obrony powstaje w kierunku wschodnim rozpoczynając od pierwszej ustawionej zapory, a działania w ataku polegają na otoczeniu rozlewu kolejno po stronie południowej, południowo-zachodniej i zachodniej. W momencie ustawienia zapory na wierzchołku najbardziej wysuniętym na północny-zachód następuje zamiana działań. W miejscu ataku zostanie stworzona linia obrony w kierunku północnym, a w miejscu tworzenia linii obrony będą kontynuowane działania ataku kolejno po stronie wschodniej, północno-wschodniej i północnej. Kierunek ustawiania zapór ataku w strategii II prezentuje rysunek 3.18. Zmiana kierunku działań powoduje zmniejszenie obszaru zajętego przez rozlew, zmniejszenie czasu przeprowadzanych działań oraz zmniejszenie liczby użytych zapór.

Podczas akcji ratowniczej rozlew olejowy rozprzestrzenia się dalej z wierzchołków zajętych przez rozlew na wszystkie puste sąsiednie wierzchołki. Od momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej jeden cykl obejmuje kolejno ruch akcji, czyli ustawienie



Rysunek 3.18: Kierunek działań w strategii II na kracie trójkątnej

Źródło: opracowanie własne

dostępnej liczby zapór oraz ruch rozlewu. Akcja jest zakończona, gdy zapory otoczą rozlew, zapobiegając jego dalszemu rozprzestrzenianiu.

Strategia I

Rozlew olejowy rozprzestrzenia się swobodnie przez N cykli. Akcja otoczenia rozlewu rozpoczyna się w cyklu $N + 1$, który jest pierwszym cyklem akcji ratowniczej. Cykle akcji ratowniczej są opisane zmienną j , gdzie $j = 1, 2, 3, \dots, M$. Akcja otoczenia rozlewu dzieli się na działania w ataku i działania w obronie.

Działania w obronie na kracie trójkątnej polegają na ustawieniu jednej zapory w każdym cyklu w czwartej ćwiartce układu współrzędnych. Do działań w obronie wykorzystuje się minimalną liczbę środków, pozwalającą kontrolować rozprzestrzeniającą się plamę, tworząc linię obrony, w taki sposób, by rozlew nie wyszedł poza tworzoną linię obrony. Dla każdego cyklu akcji $j = 1, 2, 3, \dots$ należy umieścić zapórę na wierzchołku o współrzędnych określonych wzorem:

$$(N + j, -N - 1) \quad (3.3)$$

Zgodnie ze wzorem 3.3 pierwsze trzy zapory w obronie zostaną ustawione kolejno w cyklu $j = 1$ na wierzchołku o współrzędnych $(N + 1, -N - 1)$, w cyklu $j = 2$ na wierzchołku o współrzędnych $(N + 2, -N - 1)$ oraz w cyklu $j = 3$ na wierzchołku o współrzędnych $(N + 3, -N - 1)$.

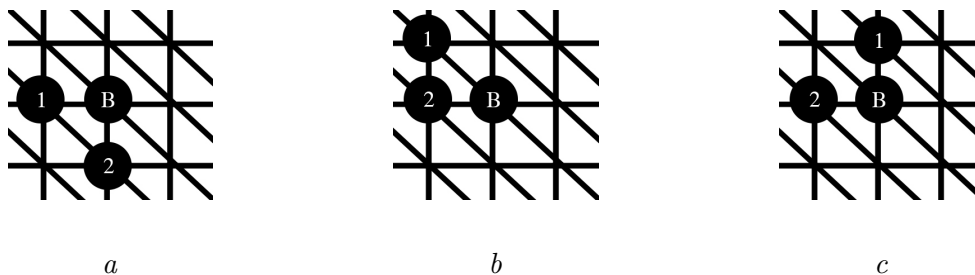
Działania w ataku polegają na umieszczeniu na kracie wszystkich pozostałych dostępnych zapór zgodnie z regułą odpowiednią dla danego obszaru. Na kracie trójkątnej wyszczególniono sześć obszarów przedstawionych na rysunku 3.17. Działania w ataku to zabezpieczenie plamy kolejno w każdym z sześciu wyszczególnionych obszarów. Działania zostaną poprowadzone po stronie południowej - jest to etap I akcji ratowniczej, następnie po stronie południowo-wschodniej - etap II, wschodniej - etap III, północnej - etap IV, północno-zachodniej - etap V i zakończą się po stronie zachodniej. Dla każdego obszaru stworzono regułę wyznaczania współrzędnych wierzchołków, na których należy umieścić zapory. Reguły ustawienia zapór są zbudowane w taki sposób, by okrążyć rozlew doprowadzając do połączenia linii ataku

z linią obrony. Wierzchołki, na których umieszcza się zapory ataku to puste wierzchołki będące wierzchołkami sąsiednimi rozlewu. Algorytm działań w ataku wymaga zdefiniowania wierzchołka bazowego. Wierzchołek bazowy jest to wierzchołek, w zależności od którego ustala się współrzędne kolejnej zapory w ataku. Wierzchołek bazowy, od którego rozpoczną się działania w ataku to pierwszy wierzchołek obrony o współrzędnych $(N + 1, -N - 1)$.

Etap I - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie południowej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zapórę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x - 1, y)$ lub $(x, y - 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zapórę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest zajęty zapórę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x, y - 1)$, który jest pusty.



Rysunek 3.19: Reguły wyboru wierzchołka na kracie trójkątnej w strategii I a) etap I b) etap II c) etap III

Źródło: opracowanie własne

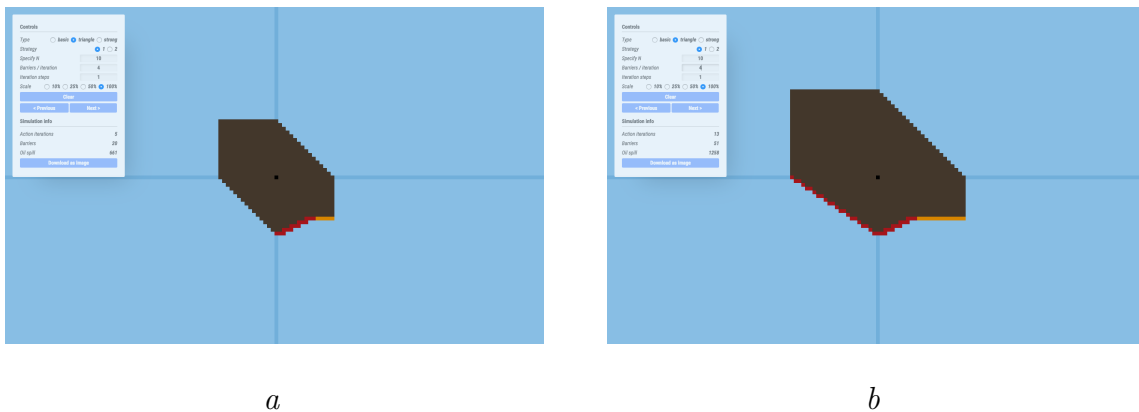
Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zapórę ataku w etapie I, przedstawia wariant a na rysunku 3.19. Rysunek prezentuje wierzchołek bazowy, oznaczony literą "B" oraz dwa wierzchołki, na których można umieścić kolejną zapórę ataku. Wierzchołki zostały ponumerowane. Wierzchołek numer „1” jest wierzchołkiem położonym najbliżej rozlewu. Zgodnie z algorytmem, jeśli wierzchołek numer „1” jest pusty należy umieścić na nim zapórę. Jeśli wierzchołek numer „1” jest zajęty przez rozlew zapórę należy umieścić na wierzchołku numer „2”, który jest pusty. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap I jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = 0$.

Etap II - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie południowo-zachodniej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zapórę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x - 1, y + 1)$ lub $(x - 1, y)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x - 1, y)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie II, przedstawia wariant *b* na rysunku 3.19. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap II jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $y = 0$.



Rysunek 3.20: Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej a) etap I b) etap II

Źródło: opracowanie własne

Etap III - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie zachodniej

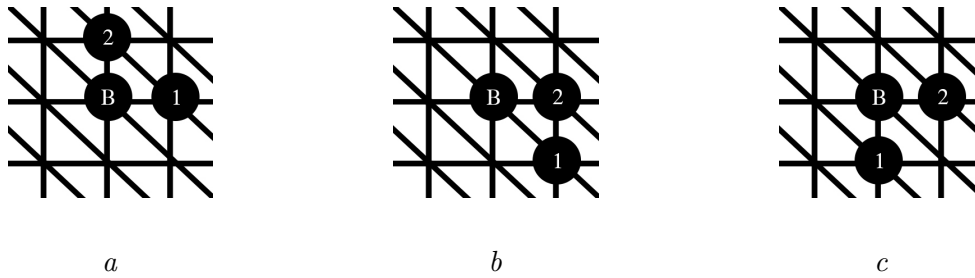
Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x, y + 1)$ lub $(x - 1, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie III, przedstawia wariant *c* na rysunku 3.19. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap III jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $-x = y$.

Etap IV - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północnej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x + 1, y)$ lub $(x, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x + 1, y)$.

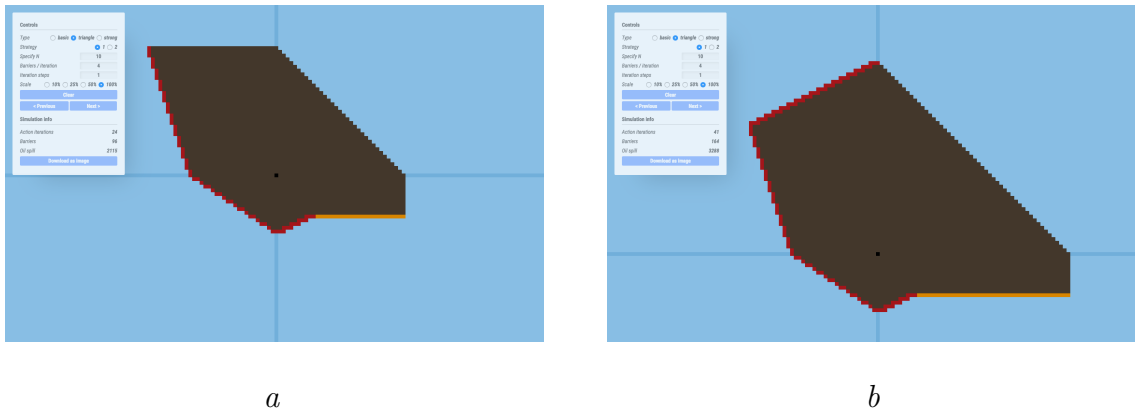


Rysunek 3.21: Reguły wyboru wierzchołka na kracie trójkątnej w strategii I a) etap IV b) etap V c) etap VI

Źródło: opracowanie własne

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x, y + 1)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie IV, przedstawia wariant *a* na rysunku 3.21. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap IV jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = 0$.



Rysunek 3.22: Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej a) etap III b) etap IV

Źródło: opracowanie własne

Etap V - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północno-wschodniej
 Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x + 1, y - 1)$ lub $(x + 1, y)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y)$, który jest pusty.

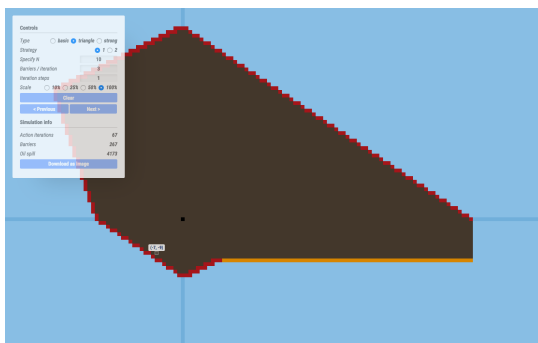
Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie V, przedstawia wariant *b* na rysunku 3.21. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap V jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $y = 0$.

Etap VI - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie wschodniej

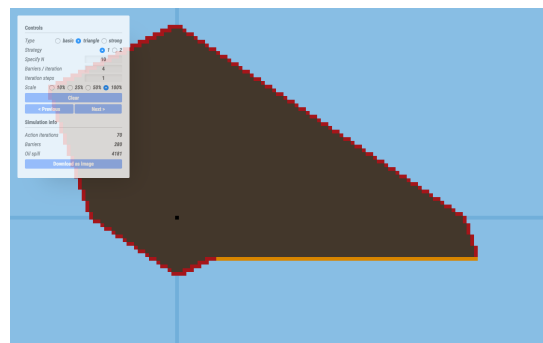
Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x, y - 1)$ lub $(x + 1, y - 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x, y - 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y - 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y - 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y - 1)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie VI, przedstawia wariant *c* na rysunku 3.21. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap VI jest zakończony, gdy dojdzie do połączenia linii ataku z linią obrony i rozlew nie będzie się mógł dalej rozprzestrzeniać.



a



b

Rysunek 3.23: Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej a) etap V b) etap VI - zakończenie akcji ratowniczej

Źródło: opracowanie własne

Strategia II

Strategia II, zbudowana na fundamentach strategii I, różni się zmianą kierunku działań. Zmiana ta powoduje zmniejszenie liczby zapór niezbędnych do otoczenia rozlewu, czasu przeprowadzania akcji ratowniczej oraz obszaru zajętego przez rozlew olejowy. Analogicznie jak w strategii I akcja otoczenia rozlewu rozpoczyna się w cyklu $N + 1$, który jest pierwszym cyklem akcji ratowniczej. Kolejne cykle akcji ratowniczej są opisane zmienną j , gdzie $j = 1, 2, 3, \dots, M$. Akcja otoczenia rozlewu dzieli się na działania w ataku i działania w obronie. Działania w obronie i działania w ataku w etapie I, etapie II i etapie III są takie same jak w strategii I. Zasadnicza zmiana następuje w etapie IV. Etap III jest zakończony w momencie ustawienia zapory w ataku na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniającym zależność $-x = y = N + j$, gdzie N to liczba cykli swobodnego rozprzestrzeniania się rozlewu, j to numer cyklu akcji otoczenia rozlewu. Dalsza akcja otoczenia rozlewu będzie polegała na tworzeniu linii obrony po stronie północnej oraz tworzeniu linii ataku po stronie wschodniej. Działania zostają zamienione. W miejscu ataku zostanie stworzona linia obrony, a w miejscu tworzenia linii obrony będą kontynuowane działania w ataku.

Założono, że etap III jest zakończony w cyklu $j = k$. Ostatnia zaporą została umieszczona w ataku na wierzchołku o współrzędnych $(-N - j, N + j)$. Działania w obronie w etapie III, etapie IV i etapie V polegają na ustawieniu jednej zapory w każdym cyklu w drugiej ćwiartce układu współrzędnych. Dla każdego cyklu $j = k + 1, k + 2, k + 3, \dots$ należy umieścić zaporę na wierzchołku o współrzędnych określonych wzorem:

$$(-N - k, N + j) \quad (3.4)$$

Zgodnie ze wzorem 3.4 pierwsze trzy zapory w obronie zostaną ustawione kolejno w cyklu $j = k + 1$ na wierzchołku o współrzędnych $(-N - k, N + k + 1)$, w cyklu $j = k + 2$ na wierzchołku o współrzędnych $(-N - k, N + k + 2)$ oraz w cyklu $j = k + 3$ na wierzchołku o współrzędnych $(-N - k, N + k + 3)$.

Wierzchołek bazowy, od którego rozpoczną się działania w ataku w etapie IV to ostatni wierzchołek obrony. Jeżeli etap III został zakończony w cyklu $j = k$, to ostatni wierzchołek obrony, zgodnie ze wzorem 3.3, ma współrzędne opisane wzorem:

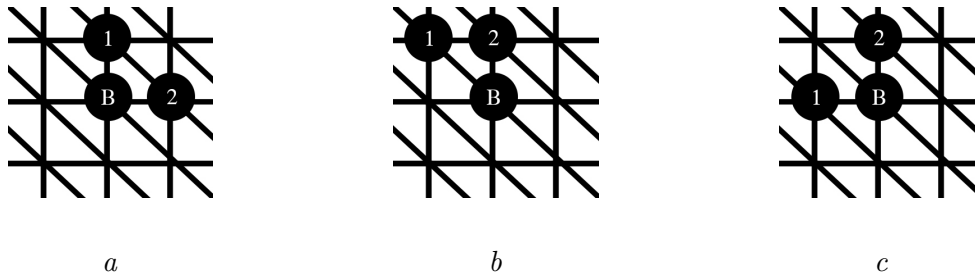
$$(N + k, -N - 1)$$

Etap IV - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie wschodniej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x, y + 1)$, $(x + 1, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y + 1)$, który jest pusty.

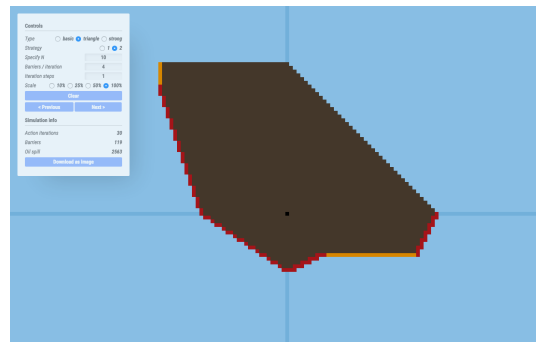
Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie IV, przedstawia wariant *a* na rysunku 3.24. Wierzchołek, na którym zostanie



Rysunek 3.24: Reguły wyboru wierzchołka na kracie trójkątnej w strategii II a) etap IV b) etap V c) etap VI

Źródło: opracowanie własne

umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap III jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $y = 0$.



Rysunek 3.25: Strategia II rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej etap IV

Źródło: opracowanie własne

Etap V - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północno-wschodniej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x - 1, y + 1)$, $(x, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x, y + 1)$, który jest pusty.

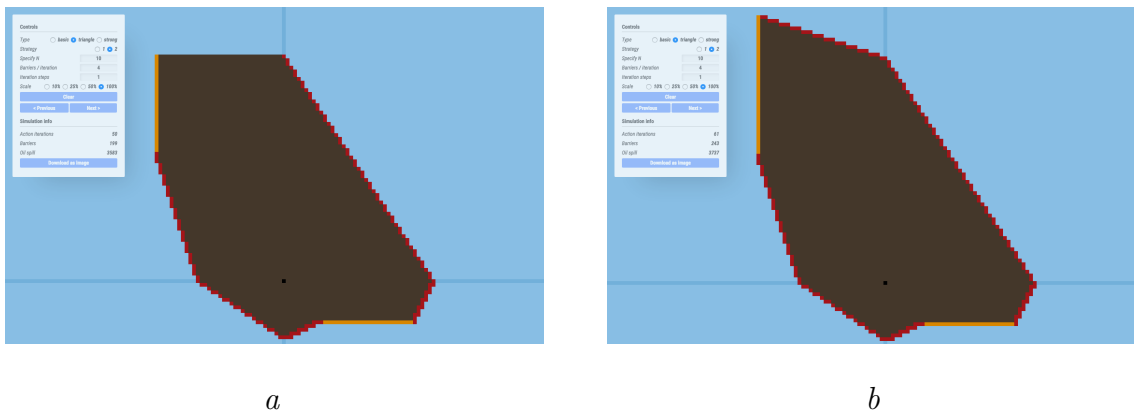
Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie V, przedstawia wariant b na rysunku 3.24. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap IV jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = 0$.

Etap VI - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północnej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x - 1, y)$, $(x - 1, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x - 1, y + 1)$, który jest pusty.

Regułę wyboru wierzchołka, na którym należy umieścić zaporę ataku w etapie VI, przedstawia wariant *c* na rysunku 3.24. Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap VI jest zakończony gdy dojdzie do połączenia linii ataku z linią obrony i rozlew nie będzie się mógł dalej rozprzestrzeniać.



Rysunek 3.26: Strategia II rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej a) etap V b) etap VI - zakończenie akcji ratowniczej

Źródło: opracowanie własne

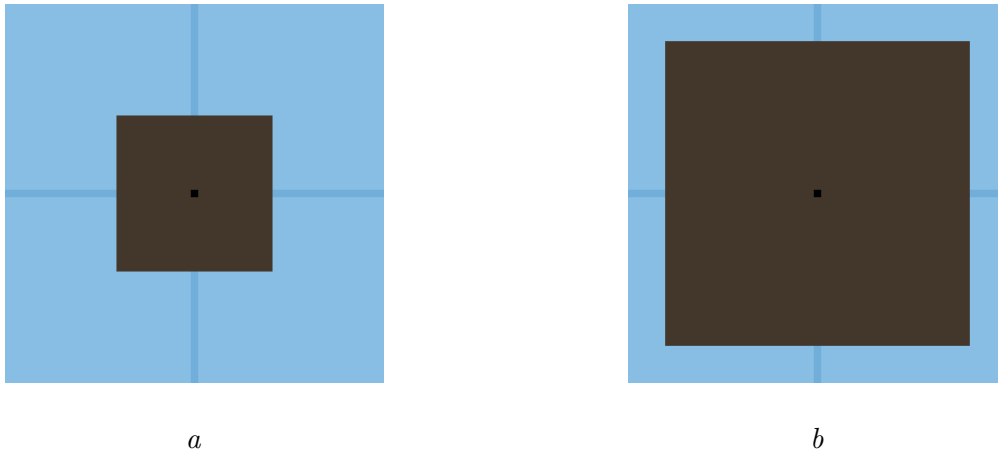
3.4 Model mocny

Rozlew olejowy na kracie mocnej w cyklu N , gdzie $N = 1, 2, 3, \dots$ przybiera kształt kwadratu o wierzchołkach (N, N) , $(N, -N)$, $(-N, -N)$, $(-N, N)$. Wielkość plamy, czyli ilość wierzchołków grafu, na które rozprzestrzeni się rozlew przedstawia wzór:

$$\bigcup_{i=0}^N R_i = 1 + \sum_{i=1}^N 8i = 1 + 8 + 16 + 24 + 32 + \dots$$

gdzie R_i to zbiór wierzchołków odległych od wierzchołka wyznaczającego środek układu współrzędnych o i krawędzi. Rysunek 3.27 *a* prezentuje rozlew olejowy w 10

cyklu. Rozlew rozprzestrzenił się na 441 wierzchołków. Rysunek 3.27 *b* prezentuje rozlew olejowy w 20 cyklu. Rozlew rozprzestrzenił się na 1681 wierzchołków. Pole powierzchni plamy na rysunku 3.27 *b* jest 4 razy większe od pola powierzchni plamy na rysunku 3.27 *a*.



Rysunek 3.27: Rozlew na kracie mocnej *a*) o parametrze $N = 10$ *b*) o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

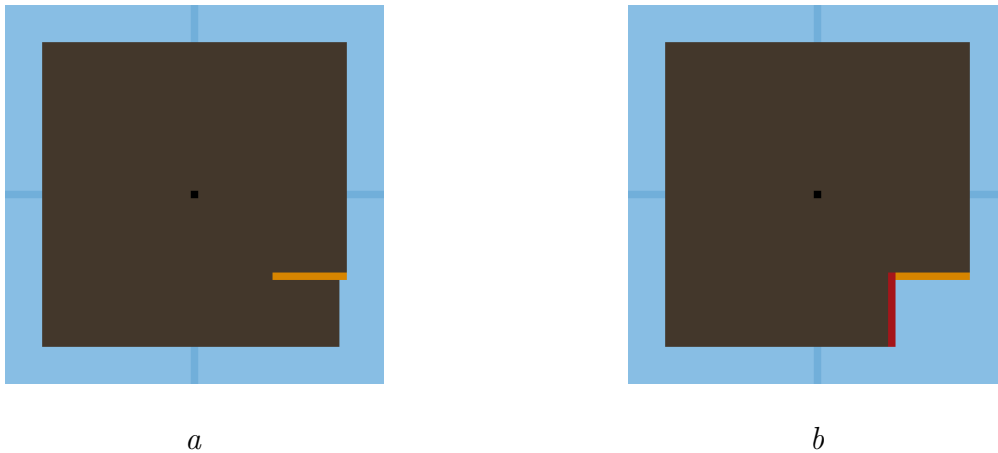
Model rozlewu olejowego zbudowany na kracie trójkątnej prezentuje algorytmy i strategie pozwalające otoczyć plamę olejową o dowolnym parametrze N w skończonym czasie. Zgodnie z założeniami modelu od momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej, czyli w każdym cyklu fazy drugiej, na pustych wierzchołkach należy umieścić co najmniej minimalną liczbę zapór pozwalającą otoczyć rozlew na kracie trójkątnej. W przeciwnym przypadku plama olejowa nie zostanie otoczona. Podstawowe założenia dotyczące liczby zapór użytych do otoczenia rozlewu sformułowana w postaci wniosku i twierdzeń.

Wniosek 3 *Otoczenie rozlewu przy użyciu trzech zapór w cyklu na kracie mocnej jest niemożliwe.*

Analogiczny wniosek został udowodniony dla zagadnienia problemu strażaka. Rysunek 3.28 *a* przedstawia rozlew olejowy o parametrze $N = 10$ oraz nieudaną próbę walki z rozlewem przy użyciu jednej zapory w cyklu akcji. Użycie jednej zapory w cyklu akcji na kracie trójkątnej nie jest zasadne. Rysunek 3.28 *b* prezentuje akcję ratowniczą polegającą na użyciu dwóch zapór w cyklu. Użyta liczba środków zmniejsza zasięg rozprzestrzeniania rozlewu, ale nie prowadzi do jego otoczenia.

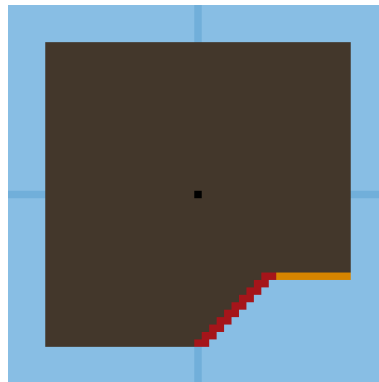
Rysunek 3.28 *a* przedstawia rozlew olejowy o parametrze $N = 10$ oraz nieudaną próbę walki z rozlewem przy użyciu jednej zapory w cyklu akcji. Użycie jednej zapory w cyklu akcji na kracie trójkątnej nie jest zasadne. Rysunek 3.28 *b* prezentuje akcję ratowniczą polegającą na użyciu dwóch zapór w cyklu. Użyta liczba środków zmniejsza zasięg rozprzestrzeniania rozlewu, ale nie prowadzi do jego otoczenia.

Twierdzenie 5 *Do otoczenia rozlewu rozprzestrzeniającego się przez N cykli, gdzie $N = 1, 2, 3, \dots$, na kracie mocnej wystarczą cztery zapory.*



Rysunek 3.28: Rozlew na kracie mocnej a) użycie jednej zapory w cyklu akcji b) użycie dwóch zapór w cyklu akcji

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 3.29: Rozlew na kracie mocnej - użycie trzech zapór w cyklu akcji

Źródło: opracowanie własne

Na kracie mocnej cztery zapory użyte w każdym cyklu akcji to minimalna liczba środków umożliwiająca otoczenie rozlewu w skończonym czasie. Zagadnienie problemu strażaka to szczegółowe badania dotyczące minimalnej liczby środków niezbędnych do otoczenia pożaru. Poniższe twierdzenie zostało sformułowane na bazie analogicznego twierdzenia dla pożarów przedstawionego w załączniku A.

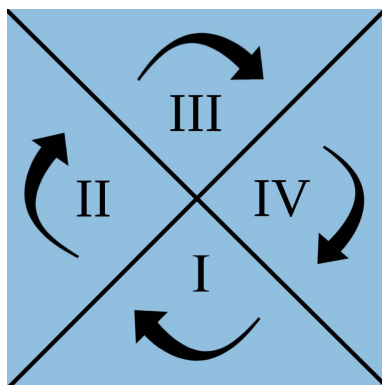
Twierdzenie 6 *Jeżeli na kracie mocnej rozpoczynamy akcję w cyklu $N + 1$ i mamy cztery zapory w każdym cyklu, wtedy:*

- *liczba cykli potrzebnych do otoczenia rozlewu wynosi $24N + 7$,*
- *liczba wierzchołków rozlewu wynosi $340N^2 + 218N + 35$.*

Ustalenie minimalnej liczby środków użytych w cyklu akcji ma szczególne znaczenie, ponieważ gwarantuje powodzenie akcji ratowniczej.

Strategie rozmieszczenia w modelu mocnym

Na kracie mocnej rozlew rozprzestrzenia się w ośmiu kierunkach. Akcja ratownicza polega na otoczeniu rozlewu linią zapór, by zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu. W celu otoczenia rozlewu należy umieścić zapory na wszystkich wierzchołkach będących wierzchołkami sąsiednimi wierzchołków zajętych przez rozlew. Zadanie to można zrealizować na wiele sposobów. Sposób i kierunek działań ratowniczych polegających na rozmieszczeniu kolejnych zapór zdefiniowano w postaci strategii rozmieszczenia zapór. W modelu użyto dwóch strategii. W obu strategiach zastosowano podział działań na działania obronne i działania polegające na ataku. Działania w obronie polegają na wykorzystaniu minimalnej liczby środków zapobiegającej, by rozlew nie wyprzedził linii zapór. Działania w ataku to wykorzystanie pozostałej liczby zapór w taki sposób, by jak najszybciej okrążyć rozlew. Strategie różnią się kierunkiem przeprowadzanych działań. W strategii I działania w obronie i w ataku przeprowadzane są cały czas w tym samym kierunku. W strategii II następuje zamiana kierunku działań.

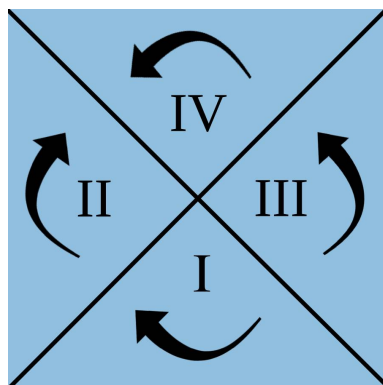


Rysunek 3.30: Kierunek działań w strategii I na kracie mocnej

Źródło: opracowanie własne

W strategii I działania w obronie polegają na stworzeniu linii obrony w kierunku wschodnim rozpoczynając od pierwszej ustawionej zapory, a działania w ataku polegają na otoczeniu rozlewu kolejno po stronie południowej, zachodniej, północnej i wschodniej, aż do momentu połączenia linii ataku z linią obrony. Kierunek ustawiania zapór ataku w strategii I prezentuje rysunek 3.30.

W strategii II działania rozpoczynają się podobnie jak w strategii I. Linia obrony powstaje w kierunku wschodnim rozpoczynając od pierwszej ustawionej zapory, a działania w ataku polegają na otoczeniu rozlewu kolejno po stronie południowej i zachodniej. W momencie ustawienia zapory na wierzchołku najbardziej wysuniętym na północny-zachód następuje zamiana działań. W miejscu ataku zostanie stworzona linia obrony w kierunku północnym, a w miejscu tworzenia linii obrony będą kontynuowane działania ataku kolejno po stronie wschodniej i północnej. Kierunek ustawiania zapór ataku w strategii II prezentuje rysunek 3.31. Zmiana kierunku działań powoduje zmniejszenie obszaru zajętego przez rozlew, zmniejszenie czasu przeprowadzanych działań oraz zmniejszenie liczby użytych zapór.



Rysunek 3.31: Kierunek działań w strategii II na kracie mocnej

Źródło: opracowanie własne

Podczas akcji ratowniczej rozlew olejowy rozprzestrzenia się dalej z wierzchołków zajętych przez rozlew na wszystkie puste sąsiednie wierzchołki. Od momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej jeden cykl obejmuje kolejno ruch akcji, czyli ustawienie dostępnej liczby zapór oraz ruch rozlewu. Akcja jest zakończona, gdy zapory otoczą rozlew, zapobiegając jego dalszemu rozprzestrzenianiu.

Strategia I

Rozlew olejowy rozprzestrzeniał się swobodnie przez N cykli. Akcja otoczenia rozlewu rozpoczyna się w cyklu $N+1$, który jest pierwszym cyklem akcji ratowniczej. kolejne cykle akcji ratowniczej są opisane zmienną j , gdzie $j = 1, 2, 3, \dots, M$. Akcja otoczenia rozlewu dzieli się na działania w ataku i działania w obronie.

Działania w obronie na kracie mocnej polegają na ustawieniu jednej zapory w każdym cyklu w czwartej ćwiartce układu współrzędnych. Do działań w obronie wykorzystuje się minimalną liczbę środków pozwalającą kontrolować rozprzestrzeniającą się plamę tworząc linię obrony w taki sposób, by rozlew nie wyszedł poza tworzoną linię obrony. Dla każdego cyklu akcji $j = 1, 2, 3, \dots$ należy umieścić zapórę na wierzchołku o współrzędnych określonych wzorem:

$$(N + j, -N - 1) \quad (3.5)$$

Zgodnie ze wzorem 3.5 pierwsze trzy zapory w obronie zostaną ustawione kolejno w cyklu $j = 1$ na wierzchołku o współrzędnych $(N + 1, -N - 1)$, w cyklu $j = 2$ na wierzchołku o współrzędnych $(N + 2, -N - 1)$ oraz w cyklu $j = 3$ na wierzchołku o współrzędnych $(N + 3, -N - 1)$.

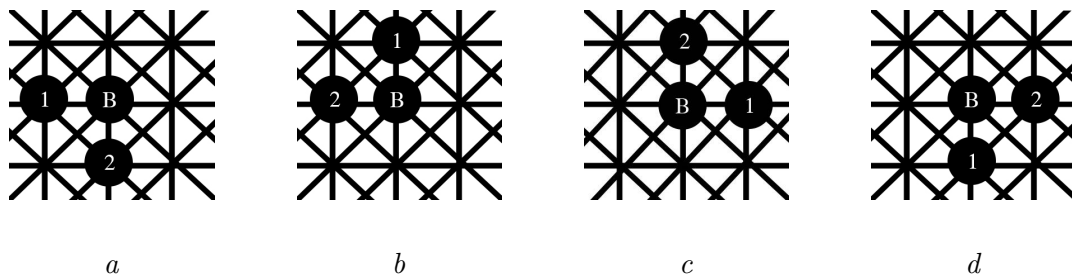
Działania w ataku polegają na umieszczeniu na kracie wszystkich pozostałych dostępnych zapór zgodnie z regułą odpowiednią dla danego obszaru. Na kracie mocnej wyszczególniono cztery obszary przedstawione na rysunkach 3.30 i 3.31. Działania w ataku to zabezpieczenie plamy kolejno w każdym z czterech wyszczególnionych obszarów. Działania zostaną poprowadzone po stronie południowej, następnie po stronie wschodniej, północnej i zakończą się po stronie zachodniej. Dla każdego

obszaru stworzono regułę wyznaczania współrzędnych wierzchołków, na których należy umieszczać zapory. Reguły umieszczania zapór są zbudowane w taki sposób, by okrążyć rozlew doprowadzając do połączenia linii ataku z linią obrony. Wierzchołki, na których umieszcza się zapory ataku, to puste wierzchołki będące wierzchołkami sąsiednimi rozlewu. Algorytm działań w ataku wymaga zdefiniowania wierzchołka bazowego. Wierzchołek bazowy jest to wierzchołek w zależności od którego będą ustalane współrzędne kolejnej zapory w ataku. Wierzchołek bazowy, od którego rozpoczną się działania w ataku to pierwszy wierzchołek obrony o współrzędnych $(N + 1, -N - 1)$.

Etap I - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie południowej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x - 1, y)$ lub $(x, y - 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x, y - 1)$, który jest pusty.



Rysunek 3.32: Reguły wyboru wierzchołka na kracie mocnej w strategii I a) etap I b) etap II c) etap III d) etap IV

Źródło: opracowanie własne

Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap I jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = y$.

Etap II - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie zachodniej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x, y + 1)$ lub $(x - 1, y)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x - 1, y)$, który jest pusty.

Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap II jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $-x = y$.

Etap III - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północnej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x + 1, y)$ lub $(x, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x + 1, y)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x + 1, y)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x, y + 1)$, który jest pusty.

Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap III jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniającym zależność $x = y$.

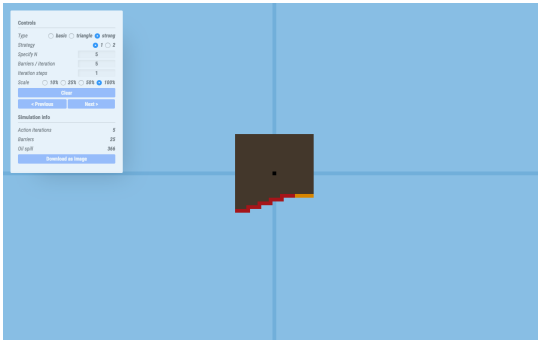
Etap IV - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie wschodniej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x, y - 1)$ lub $(x + 1, y)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x, y - 1)$.

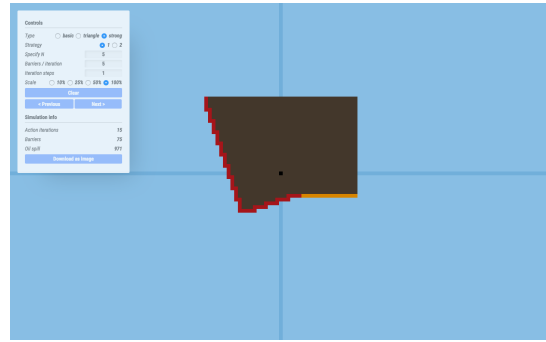
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y - 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y - 1)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y)$, który jest pusty.

Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap IV jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = -y$.

Rysunki 3.33 i 3.34 prezentują kolejne etapy akcji otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 10$ przy użyciu strategii I; w każdym cyklu przeprowadzonej akcji użyto trzech zapór. Rysunek 3.33 *a* przedstawia etap I rozmieszczenia zapór. W czwartej ćwiartce układu powstała linia obrony; wykonano minimalne działania zapobiegające, by rozlew nie wyprzedził linii zapór. W trzeciej ćwiartce układu rozmieszczono zapory ataku. Rysunek 3.33 *b* przedstawia etap II rozmieszczenia zapór, gdzie kontynuowano tworzenie linii obrony w czwartej ćwiartce układu oraz działania w ataku w drugiej ćwiartce układu. Rysunek 3.34 *a* przedstawia etap III rozmieszczenia zapór - kontynuacja tworzenia linii obrony oraz ataku w pierwszej ćwiartce układu. Rysunek 3.34 *b* przedstawia etap IV rozmieszczenia zapór w czwartej ćwiartce układu oraz połączenie linii ataku z linią obrony, co kończy akcję ratowniczą. Zaprezentowane obrazy uzyskano przy użyciu programu symulacyjnego, który powstał w ramach pracy.



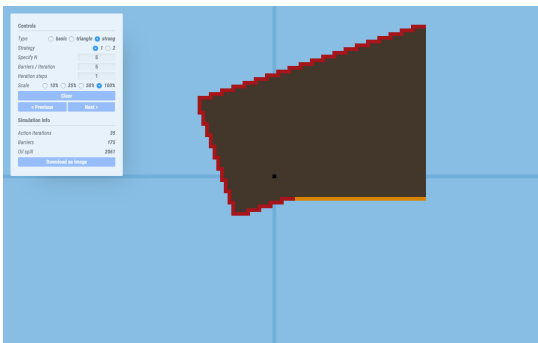
a



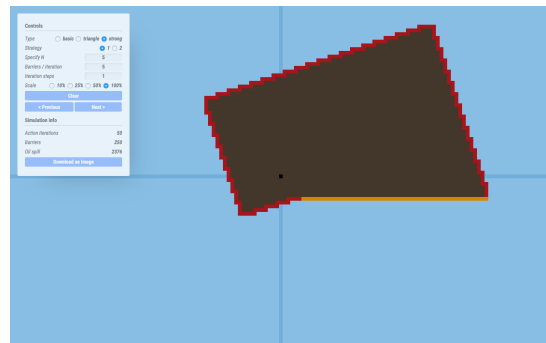
b

Rysunek 3.33: Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie mocnej a) etap I b) etap II

Źródło: opracowanie własne



a



b

Rysunek 3.34: Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie mocnej a) etap III b) etap IV

Źródło: opracowanie własne

Strategia II

Strategia II zbudowana na fundamentach strategii I różni się zmianą kierunku działań. Zmiana ta powoduje zmniejszenie liczby zapór niezbędnych do otoczenia rozlewu oraz zmniejszenie czasu przeprowadzenia akcji ratowniczej. Analogicznie jak w strategii I akcja otoczenia rozlewu rozpoczyna się w cyklu $N + 1$, który jest pierwszym cyklem akcji ratowniczej. Kolejne cykle akcji ratowniczej są opisane zmienną j , gdzie $j = 1, 2, 3, \dots, M$. Akcja otoczenia rozlewu dzieli się na działania w ataku i działania w obronie. Działania w obronie i działania w ataku w etapie I i etapie II są takie same jak w strategii I. Zasadnicza zmiana następuje w etapie III. Etap II jest zakończony w momencie ustawienia zapory w ataku na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniającym zależność $-x = y = N + j$, gdzie N to liczba cykli swobodnego rozprzestrzeniania się rozlewu, j to numer cyklu akcji otoczenia rozlewu. Dalsza akcja otoczenia rozlewu będzie polegała na tworzeniu linii obrony po stronie północnej oraz tworzeniu linii ataku po stronie wschodniej. Działania zo-

stają zamienione. W miejscu ataku zostanie stworzona linia obrony, zaś w miejscu tworzenia linii obrony będą kontynuowane działania w ataku.

Założono, że etap III został zakończony w cyklu $j = k$. Ostatnia zapora została umieszczona w ataku na wierzchołku o współrzędnych $(-N - j, N + j)$. Działania w obronie w etapie III i etapie IV polegają na ustawieniu jednej zapory w każdym cyklu po stronie północnej. Dla każdego cyklu $j = k + 1, k + 2, k + 3, \dots$ należy umieścić zapórę na wierzchołku o współrzędnych określonych wzorem:

$$(-N - k, N + j) \quad (3.6)$$

Zgodnie ze wzorem 3.6 pierwsze trzy zapory w obronie zostaną ustawione kolejno w cyklu $j = k + 1$ na wierzchołku o współrzędnych $(-N - k, N + k + 1)$, w cyklu $j = k + 2$ na wierzchołku o współrzędnych $(-N - k, N + k + 2)$ oraz w cyklu $j = k + 3$ na wierzchołku o współrzędnych $(-N - k, N + k + 3)$.

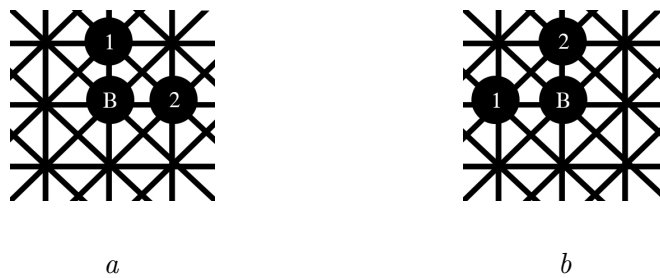
Wierzchołek bazowy, od którego rozpoczną się działania w ataku w etapie III to ostatni wierzchołek obrony. Jeżeli etap II został zakończony w cyklu $j = k$ to ostatni wierzchołek obrony zgodnie ze wzorem 3.5 to wierzchołek o współrzędnych opisanych wzorem:

$$(N + k, -N - 1)$$

Etap III - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie wschodniej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zapórę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x, y + 1), (x + 1, y)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x, y + 1)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest pusty należy umieścić na nim zapórę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x, y + 1)$ jest zajęty zapórę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x + 1, y)$, który jest pusty.



Rysunek 3.35: Reguły wyboru wierzchołka na kracie mocnej w strategii II a) etap III b) etap IV

Źródło: opracowanie własne

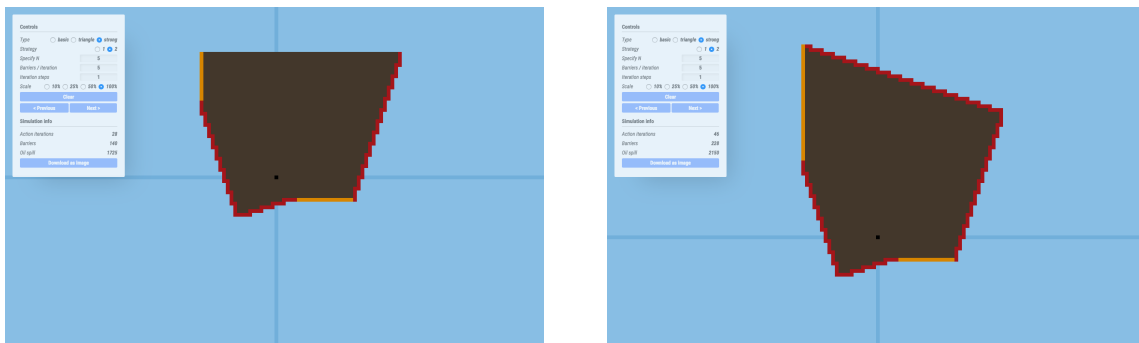
Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap III jest zakończony w momencie umieszczenia zapory na wierzchołku o współrzędnych (x, y) , spełniających zależność $x = y$.

Etap IV - zabezpieczenie rozlewu linią zapór po stronie północnej

Założono, że wierzchołek bazowy ma współrzędne (x, y) . Kolejną zaporę można umieścić na jednej z dwóch pozycji $(x - 1, y)$, $(x, y + 1)$. Należy rozpocząć od sprawdzenia stanu wierzchołka o współrzędnych $(x - 1, y)$.

- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest pusty należy umieścić na nim zaporę.
- Jeżeli wierzchołek o współrzędnych $(x - 1, y)$ jest zajęty zaporę należy umieścić na wierzchołku o współrzędnych $(x, y + 1)$, który jest pusty.

Wierzchołek, na którym zostanie umieszczona zapora, staje się wierzchołkiem bazowym kolejnego cyklu. Etap IV jest zakończony gdy dojdzie do połączenia linii ataku z linią obrony i rozlew nie będzie się mógł dalej rozprzestrzeniać.



a

b

Rysunek 3.36: Strategia II rozmieszczenia zapór na kracie mocnej *a*) etap III *b*) etap IV - zakończenie akcji ratowniczej

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 3.36 prezentuje etap III i etap IV akcji otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 10$ przy użyciu strategii II; w każdym cyklu przeprowadzonej akcji użyto 3 zapory. Etap I i etap II akcji otoczenia plamy olejowej są takie same jak w strategii I i zostały przedstawione na rysunku 3.33. Rysunek 3.36 *a* prezentuje etap III rozmieszczenia zapór przy użyciu strategii II. W pierwszej ćwiartce układu powstała linia obrony, wykonano minimalne działania zapobiegające, by rozlew nie wyprzedził linii zapór. W czwartej ćwiartce układu, gdzie w etapie I i etapie II powstała linia obrony, rozmieszczono zapory ataku. Rysunek 3.36 *b* przedstawia etap IV rozmieszczenia zapór. W czwartej ćwiartce układu kontynuowano działania podjęte w etapie III co doprowadziło do połączenia linii ataku z linią obrony i zakończenia akcji ratowniczej.

Rozdział 4

Modele przemieszczania plamy olejowej

Rozdział zawiera dwa modele przemieszczania plamy olejowej zbudowane przy użyciu błędzenia losowego. Zarówno w modelu przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego, jak i w modelu przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego i prądu wiatrowego ruch centrum rozlewu rozpatruje się jako błędzenie losowe po zdefiniowanych grafach, gdzie prawdopodobieństwo ruchu przyporządkowane poszczególnym krawędziom odzwierciedla parametry prądów na rozważanym akwenu. Błędzenie losowe zdefiniowano używając dyskretnej jednostki czasu nazwanej krokiem czasu. Użycie jednostki dyskretnej pozwala modyfikować prawdopodobieństwa ruchu w kolejnych krokach procesu błędzenia, w taki sposób by odpowiadały kierunkom i prędkościom prądów aktualnie panujących na rozważanym akwenu.

Modele przemieszczania plamy olejowej to modele, które zostały zbudowane do szacowania odległości plamy olejowej od obszarów szczególnie wrażliwych, w szczególności od obszarów przybrzeżnych. Analiza parametrów wpływających na sposób rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych pozwoliła wyodrębnić odległość plamy olejowej od obszarów szczególnie wrażliwych na kontakt z rozlaną substancją jako zmienną modelu decyzyjnego. Zagrożenie ekologiczne spowodowane dotarciem niebezpiecznej substancji do obszarów wrażliwych ma duży wpływ na sposób prowadzenia działań. Zabezpieczenie terenów przybrzeżnych jest celem priorytetowym przy przeprowadzaniu działań ratowniczych. Dotarcie oleju do brzegu niesie za sobą ogromne skutki ekologiczne dla ludzi oraz zwierząt, a usuwanie pozostałości oleju z plaż to proces uciążliwy i długotrwały.

Koncepcja przedstawienia wpływu działania wiatrów i powierzchniowych prądów morskich na ruch plamy olejowej jest jednym z elementów pracy nad modelem decyzyjnym rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych, w przypadku nagłych sytuacji zagrożenia środowiska, w których doszło do dużego wycieku oleju. Analiza ruchu plamy pod wpływem warunków panujących na akwenu, a w szczególności wiatrów i prądów morskim jest niezbędnym elementem modelu decyzyjnego.

Model przemieszczania plamy olejowej jest zbudowany, by szacować prawdopodobieństwo przemieszczania plamy w różnych kierunkach. Prawdopodobieństwo dotarcia plamy do obszarów szczególnie wrażliwych na kontakt z olejem niesie za sobą wytyczne co do sposobu przeprowadzenia działań ratowniczych. W przypadku inten-

sywnego przemieszczania plamy akcją ratowniczą przeprowadza się uwzględniając potencjalnie niebezpieczeństwo skażenia linii brzegowej. Model rozlewu olejowego przedstawiony w rozdziale 3 pozwala szacować wielkość plamy olejowej, zatem przy analizie przemieszczania plamy olejowej uwzględnia się jedynie centrum plamy olejowej. Zakłada się, że początkowy kształt plamy ma charakter kołowy, a punkt centralny plamy to środek koła reprezentującego plamę. W modelach przemieszczanie plamy olejowej uproszczono do ruchu punktu centralnego plamy olejowej, zwanego dalej centrum plamy olejowej. W celu analizy przemieszczania plamy olejowej do budowy modelu wykorzystano błądzenie losowe po sieciach dwuwymiarowych. Zastosowanie błądzenia losowego pozwala uwzględnić kierunek działających prądów oraz szacować odległość punktu centralnego plamy od obszarów przybrzeżnych oraz innych miejsc szczególnie wrażliwych na kontakt z olejem.

Przemieszczanie plamy olejowej rozpatruje się na dwa sposoby. W pierwszym zakłada się brak wiatru i analizuje jedynie prąd powierzchniowy. W drugim przypadku zakłada się występowanie wiatru, zatem ruch plamy następuje pod wpływem prądu powierzchniowego i prądu wiatrowego. Do opisu przemieszczania pod wpływem prądów powierzchniowych wykorzystano kratę kwadratową, a do opisu przemieszczania pod wpływem prądów powierzchniowych i prądów wiatrowych kratę będącą złożeniem kraty trójkątnej oraz dwóch krat sześciokątnych.

4.1 Błądzenie losowe w modelach przemieszczania

Koncepcji spaceru losowego używa się w wielu modelach matematycznych oraz fizycznych [47]. Spacer losowy opisuje proces ruchu danego obiektu z miejsca początkowego do innego losowego miejsca. Plama oleju w modelu przemieszczania porusza się pod wpływem warunków meteorologicznych, w szczególności pod wpływem prądu wiatrowego oraz prądu powierzchniowego. Warunki panujące na akwenie stanowią o losowości kierunku, w którym porusza się plama olejowa. W modelu do opisu ruchu plamy użyto spaceru losowego zdefiniowanego na grafach.

Założono, że $G(V, E)$ to graf nieskierowany, składający się ze zbioru wierzchołków $V = \{v_1, v_2, \dots\}$ oraz zbioru krawędzi $E = \{e_1, e_2, \dots\}$. Parę wierzchołków $v_i, v_j \in V$ nazywano wierzchołkami sąsiednimi, jeżeli $(v_i, v_j) \in E, i, j = 1, 2, \dots$. Ponadto liczbę krawędzi wierzchołka nazwano stopniem wierzchołka i oznaczono przez $deg(v_i)$. Zbiór wierzchołków sąsiednich wierzchołka v_i nazwano sąsiedztwem otwartym oraz oznaczono jako $N(v_i)$.

Spacer losowy długości t na grafie G rozpoczęty w wierzchołku v_i to proces losowy składający się z t kroków. Pierwszy krok procesu polega na losowym wyborze jednego z wierzchołków sąsiednich $v_j \in N(v_i)$ wierzchołka v_i . Każdy kolejny krok procesu polega na losowym wyborze jednego z wierzchołków sąsiednich wierzchołka wybranego w poprzednim kroku. Jeżeli w kroku t przyjęto pozycję wierzchołka v_t , to prawdopodobieństwo wyboru jednego z wierzchołków sąsiednich wierzchołka v_t wynosi $\frac{1}{deg(v_t)}$. Ciąg wierzchołków wybranych zgodnie z powyższymi zasadami jest łańcuchem Markova.

Prawdopodobieństwo zajęcia wierzchołka v_i w spacerze losowym długości t ozna-

czono jako:

$$P_t(v_i) = P(v_t = v_i)$$

co jest równoważne:

$$P_t(i) = P(v_t = i)$$

Macierz prawdopodobieństw przejścia w grafie G tak zbudowanego łańcuchu Markowa opisuje wzór:

$$M = (p_{v_i v_j})_{v_i, v_j \in V} = (p_{ij})_{i, j \in V}$$

gdzie

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\deg(i)} & (i, j) \in E \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases} \quad (4.1)$$

Ponadto macierz M_G oznacza macierz sąsiedztwa grafu G i macierz D jest macierzą diagonalną, której elementy przekątnej określa wzór $D_{ii} = \frac{1}{\deg(i)}$. Zgodnie z wprowadzonymi oznaczeniami, macierz prawdopodobieństw przejścia w grafie G przedstawia wzór:

$$M = DM_G$$

Spacer losowy oraz prawdopodobieństwo przejścia z wierzchołka v_t do wierzchołka v_{t+1} wyraża wzór:

$$P_{t+1} = M^T P_t \quad (4.2)$$

gdzie

$$P_t = (M^T)^t P_0 \quad (4.3)$$

Prawdopodobieństwo spaceru losowego długości t , który rozpocznie się w wierzchołku v_i i zakończy w wierzchołku v_j jest ij -tym elementem (wiersz i , kolumna j) macierzy $M^t = (p_{ij}^t)_{i, j \in V}$. Rozkład stanów dla łańcucha Markowa na grafie G można zdefiniować następującym wzorem:

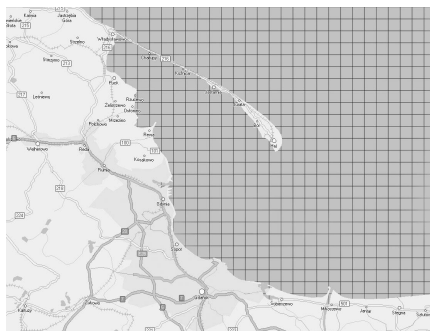
$$\Pi_i = \frac{\deg(i)}{2m} \quad (4.4)$$

gdzie m oznacza liczbę krawędzi grafu G . Ostatecznie, dla każdego wierzchołka grafu G prawdziwy jest wzór:

$$\sum_{v_j \in N(v_i)} p_{ij} = 1 \quad (4.5)$$

4.2 Model przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego

Model przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego jest to uproszczony model, w którym zakłada się brak wiatru. Ruch plamy odbywa się jedynie pod wpływem prądu powierzchniowego. Prąd powierzchniowy jest prądem kołowym [7]. Do opisu przemieszczania plamy po akwenie pod wpływem prądu powierzchniowego użyto dwuwymiarowej kraty zorientowanej zgodnie ze współrzędnymi geograficznymi; przedstawionej na rysunku 4.1. Wielkość oczka kraty jest sprawą dyskusyjną i wymagającą wielu badań. Parametry niezbędne do oszacowania wielkości oczka



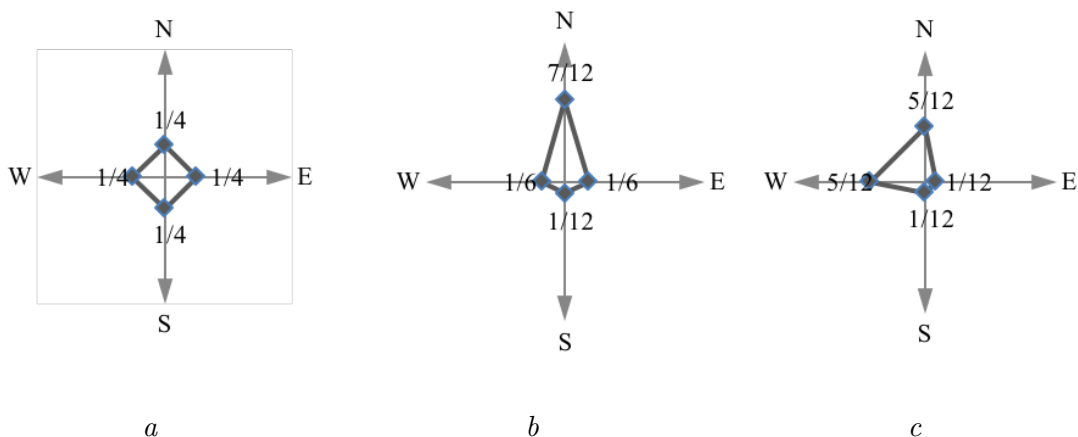
Rysunek 4.1: Krata w modelu przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego

Źródło: opracowanie własne na podstawie [80]

kraty to skala potencjalnego zagrożenia oraz warunków panujących na akwenie, w szczególności prędkości prądu powierzchniowego.

Punkt centralny plany porusza się po wierzchołkach kraty drogą wyznaczoną przez krawędzie kraty, zgodnie z założeniami spaceru losowego. W pojedynczym kroku punkt centralny może się przemieścić w jednym z czterech kierunków, zatem zmieni swoją pozycję z wierzchołka, w którym się znajduje, na jeden z czterech sąsiednich wierzchołków. Dla każdego wierzchołka kraty prawdziwy jest wzór 4.5.

Przy stabilnych warunkach i równomiernym rozkładzie prądów powierzchniowych prawdopodobieństwo ruchu z wierzchołka v_i do wierzchołka v_j w pojedynczym kroku, oznaczone jako p_{ij} , określa wzór 4.1. Prawdopodobieństwo ruchu jest takie samo dla każdego z możliwych kierunków przemieszczenia.



Rysunek 4.2: Przykłady prawdopodobieństwa ruchu na kracie kwadratowej dla wybranych scenariuszy

Źródło: opracowanie własne

Prawdopodobieństwo ruchu w każdym z czterech kierunków należy ustalić w taki sposób, by odzwierciedlało charakter dominujących prądów powierzchniowy oraz warunków hydro-meteorologicznych na rozważanym obszarze wodnym. Ustalając

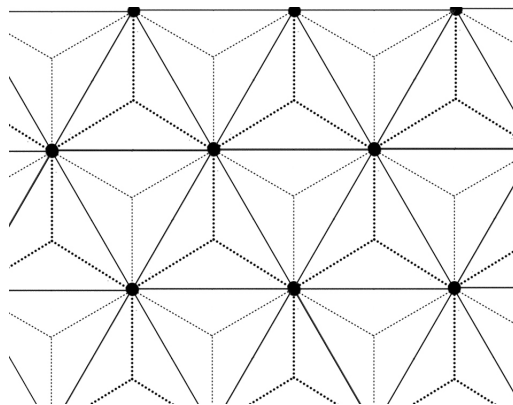
prawdopodobieństwa ruchu w każdym z kierunków należy uwzględnić warunek opisany wzorem 4.5.

Rysunek 4.2 prezentuje trzy przykładowe scenariusze z rozkładem prawdopodobieństw uwzględniającym rodzaj dominujących prądów.

- Scenariusz zakładający równomierny rozkład prądów powierzchniowych we wszystkich czterech kierunkach - wariant *a* na rysunku 4.2.
- Scenariusz zakładający dominujący prąd północny - wariant *b* na rysunku 4.2.
- Scenariusz zakładający dominujący prąd północno-zachodni - wariant *c* na rysunku 4.2.

4.3 Model przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego i prądu wiatrowego

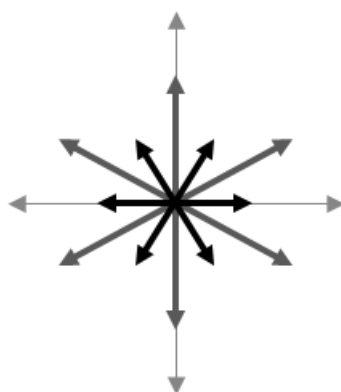
W modelu założono występowanie wiatru, zatem ruch plamy odbywa się jednocześnie pod wpływem prądu powierzchniowego oraz prądu wiatrowego. Do opisu ruchu pod wpływem obu prądów użyto dwuwymiarowej siatki będącej złożeniem siatki trójkątnej i dwóch siatek sześciokątnych. Budowę siatki przedstawia rysunek 4.3.



Rysunek 4.3: Siatka w modelu przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego i prądu wiatrowego

Źródło: opracowanie własne

Ruch centrum rozlewu odbywa się zgodnie z krawędziami siatki trójkątnej co odwzorowuje działanie wiatrów lub zgodnie z krawędziami siatek sześciokątnych co odwzorowuje działanie prądu powierzchniowego. Błądzenie losowe po rozpatrywanej siatce odbywa się po wierzchołkach siatki trójkątnej, zatem jeden ruch oznacza jeden ruch pod wpływem prądu wiatrowego lub dwa ruchy pod wpływem prądu powierzchniowego. Wektory kierunków ruchu centrum rozlewu przedstawia rysunek 4.4.



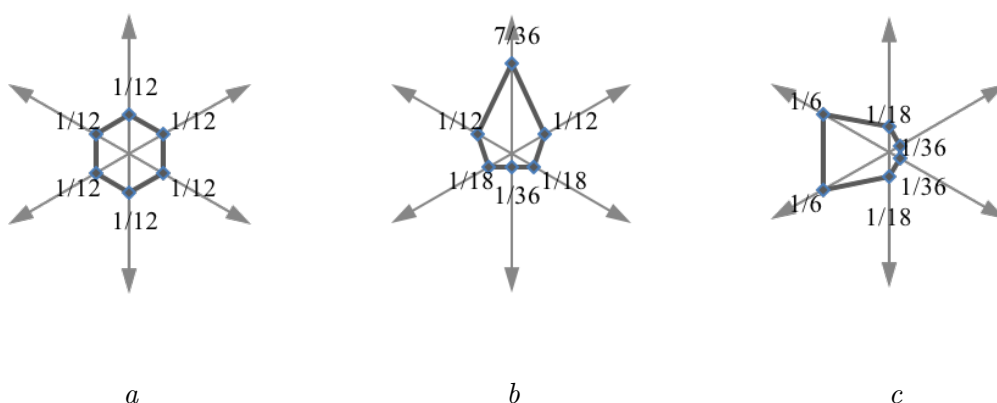
Rysunek 4.4: Wektory kierunków

Źródło: opracowanie własne

Prawdopodobieństwo przejścia z wierzchołka v_i do wierzchołka v_j w jednym kroku, oznaczone jako p_{ij} , opisuje wzór 4.1. Dla każdego wierzchołka prawdziwy jest wzór 4.5.

Użyta siatka posiada dwa typy wierzchołków:

- wierzchołki będące wierzchołkami wspólnymi dla trzech analizowanych siatek, gdzie prawdopodobieństwo ruchu $p_{ij} = \frac{1}{12}$,
- wierzchołki będące wierzchołkami jednej z siatek sześciokątnych, gdzie prawdopodobieństwo ruchu $p_{ij} = \frac{1}{3}$.



Rysunek 4.5: Przykłady prawdopodobieństwa ruchu dla wybranych scenariuszy

Źródło: opracowanie własne

Prawdopodobieństwo ruchu zmienia się zgodnie z kierunkiem i prędkością prądów powierzchniowych i prądów wiatrowych dominujących na analizowanym obszarze.

Rysunek 4.5 przedstawia trzy przykładowe scenariusze wielkości prawdopodobieństw ruchu pod wpływem prądu wiatrowego.

- Scenariusz zakładający równomierny rozkład prądu wiatrowego we wszystkich kierunkach - wariant *a* na rysunku 4.5.
- Scenariusz zakładający dominujący wiatr południowy - wariant *b* na rysunku 4.5.
- Scenariusz zakładający dominujący wiatr wschodni - wariant *c* na rysunku 4.5.

W przedstawionych przykładach założono, że prawdopodobieństwo ruchu pod wpływem prądu wiatrowego i prawdopodobieństwo ruchu pod wpływem prądu powierzchniowego są proporcjonalne. Za pomocą modelu można rozpatrywać przypadki, w których wpływ prądów powierzchniowych jest większy niż wpływ prądów wiatrowych lub odwrotnie - zgodnie z warunkami panującymi na powierzchni rozpatrywanego akwenu.

Błądzenie losowe na zdefiniowanych kratach odbywa się zgodnie ze wzorami określającymi prawdopodobieństwa w kroku t oraz w kroku $t + 1$, odpowiednio wzór 4.3 oraz wzór 4.2. Rozkład stanów dla łańcuchu Markova przedstawia wzór 4.4. Przykładowa sekwencja:

$$(P_1, P_2, P_3, \dots, P_t)$$

przedstawia łańcuchy Markova, uwzględniające parametry grafów w postaci macierzy M i określające prawdopodobieństwo dotarcia do wierzchołka v_i po t krokach.

Rozdział 5

Model symulacyjny - analiza uzyskanych wyników

Modele symulacyjne to narzędzia wykorzystywane w procesie podejmowania decyzji. Mogą być wykorzystane w pracy decydenta. Na bazie modelu rozlewu olejowego powstał model symulacyjny przedstawiający proces tworzenia plamy olejowej oraz akcji ratowniczej polegającej na otoczeniu rozlewu barierami. W rozdziale przedstawiono budowę i funkcjonalność programu oraz zaprezentowano wyniki uzyskane na drodze symulacji dla modelu kartezjańskiego, trójkątnego i mocnego. Przy pomocy programu wykonano szereg symulacji przeprowadzonych dla różnych parametrów wejściowych. Baza uzyskanych wyników pozwoliła szczegółowo przeanalizować proces akcji ratowniczej oraz wpływ parametrów wejściowych na parametry wyjściowe. Parametry wyjściowe modelu symulacyjnego to:

- typ kraty,
- strategia,
- parametr N odpowiadający wielkości plamy olejowej w momencie rozpoczęcia akcji ratowniczej,
- parametr d odpowiadający liczbie barier w cyklu akcji ratowniczej.

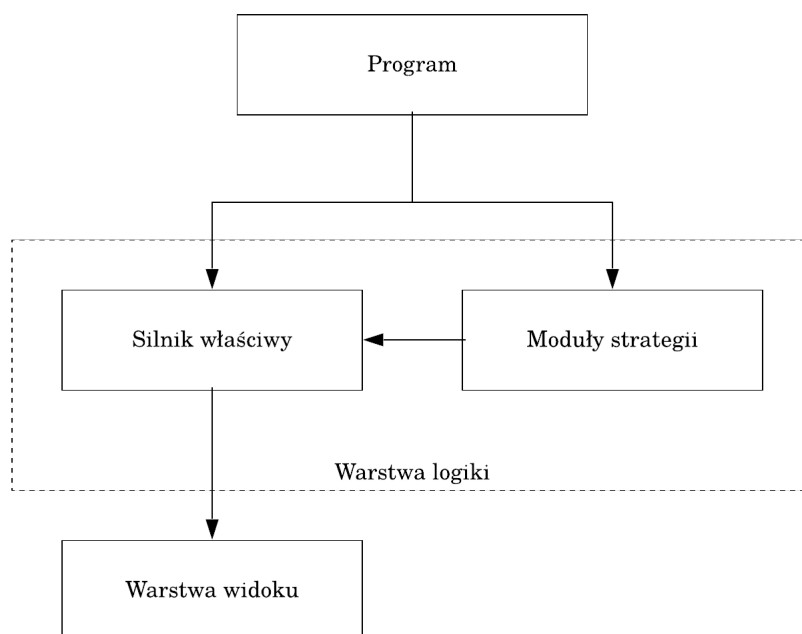
Parametry wyjściowe modelu symulacyjnego:

- czas otoczenia plamy olejowej - mierzony w cyklach,
- liczba zapór użytych do otoczenia plamy olejowej - mierzony w postaci liczby wierzchołków kraty, na których umieszczono zapory,
- wielkość plamy olejowej w momencie zakończenia akcji ratowniczej - mierzony w postaci liczby wierzchołków kraty, na które rozprzestrzenił się rozlew.

Wyszczególnione parametry wyjściowe stanowią zmienne decyzyjne modelu rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze statków morskich.

5.1 Struktura programu

Program symulacji rozlewu olejowego oraz akcji ratowniczej został wykonany jako aplikacja internetowa. Takie rozwiązanie zapewnia możliwość dostępu do aplikacji z dowolnego komputera, bez konieczności instalowania żadnych dodatkowych pakietów lub środowiska programistycznego. Do użycia programu niezbędna jest jedynie przeglądarka internetowa. Program jest napisany w języku JavaScript. Ze względu na konieczność uniknięcia niepotrzebnego narzutu wydajnościowego, aplikacja jest utworzona w wariacie tzw. Vanilla JS, czyli bez wykorzystania żadnych zewnętrznych bibliotek lub modułów mogących taki narzut wprowadzać. Pod kątem architektury program można podzielić na dwie główne części: silnik właściwy oraz moduły strategii. Rysunek 5.1 przedstawia główne elementy programu. Funkcjonalność poszczególnych elementów programu prezentuje rysunek 5.2.

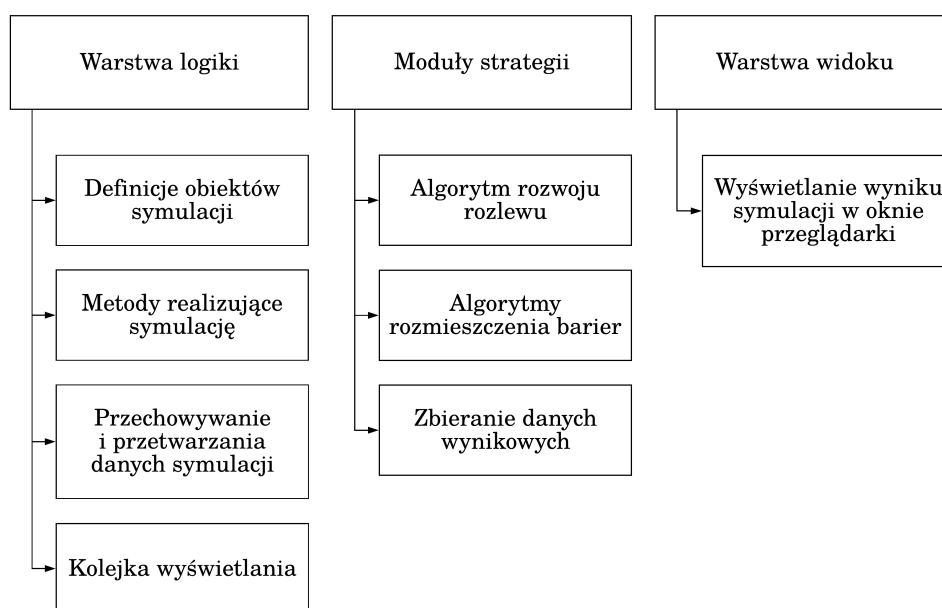


Rysunek 5.1: Schemat implementacji algorytmów strategii z wykorzystaniem środowiska programistycznego

Źródło: opracowanie własne

Moduły strategii zawierają metody opisujące przebieg symulacji: algorytm rozwoju rozlewu oraz algorytmy rozmieszczenia barier w zależności od rodzaju kraty oraz strategii, przedstawione szczegółowo w rozdziale 3. Moduły strategii zawierają również funkcje odpowiedzialne za zbieranie danych wynikowych.

Silnik aplikacji to główna część symulatora składająca się z dwóch warstw. Pierwsza warstwa to warstwa logiki, druga warstwa to warstwa widoku. Warstwa logiki zawiera definicje obiektów biorących udział w symulacji: punktów rozlewu, barier obrony oraz barier ataku. Warstwa logiki wykorzystuje moduły strategii w celu przeprowadzenia symulacji. Zawiera całą logikę wspólną programu, czyli metody



Rysunek 5.2: Funkcjonalność elementów programu

Źródło: opracowanie własne

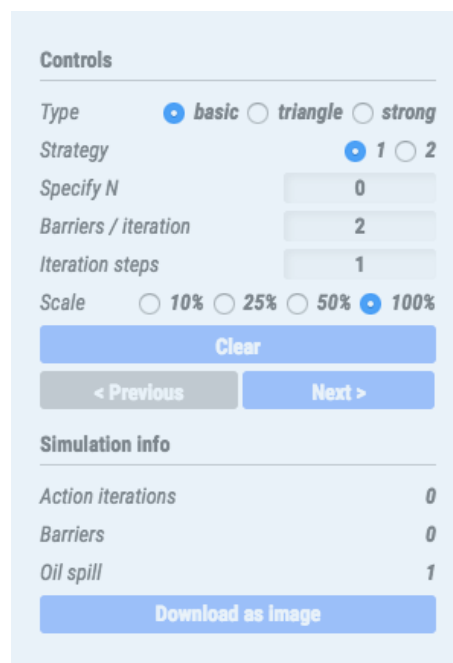
potrzebne do zrealizowania symulacji bez względu na obraną strategię. Wśród nich są funkcje odpowiedzialne za detekcję ustawionych już barier, wyznaczanie pozycji kolejnych barier obrony, przetwarzanie parametrów symulacji i wykonywanie kolejnych iteracji. Warstwa logiki jest odpowiedzialna za przechowywanie i przetwarzanie informacji na temat wszystkich obiektów symulacji. Zawiera ona również kolejkę renderowania (wyświetlania), która przekazywana jest do warstwy widoku. Warstwa widoku zajmuje się graficznym przedstawieniem symulacji w oknie przeglądarki. W tym celu wykorzystuje kolejkę renderowania. Kolejka ta zawiera wszystkie elementy, które oczekują na wyświetlenie na ekranie. Kolejka renderowania jest aktualizowana we wszystkich iteracjach, natomiast wyświetlana i czyszczona jest dopiero po zakończeniu liczby iteracji zdefiniowanej przez użytkownika jako parametr symulacji (iteration steps). Zastosowanie takiego rozwiązania ogranicza obciążanie przeglądarki niepotrzebnymi aktualizacjami widoku w trakcie trwania symulacji i wykonywania obliczeń.

5.2 Konfiguracja programu

Rysunek 5.3 prezentuje panel konfiguracji programu – „Controls”. Dane wejściowe wprowadzane przez użytkownika obejmują wartość parametru N odpowiadającą liczbie cykli, które upłyną od momentu pojawienia się rozlewu do momentu rozpoczęcia akcji ratowniczej, oraz parametr akcji ratowniczej, czyli liczbę barier dostępnych w każdym cyklu akcji. Należy wybrać również jedną z dwóch dostępnych strategii oraz typ kraty: „basic” to krata Kartezjańska, „triangle” – krata trójkątna, „strong” – krata mocna.



a



b

Rysunek 5.3: Panel konfiguracji programu

Źródło: opracowanie własne

Parametr „Iteration steps” to możliwość wyboru liczby iteracji, które będzie wyświetlał program. Użycie przycisku „Start” rozpoczyna proces symulacji – wariant *a* na rysunku 5.3. W oknie pojawia się obraz przedstawiający wybraną liczbę iteracji zdefiniowanego rozlewu i akcji ratowniczej. Przycisk „Start” zamienia się na przycisk „Next” – wariant *b* na rysunku 5.3. Kolejne kliknięcia przycisku „Next” powodują wyświetlanie w oknie programu kolejnej liczby iteracji. Wartość „iteration steps” można zmienić w każdej chwili działania programu i za pomocą przycisków „Next” i „Previous” odpowiednio dodawać i odejmować kolejne kroki iteracji wyświetlanego procesu. Podczas pracy programu można zmieniać również liczbę barier dostępnych w cyklu akcji. Przycisk „Clear” powoduje usunięcie wyniku przeprowadzonej symulacji. Istnieje możliwość zapisu wyniku symulacji do pliku.

Na panelu konfiguracji programu umieszczono również informacje dotyczące wyniku symulacji. Program podaje liczbę iteracji akcji otoczenia rozlewu, liczbę użytych barier oraz ilość kwadratów zajętych przez rozlew. Wyświetlany wynik symulacji można zmniejszać oraz zwiększać. Zastosowano również skalę umożliwiającą wyświetlenie wyniku symulacji w dwukrotnym pomniejszeniu, czterokrotnym pomniejszeniu lub dziesięciokrotnym pomniejszeniu. Możliwość pomniejszania obrazu jest przydatna przy symulacjach z małą ilością środków do otoczenia rozlewu oraz przy symulacjach z dużymi rozlewami.

5.3 Analiza porównawcza zmiennych decyzyjnych w modelu kartezjańskim

W podrozdziale 3.2, opisującym model kartezjański rozlewu olejowego oraz strategii rozmieszczenia środków, przedstawiono wniosek 1 oraz twierdzenie 1 mówiące o liczbie środków do otoczenia rozlewu. Wiadomo zatem, że użycie jednej barier w cyklu akcji to zbyt mała liczba środków do przeprowadzenia akcji, a użycie dwóch barier w cyklu akcji gwarantuje skuteczność przeprowadzonych działań ratowniczych. Model symulacyjny, który powstał przez zaimplementowanie algorytmów modelu kartezjańskiego, umożliwił uzyskanie mierzalnych parametrów określających akcję ratowniczą przy różnych parametrach wejściowych.

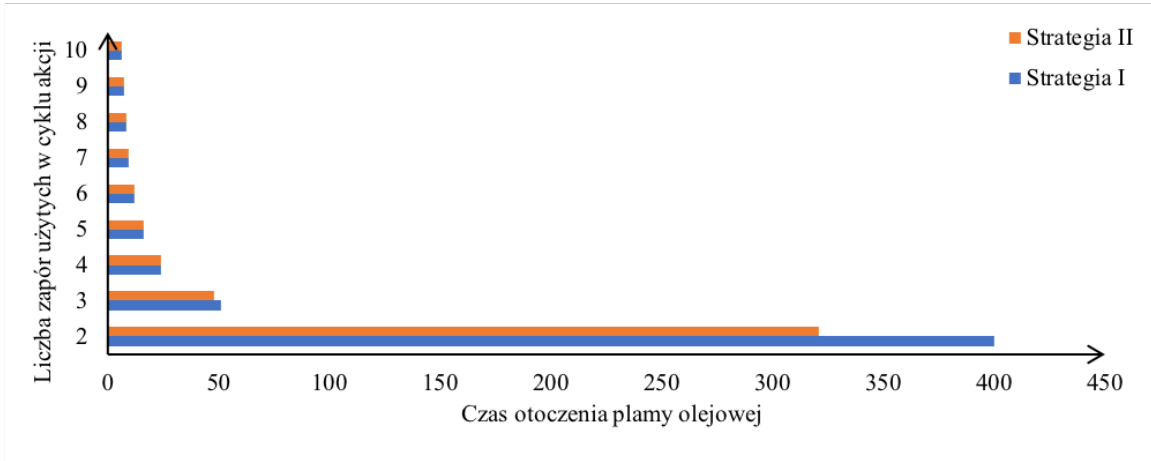
W celu przeprowadzenia analizy decyzyjnej wykonano szereg symulacji pozwalających ocenić wpływ liczby barier użytych w cyklu akcji, wpływ początkowej wielkości rozlewu oraz wpływ użytej strategii na parametry wyjściowe modelu kartezjańskiego. Do badań przyjęto dwa scenariusze. Scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$ (rysunek 3.4 a na 30 stronie) oraz scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$ (rysunek 3.4 b na 30 stronie). Do przeprowadzenia akcji ratowniczej przyjęto stałą liczbę zapór w cykl akcji: $d(j) = c$, gdzie $c = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Akcja ratownicza została przeprowadzona na dwa sposoby: zgodnie ze strategią I oraz zgodnie ze strategią II.

Tabela 5.1: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu kartezjańskim - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Czas otoczenia plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
2	400	321	800	641
3	51	48	102	96
4	24	24	48	47
5	16	16	31	31
6	12	12	23	23
7	9	9	18	18
8	8	8	15	15
9	7	7	13	13
10	6	6	11	11

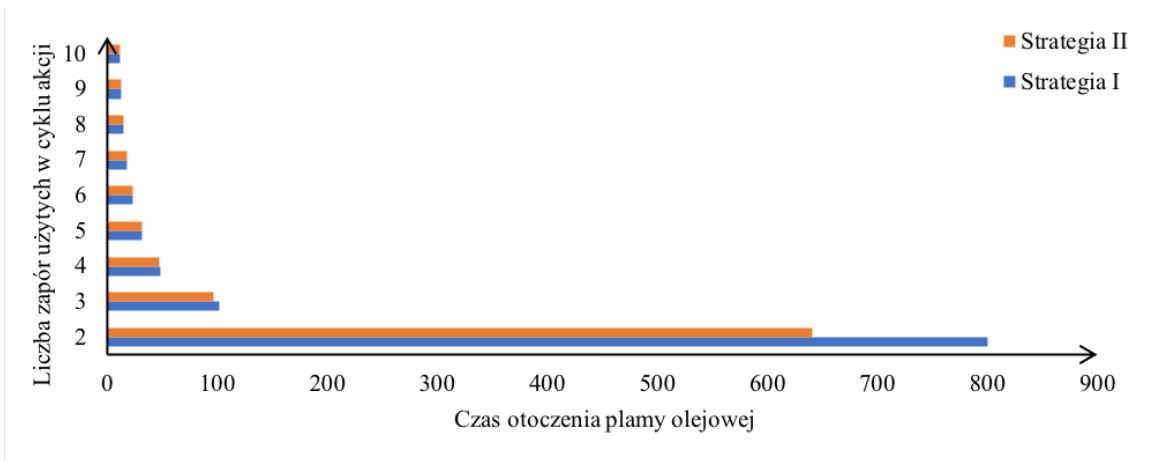
Źródło: opracowanie własne

Tabela 5.1 prezentuje wartości parametru czasu otoczenia plamy olejowej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.4 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.5 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$.



Rysunek 5.4: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.5: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

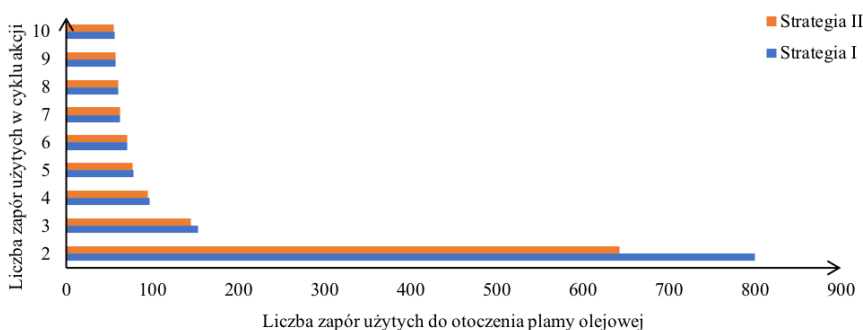
Tabela 5.2 prezentuje liczbę zapór wykorzystanych do przeprowadzenia akcji ratowniczej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.6 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.7 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$. Tabela 5.2 oraz wykresy 5.6 i 5.7 znajdują się na 74 stronie pracy.

Tabela 5.3 prezentuje wartości parametru wielkości plamy olejowej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.8 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.9 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$. Tabela 5.3 oraz wykresy 5.8 i 5.9 znajdują się na 75 stronie pracy.

Tabela 5.2: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu kartezjańskim - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

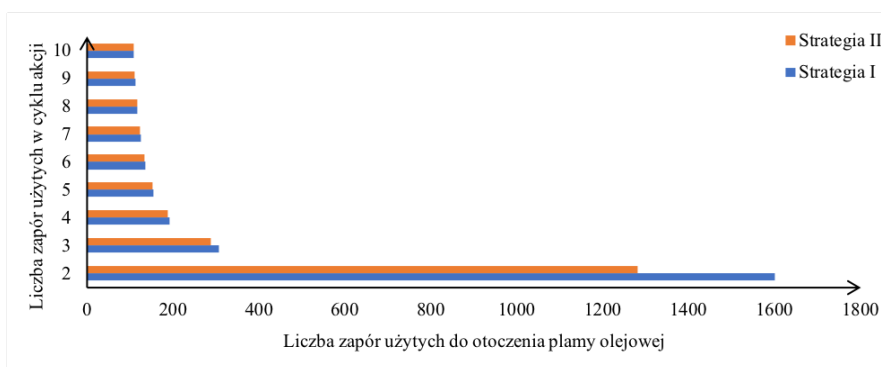
Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Liczba zapór użytych do otoczenia plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
2	800	642	1600	1282
3	153	144	306	288
4	96	94	192	187
5	78	77	154	152
6	70	70	135	134
7	62	62	124	123
8	60	60	117	117
9	57	57	112	111
10	56	55	109	108

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.6: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



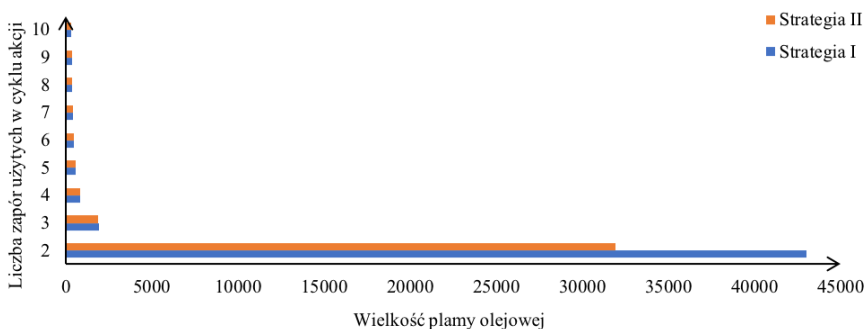
Rysunek 5.7: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

Tabela 5.3: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu kartezyjańskim - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

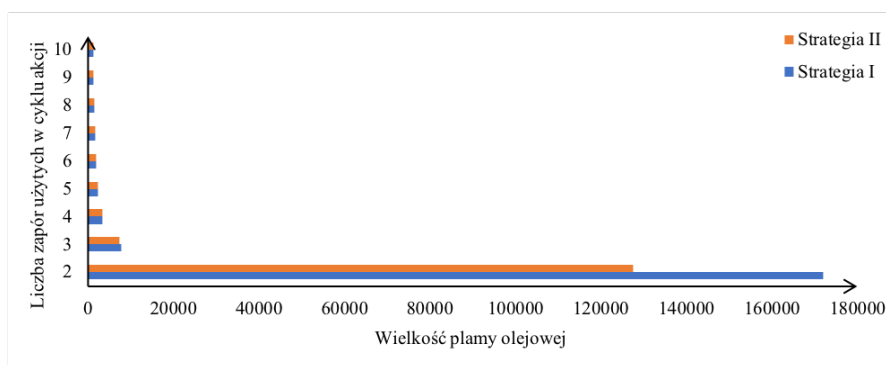
Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Wielkość plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
2	43001	31941	172001	127481
3	1931	1838	7721	7349
4	845	832	3377	3324
5	581	577	2312	2295
6	475	475	1849	1843
7	401	401	1600	1596
8	367	367	1452	1452
9	339	339	1342	1339
10	322	321	1272	1270

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.8: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezyjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.9: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezyjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

Analiza modelu kartezjańskiego wykazała, że zwiększanie liczby zapór w cyklu akcji wpływa na zmniejszanie wartości parametrów czasu otoczenia plamy olejowej, liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej oraz wielkości plamy olejowej.

Zaprezentowane wykresy w sposób wyraźny przedstawiają wniosek, że użycie minimalnej liczby środków w cyklu akcji negatywnie wpływa na wszystkie analizowane parametry. Wyniki otrzymane przy użyciu dwóch zapór w cyklu akcji znacząco odbiegają od wartości w pozostałych przypadkach. Dzieje się tak bez względu na wielkość rozważanej plamy oraz przyjętą strategię. Analiza wykazała, że właśnie w sytuacjach, kiedy liczba środków jest minimalna warto zastanowić się nad sposobem rozmieszczenia barier. W przypadku użycia dwóch zapór w cyklu akcji wszystkie rozpatrywane parametry znacząco zmalały przy zastosowaniu strategii II. W pozostałych przypadkach, gdy w cyklu akcji użyto więcej niż dwie zapory, otrzymane wartości czasu otoczenia plamy olejowej oraz liczby zapór użytych do otoczenia w strategii II są nieznacznie mniejsze bądź równe wartościom otrzymanym przy użyciu strategii I. Wartości parametru wielkości plamy olejowej, w strategii I i strategii II, różnią się nie tylko przy użyciu minimalnej liczby barier w cyklu akcji, ale również przy użyciu trzech lub czterech barier w cyklu akcji. W pozostałych przypadkach różnica między wynikami wielkości plamy olejowej w strategii I i strategii II, podobnie jak dla wartości czasu otoczenia plamy olejowej i liczby zapór użytych do otoczenia, jest nieznaczna lub wartości są równe (dla liczby zapór w cyklu akcji równej 8,9 lub 10). Parametr wielkości plamy olejowej jest najbardziej wrażliwy na zmianę liczby zapór w cyklu akcji.

Analiza uzyskanych wyników pod kątem początkowej wielkości plamy olejowej wykazała, że dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$ różnica wartości czasu otoczenia plamy olejowej oraz wartości liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej w strategii I i w strategii II jest dwukrotnie większa niż dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wartości wielkości plamy olejowej w momencie zakończenia działań ratowniczych są czterokrotnie większe, podobnie jak pole powierzchni plamy w momencie rozpoczęcia działań ratowniczych.

5.4 Analiza porównawcza zmiennych decyzyjnych w modelu trójkątnym

W podrozdziale 3.3, opisującym model trójkątny rozlewu olejowego oraz strategii rozmieszczenia środków, przedstawiono wniosek 2 oraz twierdzenie 3 mówiące o liczbie środków do otoczenia rozlewu. Wiadomo zatem, że użycie dwóch barier w cyklu akcji to zbyt mała liczba środków do przeprowadzenia akcji, a użycie trzech barier w cyklu akcji gwarantuje skuteczność przeprowadzonych działań ratowniczych. Model symulacyjny, który powstał przez zaimplementowanie algorytmów modelu trójkątnego, umożliwił uzyskanie mierzalnych parametrów określających akcję ratowniczą przy różnych parametrach wejściowych.

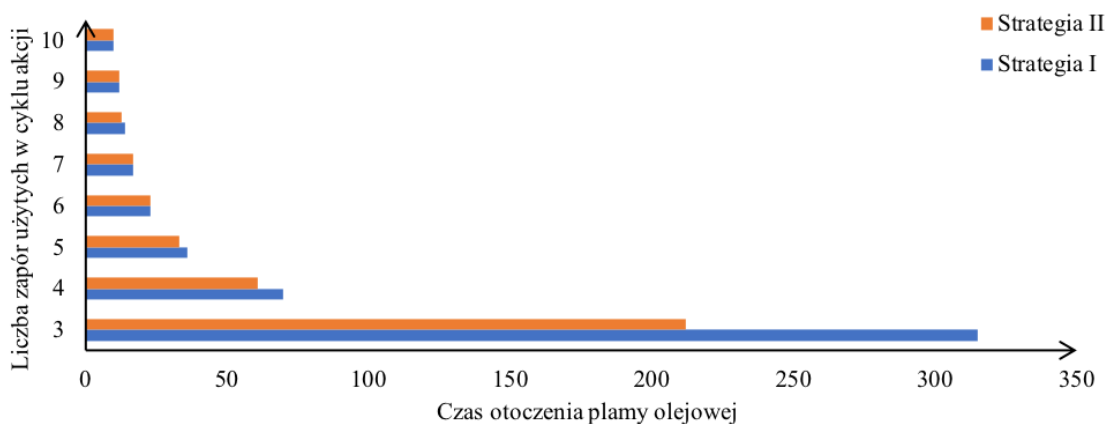
W celu przeprowadzenia analizy decyzyjnej wykonano szereg symulacji pozwalających ocenić wpływ liczby barier użytych w cyklu akcji, wpływ początkowej wielkości rozlewu oraz wpływ użytej strategii na parametry wyjściowe modelu trójkątnego. Do badań przyjęto scenariusze. Scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$ (rysunek 3.15 *a* na 41 stronie) oraz scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$ (rysunek 3.15 *b* na 41 stronie). Do przeprowadzenia akcji ratowniczej przyjęto stałą liczbę zapór w cykl akcji: $d(j) = c$, gdzie $c = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Akcja ratownicza została przeprowadzona na dwa sposoby: zgodnie ze strategią I oraz zgodnie ze strategią II.

Tabela 5.4: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu trójkątnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Czas otoczenia plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
3	315	212	630	422
4	70	61	140	120
5	36	33	70	65
6	23	23	46	44
7	17	17	34	33
8	14	13	27	26
9	12	12	22	22
10	10	10	19	19

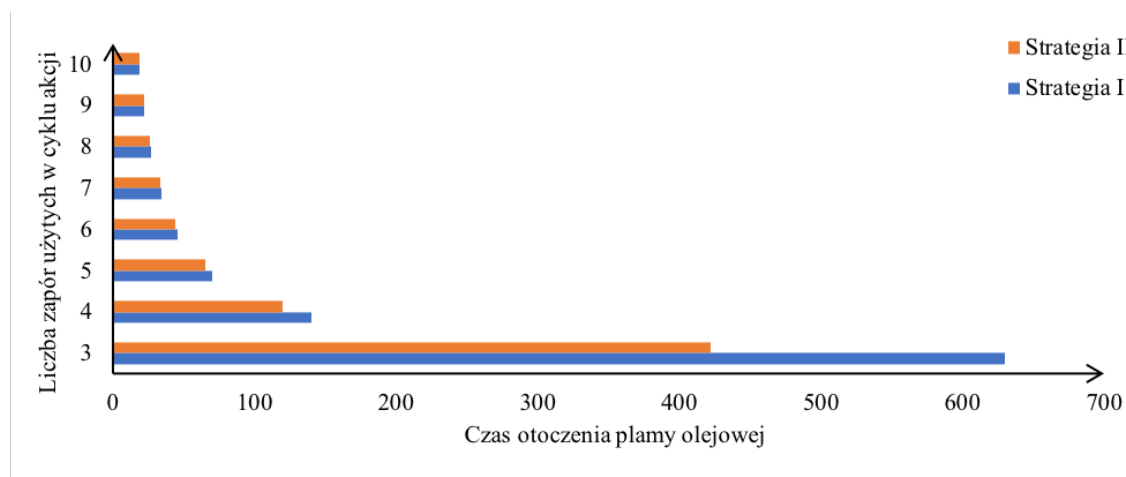
Źródło: opracowanie własne

Tabela 5.4 prezentuje wartości parametru czasu otoczenia plamy olejowej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.10 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.11 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$.



Rysunek 5.10: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.11: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

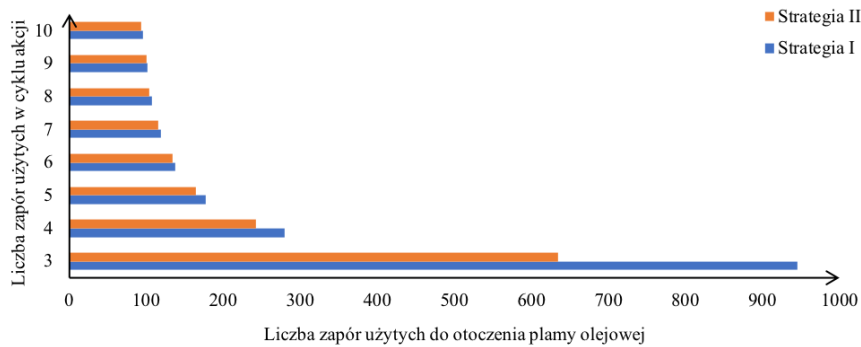
Tabela 5.5 prezentuje liczbę zapór wykorzystanych do przeprowadzenia akcji ratowniczej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.12 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.13 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$. Tabela 5.5 oraz wykresy 5.12 i 5.13 znajdują się na 79 stronie pracy.

Tabela 5.6 prezentuje wartości parametru wielkości plamy olejowej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.14 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.15 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$. Tabela 5.6 oraz wykresy 5.14 i 5.15 znajdują się na 80 stronie pracy.

Tabela 5.5: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu trójkątnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

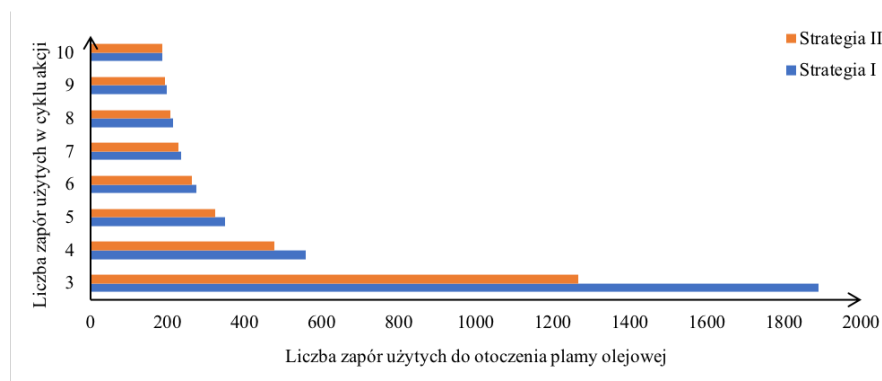
Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Liczba zapór użytych do otoczenia plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
3	945	635	1890	1265
4	280	243	558	478
5	177	164	350	324
6	138	134	275	262
7	119	116	234	227
8	107	104	213	208
9	102	101	197	193
10	96	94	187	185

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.12: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



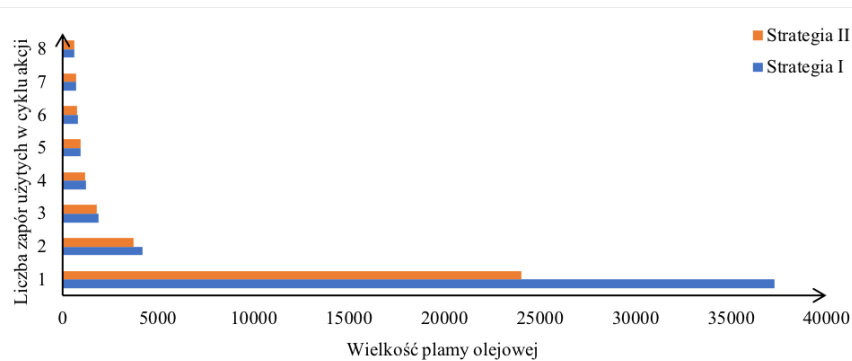
Rysunek 5.13: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

Tabela 5.6: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu trójkątnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

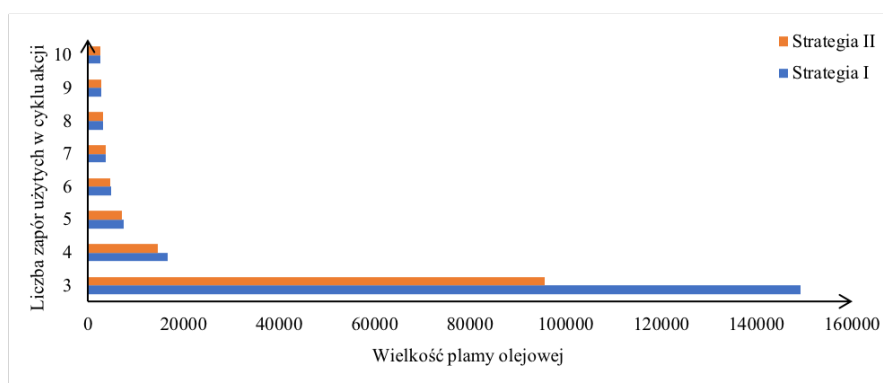
Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Wielkość plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
3	37276	24011	149101	95621
4	4181	3737	16601	14661
5	1862	1782	7376	7025
6	1218	1196	4829	4709
7	933	924	3682	3632
8	779	772	3111	3085
9	698	694	2724	2704
10	629	625	2478	1270

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.14: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.15: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

Analiza modelu trójkątnego wykazała, że zwiększanie liczby zapór w cyklu akcji wpływa na zmniejszanie wartości parametrów czasu otoczenia plamy olejowej, liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej oraz wielkości plamy olejowej.

Zaprezentowane wykresy w sposób wyraźny przedstawiają wniosek, że użycie minimalnej liczby środków w cyklu akcji negatywnie wpływa na wszystkie analizowane parametry. Wyniki otrzymane przy użyciu trzech zapór w cyklu akcji znacząco odbiegają od wartości w pozostałych przypadkach. Dzieje się tak bez względu na wielkość rozważanej plamy oraz przyjętą strategię. Analiza wykazała, że właśnie w sytuacjach, kiedy liczba środków jest minimalna warto zastanowić się nad sposobem rozmieszczenia barier. W przypadku użycia trzech zapór w cyklu akcji wszystkie rozpatrywane parametry znacząco zmały przy zastosowaniu strategii II. W przypadku użycia czterech zapór w cyklu akcji przy zastosowaniu strategii II analizowane parametry są mniejsze niż w strategii I. Dla wartości czasu otoczenia plamy olejowej oraz użytej liczby zapór, im wyższa jest liczba zapór użytych w cyklu akcji tym różnica między wynikami otrzymanymi w strategii I i w strategii II jest mniejsza lub równa zero. Wartości parametru wielkości plamy olejowej, w strategii I i strategii II, różnią się nie tylko przy użyciu minimalnej liczby barier w cyklu akcji, ale również w pozostałych przypadkach. Parametr wielkości plamy olejowej jest najbardziej wrażliwy na zmianę liczby zapór w cyklu akcji.

Analiza uzyskanych wyników pod kątem początkowej wielkości plamy olejowej wykazała, że dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$ różnica wartości czasu otoczenia plamy olejowej oraz wartości liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej w strategii I i w strategii II jest dwukrotnie większa niż dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wartości wielkości plamy olejowej w momencie zakończenia działań ratowniczych są około czterokrotnie większe, podobnie jak pole powierzchni plamy w momencie rozpoczęcia działań ratowniczych.

5.5 Analiza porównawcza zmiennych decyzyjnych w modelu mocnym

W podrozdziale 3.4, opisującym model trójkątny rozlewu olejowego oraz strategii rozmieszczenia środków, przedstawiono wniosek 3 oraz twierdzenie 5 mówiące o liczbie środków do otoczenia rozlewu. Wiadomo zatem, że użycie trzech barier w cyklu akcji to zbyt mała liczba środków do przeprowadzenia akcji, a użycie czterech barier w cyklu akcji gwarantuje skuteczność przeprowadzonych działań ratowniczych. Model symulacyjny, który powstał przez zaimplementowanie algorytmów modelu mocnego, umożliwił uzyskanie mierzalnych parametrów określających akcję ratowniczą przy różnych parametrach wejściowych.

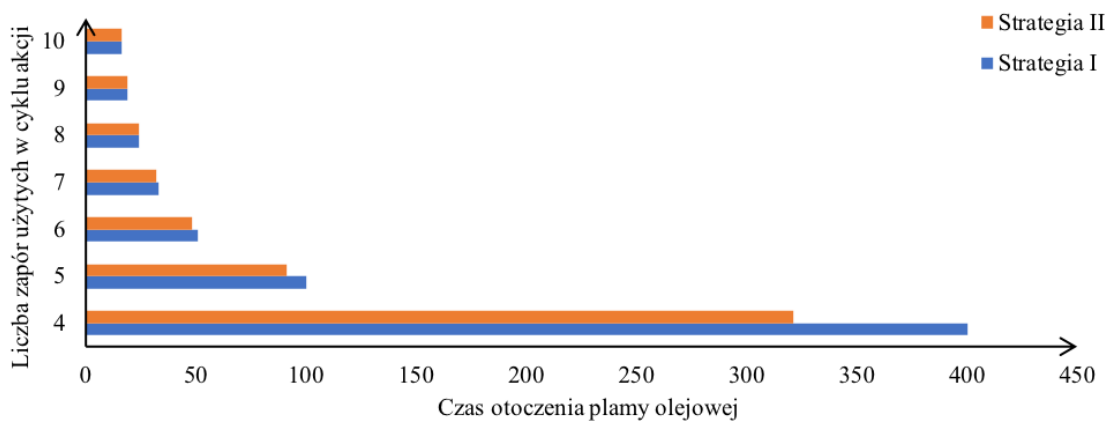
W celu przeprowadzenia analizy decyzyjnej wykonano szereg symulacji pozwalających ocenić wpływ liczby barier użytych w cyklu akcji, wpływ początkowej wielkości rozlewu oraz wpływ użytej strategii na parametry wyjściowe modelu trójkątnego. Do badań przyjęto dwa scenariusze. Scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$ (rysunek 3.27 *a* na 52 stronie) oraz scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$ (rysunek 3.27 *b* na 52 stronie). Do przeprowadzenia akcji ratowniczej przyjęto stałą liczbę zapór w cykl akcji: $d(j) = c$, gdzie $c = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Akcja ratownicza została przeprowadzona na dwa sposoby: zgodnie ze strategią I oraz zgodnie ze strategią II.

Tabela 5.7: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu mocnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Czas otoczenia plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
4	400	321	800	641
5	100	91	200	181
6	51	48	102	96
7	33	32	66	63
8	24	24	48	47
9	19	19	38	37
10	16	16	31	31

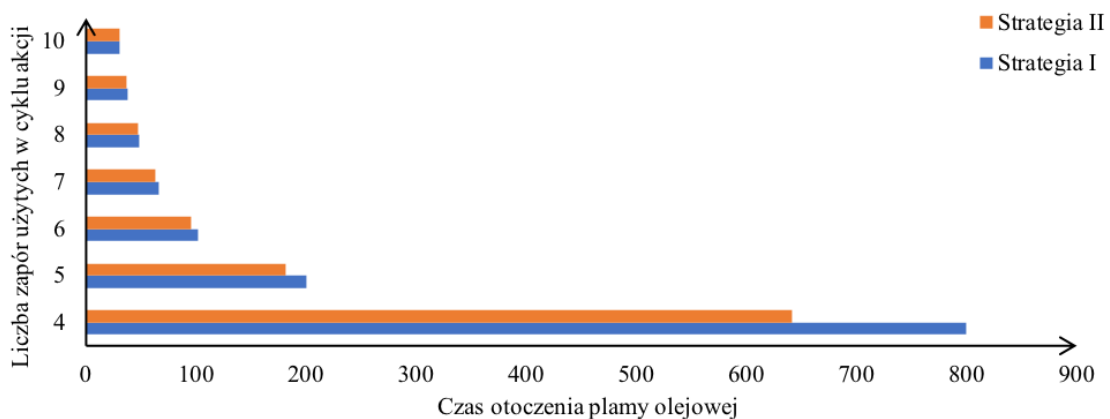
Źródło: opracowanie własne

Tabela 5.7 prezentuje wartości parametru czasu otoczenia plamy olejowej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.16 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.17 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$.



Rysunek 5.16: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.17: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

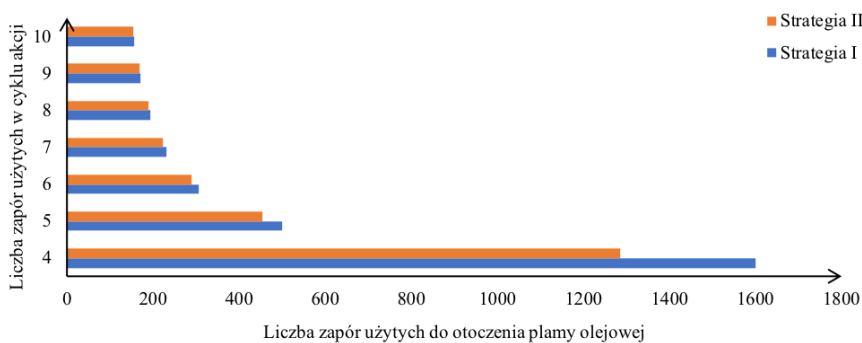
Tabela 5.8 prezentuje liczbę zapór wykorzystanych do przeprowadzenia akcji ratowniczej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.18 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.19 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$. Tabela 5.8 oraz wykresy 5.18 i 5.19 znajdują się na 84 stronie pracy.

Tabela 5.9 prezentuje wartości parametru wielkości plamy olejowej w zależności od liczby zapór użytych w cyklu akcji. Wykres na rysunku 5.20 przedstawia wyniki uzyskane przy użyciu strategii I i strategii II dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wykres na rysunku 5.21 wyniki dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$. Tabela 5.9 oraz wykresy 5.20 i 5.21 znajdują się na 85 stronie pracy.

Tabela 5.8: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu mocnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

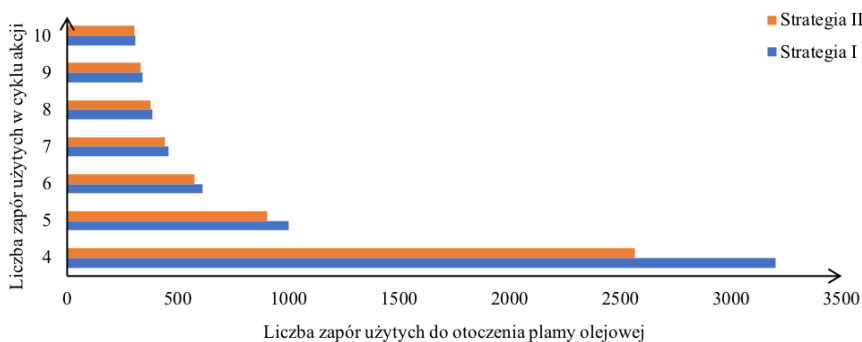
Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Liczba zapór użytych do otoczenia plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
4	1600	1284	3200	2564
5	500	454	1000	904
6	306	288	612	576
7	230	222	458	440
8	192	188	384	374
9	170	168	338	332
10	156	154	308	304

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.18: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



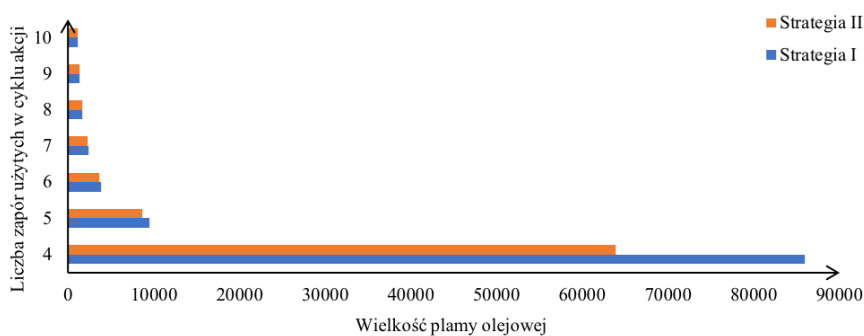
Rysunek 5.19: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

Tabela 5.9: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu mocnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$

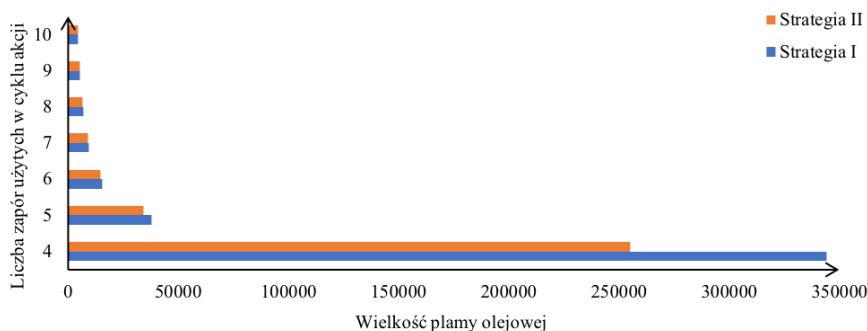
Liczba zapór użytych w cyklu akcji	Wielkość plamy olejowej			
	$N = 10$		$N = 20$	
	strategia I	strategia II	strategia I	strategia II
4	86001	63881	344001	254961
5	9501	8596	38001	34241
6	3861	3675	15441	14697
7	2321	2263	9200	8972
8	1689	1663	6753	6647
9	1370	1360	5416	5375
10	1161	1153	4623	4589

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.20: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5.21: Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$

Źródło: opracowanie własne

Podobnie jak w modelu kartezjańskim i modelu trójkątnym, analiza modelu mocnego wykazała, że zwiększanie liczby zapór w cyklu akcji wpływa na zmniejszanie wartości parametrów czasu otoczenia plamy olejowej, liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej oraz wielkości plamy olejowej.

Zaprezentowane wykresy w sposób wyraźny przedstawiają wniosek, że użycie minimalnej liczby środków w cyklu akcji negatywnie wpływa na wszystkie analizowane parametry. Wyniki otrzymane przy użyciu czterech zapór w cyklu akcji znacząco odbiegają od wartości w pozostałych przypadkach. Dzieje się tak bez względu na wielkość rozważanej plamy oraz przyjętą strategię. Analiza wykazała, że właśnie w sytuacjach, kiedy liczba środków jest minimalna warto zastanowić się nad sposobem rozmieszczenia barier. W przypadku użycia czterech zapór w cyklu akcji wszystkie rozpatrywane parametry zmalały przy zastosowaniu strategii II. Dla wartości czasu otoczenia plamy olejowej oraz użytej liczby zapór, im wyższa jest liczba zapór użytych w cyklu akcji tym różnica między wynikami otrzymanymi w strategii I i w strategii II jest mniejsza lub równa zero. Wartości parametru wielkości plamy olejowej, w strategii I i strategii II, różnią się nie tylko przy użyciu minimalnej liczby barier w cyklu akcji, ale również w pozostałych przypadkach. Parametr wielkości plamy olejowej jest najbardziej wrażliwy na zmianę liczby zapór w cyklu akcji.

Analiza uzyskanych wyników pod kątem początkowej wielkości plamy olejowej wykazała, że dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$ różnica wartości czasu otoczenia plamy olejowej oraz wartości liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej w strategii I i w strategii II jest dwukrotnie większa niż dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, a wartości wielkości plamy olejowej w momencie zakończenia działań ratowniczych są około czterokrotnie większe, podobnie jak pole powierzchni plamy w momencie rozpoczęcia działań ratowniczych.

Rozdział 6

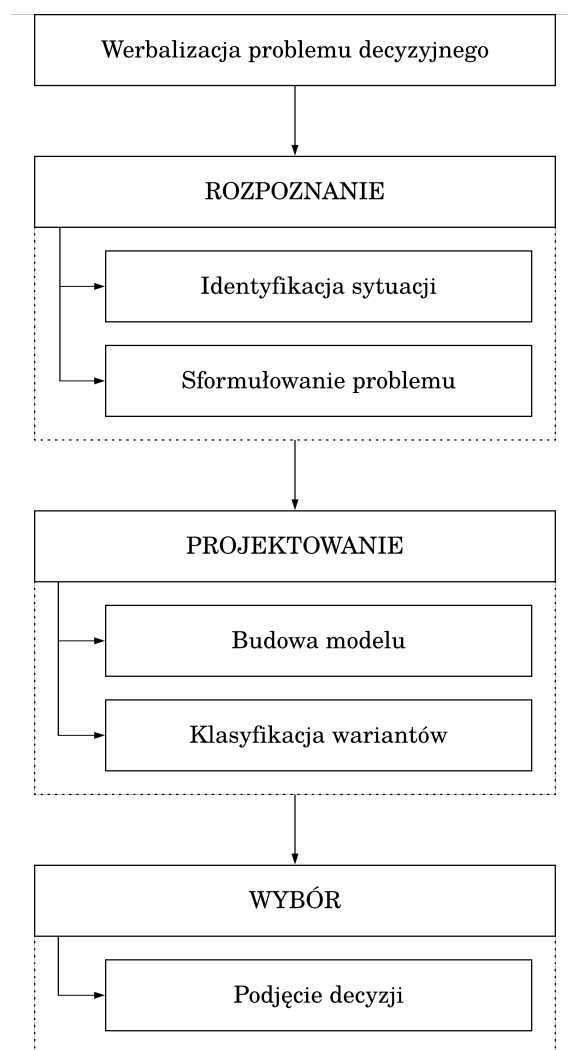
Model decyzyjny

Model decyzyjny rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze statków morskich jest kluczowym elementem prezentowanej pracy. Modele i narzędzia zaprezentowane w poprzednich rozdziałach stanowią elementy składowe będące bazą tworzonego modelu decyzyjnego. Budowa modeli cząstkowych dostarczyła wiedzy do stworzenia modelu decyzyjnego. Korzystając z modeli cząstkowych wyodrębniono zmienne decyzyjne istotne dla podjętych badań oraz sformułowano kryteria decyzyjne niezbędne do oceny rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych.

Modele decyzyjne, szeroko wykorzystywane w wielu dziedzinach naukowych, stanowią ważny element zarządzania. Sprawne podejmowanie decyzji to jeden z najistotniejszych elementów pracy decydenta. Do wspomagania procesu podejmowania decyzji wykorzystuje się bazę możliwych wariantów decyzyjnych uzyskaną w oparciu o modele. Baza wariantów decyzyjnych wygenerowanych dla określonego problemu decyzyjnego oraz możliwość analizy dostępnych wariantów stanowią źródło wiedzy decydenta i są przydatne przy podejmowaniu decyzji w warunkach rzeczywistych.

Proces podejmowania decyzji zachodzi w każdej sytuacji, w której należy dokonać wyboru mając do dyspozycji szereg różnorodnych wariantów. Wybór jednego z nich określono mianem „decyzja”. W literaturze przedmiotu istnieją różnorodne definicje słowa „decyzja”, ich zestawienie zostało przedstawione w [42]. W niniejszej pracy przyjęto, że decyzja to nielosowy, świadomy wybór jednego z rozpoznanych i uznanych za możliwe wariantów działania [39]. Podjęcie decyzji kształtuje przebieg dalszych zdarzeń oraz niesie za sobą następstwa, na które nie zawsze można się odpowiednio przygotować. Wybór właściwej decyzji często utrudnia złożona sytuacja decyzyjna oraz niekorzystne warunki panujące podczas podejmowania decyzji. Analiza decyzyjna jest stosowana w sytuacjach skomplikowanych, gdy liczba możliwych wariantów decyzyjnych jest duża, w sytuacjach gdy z podejmowaną decyzją związane są duże straty lub wysokie korzyści [37].

Proces podejmowania decyzji rozpoczyna się w miejscu, w którym wykrywa się brak wystarczających narzędzi do podjęcia świadomego działania. Rozpoznanie problemu polega na identyfikacji sytuacji oraz pozyskaniu informacji pozwalających na określenie założeń oraz sformułowanie problemu decyzyjnego. Kolejny etap - projektowanie - to teoretyczne odwzorowanie wyodrębnionego fragmentu rzeczywistości w postaci modelu decyzyjnego. Budowa modelu obejmuje zdefiniowanie decydentów



Rysunek 6.1: Wербalizacja problemu decyzyjnego - etapy procesu podejmowania decyzji

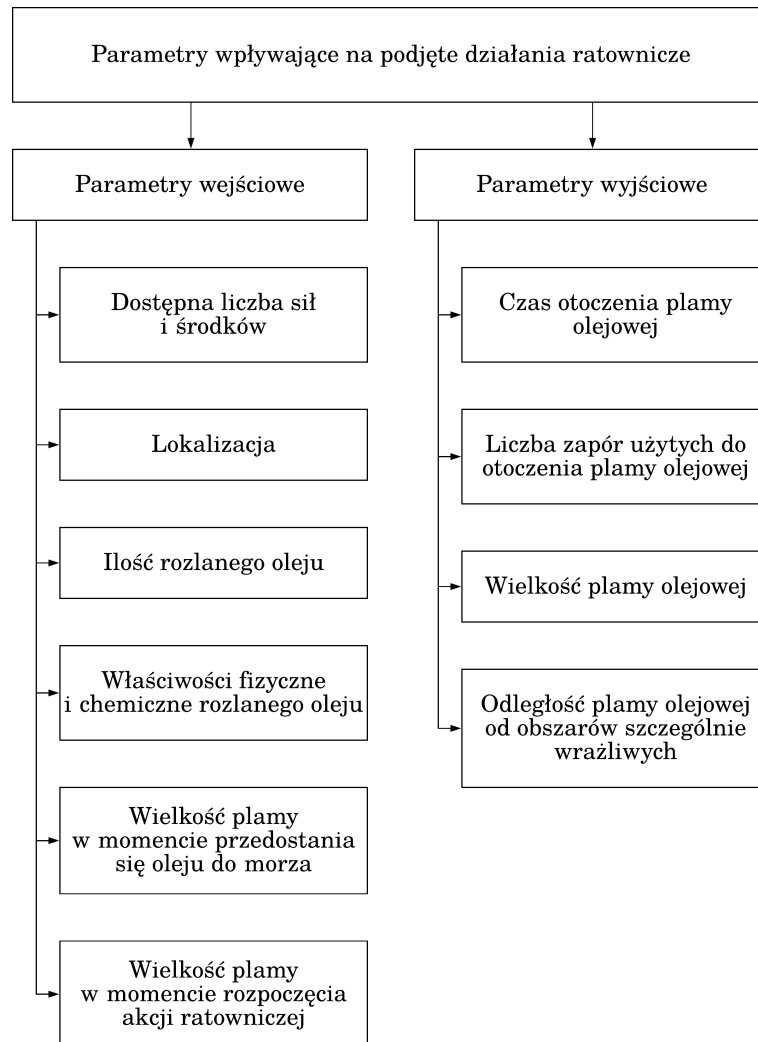
Źródło: opracowanie własne na podstawie [37]

i zmiennych decyzyjnych, określenie warunków ograniczających podjęcie decyzji, wyznaczenie zbiorów decyzji dopuszczalnych oraz kryteriów oceny decyzji. Do etapu projektowania należy również klasyfikacja wariantów otrzymanych za pomocą zbudowanego modelu. Etap kończący proces to podjęcie decyzji, które polega na wyborze jednego z wariantów zgodnie z przyjętymi kryteriami. Rozpoznanie, projektowanie i wybór to kolejne etapy pozwalające zwerbaliżować problem decyzyjny. Przyjęty schemat procesu podejmowania decyzji prezentuje rysunek 6.1.

6.1 Analiza sytuacji decyzyjnej

Sytuacja decyzyjna rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych, która jest tematem przeprowadzonych badań, obejmuje zdarzenia, z którymi wią-

żą się ogromne konsekwencje. Wypadki morskie, w których dochodzi do rozlania substancji ropopochodnych niosą za sobą ogromne straty i zniszczenia. Sytuacja, w której na akwenu wodnym pojawia się rozlew olejowy, będący skutkiem wypadku tankowca, wymaga szybkich i zdecydowanych działań.



Rysunek 6.2: Parametry wpływające na podjęte działania ratownicze

Źródło: opracowanie własne

Rozważana sytuacja decyzyjna obejmuje działania ratownicze, przeprowadzane w sytuacji zagrożenia. Walka z rozprzestrzeniającym się rozlewem olejowym, który dokonuje ekspansji akwenu morskiego, to zagrożenia ekologiczne dla morskiej i przybrzeżnej fauny i flory, a także dla gospodarki i turystyki. Analiza i rozpoznanie badanego problemu doprowadziło do określenia parametrów charakteryzujących sytuację decyzyjną. Wyszczególnione parametry odzwierciedlają działanie analizowanego systemu. Wykaz parametrów modelu z podziałem na parametry wejściowe i parametry wyjściowe przedstawia rysunek 6.2.

Odpowiednie przygotowanie służb ratowniczych jest dobrym fundamentem do przeprowadzenia sprawnej akcji ratowniczej, gdzie decydent w sposób przemyślany i pewny dokonuje decyzji adekwatnych do zaistniałego zdarzenia. Zagrożenia związane z rozlewem olejowym, jego wystąpieniem i konsekwencjami, charakteryzują się niepełnymi lub niepewnymi informacjami. Niepewności te dotyczą środowiska morskiego, w którym przeprowadzane są działania ratownicze i wszelkich trudności związanych ze zmiennym charakterem warunków panujących na morzu. Zadanie zaplanowania akcji ratowniczej utrudniają również niepełne informacje związane z ilością rozlanej substancji, szybkością oraz kierunkiem rozprzestrzeniania. Niepewności i niepełność danych charakteryzujące rozważaną sytuację

Identyfikacja sytuacji doprowadziła do określenia potrzeby zbudowania modelu opisującego taktyczne problemy decydentów planujących działania ratownicze. Główną ideą modelu było uwzględnienie dynamiki rozlewu olejowego, którego obszar zwiększa się podczas przygotowywania i przeprowadzania działań.

Model matematyczny, który uwzględnia wzajemne oddziaływanie rozlewu olejowego oraz działań ratowniczych i jest narzędziem opisującym sytuację decyzyjną, określa i definiuje rozpatrywany problem badawczy. Model decyzyjny pozwala analizować działania ratownicze w aspekcie użytych sił i środków. Opracowane warianty rozwiązań mogą zostać wykorzystane do planowania akcji ratowniczej w przypadku realnego zagrożenia lub jako narzędzie szkoleniowe. Praca z narzędziem i przeprowadzanie symulacji otoczenia rozlewu to forma szkolenia będąca pewnego rodzaju grą strategiczną. Jej adresatem nie są jedynie decydenci, a wszyscy pracownicy biorący udział w działaniach ratowniczych. Świadome wykorzystanie istniejących zasobów oraz ich szybka dostępność są niezbędnymi elementami dobrze przygotowanych działań ratowniczych.

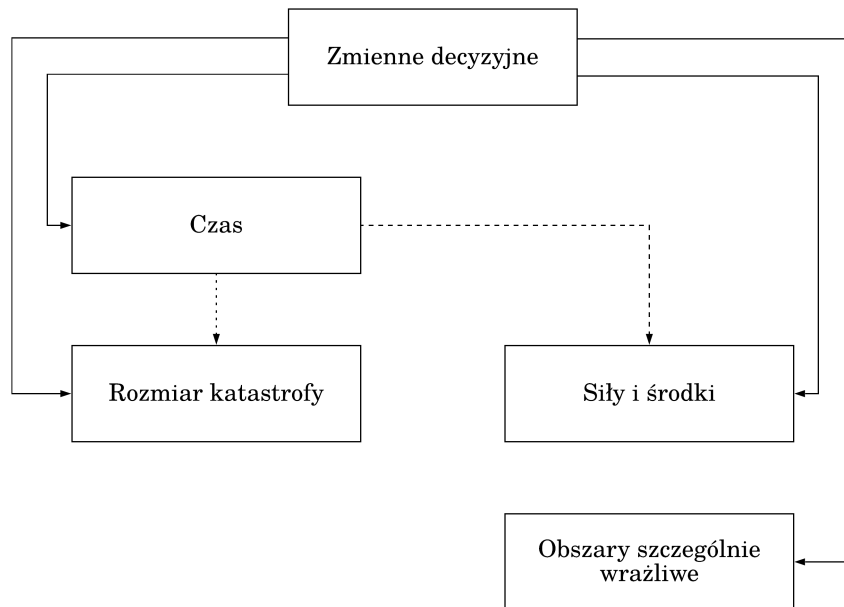
6.2 Struktura modelu decyzyjnego

Wyodrębniony fragment rzeczywistości, dla którego sformułowano zagadnienie decyzyjne, odwzorowano w sposób teoretyczny za pomocą odpowiednio zaprojektowanych modeli i metod. Model decyzyjny jest zbudowany na fundamentach modeli przedstawionych w poprzednich rozdziałach. Do budowy modelu przeprowadzono analizę czasu działań ratowniczych, przyjmując czas za najistotniejszy parametr modelu decyzyjnego. Przebieg rozważanej sytuacji odwzorowuje model rozlewu olejowego i strategii rozmieszczenia środków - rozszerzony o model symulacyjny. W pracy zaproponowano również model przemieszczania plamy olejowej, pod kątem analizy ruchu rozlewu oraz odległości od obszarów szczególnie wrażliwych.

Budowa modelu decyzyjnego obejmuje zdefiniowanie następujących elementów:

- decydenci,
- zmienne decyzyjne,
- warunki ograniczające podjęcie decyzji,
- zbiór decyzji dopuszczalnych,
- kryteria oceny decyzji.

Model decyzyjny rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych jest modelem zbudowanym na potrzeby zarządzania na poziomie taktycznym. Daje możliwość tworzenia oraz oceny scenariuszy rozmieszczenia środków do ograniczenia ekspansji rozlewu olejowego. Kadra zarządzająca funkcjonowaniem jednostek ratowniczych na poziomie taktycznym stanowi grupę decydentów, która jest adresatem zbudowanego modelu. Wykorzystanie modelu pozwoli usprawnić reguły przydzielania oraz efektywnego wykorzystywania zasobów przy realizacji działań prewencyjnych.



Rysunek 6.3: Zmienne modelu decyzyjnego

Źródło: opracowanie własne

Zmienne decyzyjne modelu zostały wyszczególnione na diagramie na rysunku 6.3. Wybrane parametry: czas, rozmiar katastrofy, siły i środki oraz obszary szczególnie wrażliwe są parametrami wyjściowymi analizowanego systemu oraz mają wpływ na ocenę podjętych działań ratowniczych.

Zmienna czasu jest parametrem czasu akcji ratowniczej, czyli czasu walki z rozlewem, która polega na otoczeniu rozlewu barierami. Zgodnie z założeniami modelowania czas jest mierzony za pomocą cykli. W pierwszej fazie procesu jeden cykl stanowi ruch rozlewu, a w drugiej fazie procesu, czyli po rozpoczęciu akcji ratowniczej, jeden cykl oznacza rozmieszczenie barier i ruch rozlewu. Zbudowanie modeli rozlewu olejowego na grafach kratowych pozwoliło na dyskretyzację zbioru stanów rozlewu. Użycie modelu symulacyjnego umożliwi obserwację wzajemnego oddziaływania rozlewu olejowego oraz przeprowadzanej akcji ratowniczej. Dyskretyzacja pozwala analizować parametry czasu otoczenia rozlewu, liczby barier użytej do otoczenia rozlewu oraz wielkości plamy olejowej w zależności od parametrów wejściowych modelu: rodzaju kraty, strategii, liczby zapór użytych w cyklu akcji.

Czas otoczenia plamy olejowej jest kluczowym parametrem oceny rozmieszczenia. Czas stanowi najistotniejszą zmienną, która silnie wpływa na parametry rozmia-

ru katastrofy oraz sił i środków; jego wpływ został zaznaczony na diagramie 6.3. Rozmiar katastrofy, jako zmienna decyzyjna, jest parametrem mierzonym w postaci liczby wierzchołków zajętych przez rozlew. Siły i środki to zmienna decyzyjna liczby barier użytych podczas akcji ratowniczej, mierzona w postaci liczby wierzchołków zajętych przez zapory w momencie zakończenia akcji ratowniczej. Obszary szczególnie wrażliwe to zmienna decyzyjna zależna od lokalizacji powstania plamy olejowej oraz odległości od linii brzegowej oraz innych obszarów, które mogą być narażone na kontakt z rozlaną substancją.

Liczba zapór dostępna w jednym cyklu podczas przeprowadzania akcji ratowniczej odzwierciedla nie tylko dostępne środki, ale również siły w postaci ratowników biorących udział w prowadzonych działaniach. Rozmiar katastrofy został uproszczony do wielkości terenu zajętego przez rozlew, który stanowi liczba wierzchołków kraty. Przeprowadzając działania ratownicze, dużą uwagę przywiązuje się do ochrony linii brzegowej i innych terenów, do których olej nie powinien dotrzeć. Tereny te zostały nazwane obszarami szczególnie wrażliwymi.

Biorąc pod uwagę bezpieczeństwo ekologiczne, działania ratownicze w sytuacji pojawienia się zagrożenia w postaci rozlewu olejowego powinny być przeprowadzone w najkrótszym czasie przy zaangażowaniu wszystkich możliwych zasobów. Istotny element działań ratowniczych to przeprowadzenie akcji ratowniczej, w taki sposób, by ochronić obszary szczególnie wrażliwe i, jeśli to tylko możliwe, zapobiec dotarciu oleju do linii brzegowych. Dlatego tak istotne są wszelkie działania profilaktyczne mające na względzie sposób i jakość przeprowadzania działań ratowniczych.

Warunki ograniczające podjęcie decyzji, czyli warunki ograniczające wybór rozmieszczenia, to warunki narzucone, na które decydent nie ma wpływu. Charakter ograniczeń może wynikać ze środowiska (pogoda, prądy, zmienność warunków na akwenu) lub sprzętowo-techniczny (wielkość zasobów ratownictwa, awaria sprzętu, dostępność statków, ludzi i zapór, urlopy lub choroby pracowników). Ograniczenia mogą być też związane z brakiem odpowiedniej koordynacji różnych ośrodków ratownictwa. Występują niepewności: czy inne jednostki dotrą na miejsce zdarzenia, czy posiadane zasoby są adekwatne do wielkości rozlewu.

Decydent wybiera rozwiązanie najlepsze pod względem przyjętego kryterium. Wyróżniamy modele jednokryterialne, gdzie wybór zostaje dokonany biorąc pod uwagę jedną zmienną i wielokryterialne, gdzie decyzji dokonuje się uwzględniając wiele zmiennych. Mając pod względem przyjęte kryterium lub kryteria powstaje zbiór decyzji dopuszczalnych. Zadanie decydenta polega na wyborze tej z nich, której ocena jest najwyższa pod względem przyjętych kryteriów.

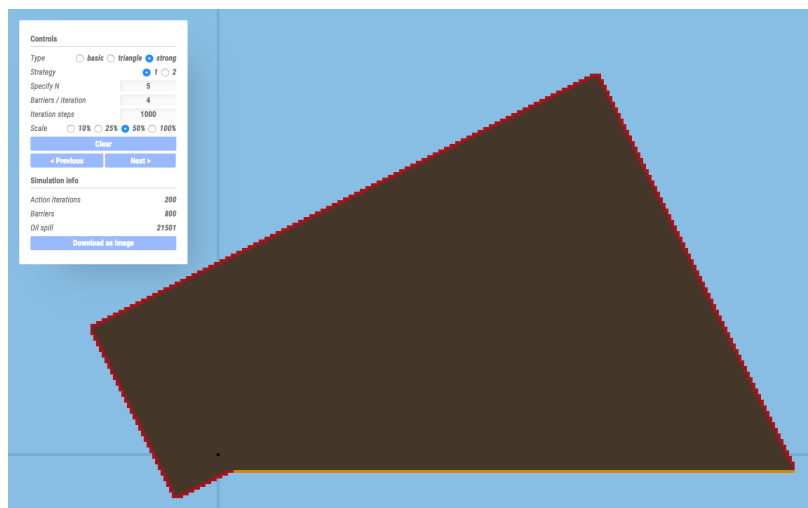
Na podstawie zaproponowanego modelu można zweryfikować następujące przykładowe kryteria decyzyjne:

- Czy posiadana liczba barier pozwoli otoczyć rozlew?
- Jaka liczba środków pozwoli otoczyć rozlew w wyznaczonym czasie?
- W jaki sposób przeprowadzić działania ratownicze, by rozlew nie dotarł do linii brzegowej?
- Jaka liczba sił i środków jest niezbędna, by rozlew nie dotarł do linii brzegowej?

Wykorzystanie modelu do celów decyzyjnych w sytuacjach rzeczywistych wymaga sprecyzowania wielkości powierzchni odpowiadającej jednemu wierzchołkowi oraz doboru parametrów meteorologicznych dla każdego typu kraty.

6.3 Analiza porównawcza modeli pod kątem decyzyjnym

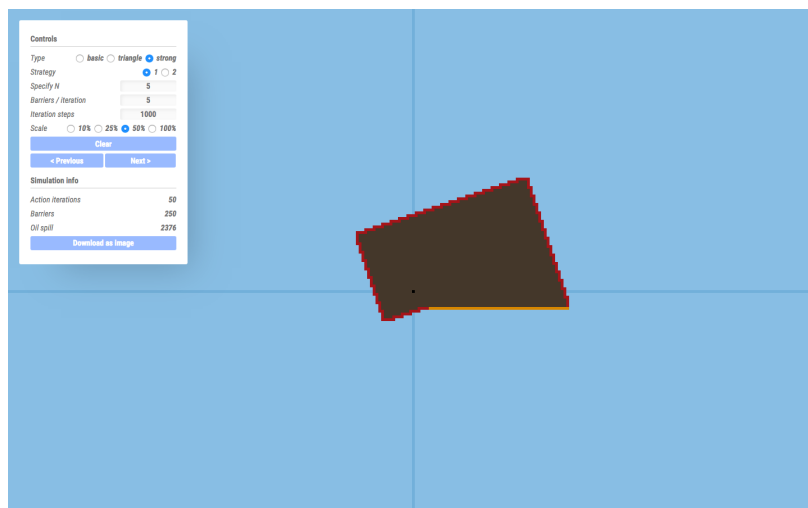
Analiza zmiennych decyzyjnych otrzymanych na drodze symulacji w modelu kartezjańskim, modelu trójkątnym oraz modelu mocnym wykazała podobieństwo modeli zdefiniowane w postaci trzech wariantów rozmieszczenia. Pierwszy z nich, to rozmieszczenie środków przy użyciu minimalnej liczby zapór w cyklu akcji. Takie rozmieszczenie gwarantuje skuteczność akcji i prowadzi do otoczenia rozlewu, ale za cenę nieakceptowalnych wartości zmiennych decyzyjnych. W większości analizowanych przypadków wartości czasu otoczenia plamy olejowej, liczby zapór użytych do otoczenia oraz wielkości plamy olejowej są kilkukrotnie większe od wartości otrzymanych przy użyciu liczby o jeden większej niż minimalna liczba zapór w cyklu akcji. Wartości wielkości plamy olejowej w modelu kartezjańskim są ponad dwadzieścia dwa razy większe przy użyciu strategii I i ponad siedemnaście razy większe przy użyciu strategii II - wielkość plamy olejowej jest parametrem najbardziej wrażliwym na zmianę liczby zapór w cyklu akcji. Drugi wariant rozmieszczenia daje akceptowalne wyniki różniące się wartościami czasu otoczenia plamy olejowej, liczby zapór użytych do otoczenia oraz wielkości plamy olejowej. Trzeci wariant rozmieszczenia, nazwany wariantem stabilizacji, gdzie liczba barier użytych w cyklu akcji nie wpływa znacząco na badane wielkości.



Rysunek 6.4: Akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu czterech zapór w cykl akcji

Źródło: opracowanie własne

Rysunki 6.4 i 6.5, przedstawiające wynik symulacji dla modelu mocnego, plamy olejowej o parametrze $N = 5$ i strategii I, prezentują wynik oraz różnicę parametrów



Rysunek 6.5: Akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu pięciu zapór w cyklu akcji

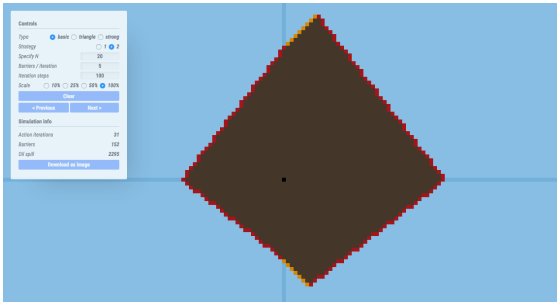
Źródło: opracowanie własne

rozmieszczenia środków przy użyciu minimalnej liczby zapór (cztery zapory w przypadku modelu mocnego) i przy użyciu liczby zapór o jeden większej od minimalnej liczby zapór (pięć zapór). Zgodnie z przeprowadzoną analizą, czas otoczenia plamy olejowej przy użyciu czterech zapór wynosi 200 cykli i jest cztery razy większy niż czas otoczenia przy użyciu pięciu zapór, który wynosi 50 cykli. Liczba zapór użytych do otoczenia plamy użyciu czterech zapór wynosi 800 ponad trzy razy większa niż liczba zapór przy użyciu pięciu zapór, która wynosi 250 cykli. Wielkość plamy olejowej jest większa ponad 9 razy w przypadku użyciu minimalnej liczby zapór (21501 wierzchołków) niż w przypadku użycia pięciu zapór w cyklu akcji (2376 wierzchołków).

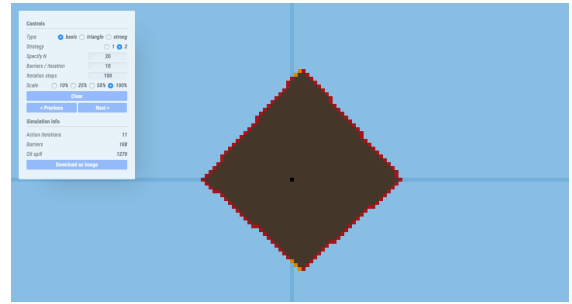
Rysunki 6.6 *a* i 6.6 *b* przedstawiają akcję otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 20$ przeprowadzoną za pomocą strategii II - model kartezjański. Na rysunku 6.6 *a* do otoczenia plamy użyto pięciu zapór w cykl akcji, a na rysunku 6.6 *b* dziesięciu zapór w cyklu akcji.

Rysunki 6.7 *a* i 6.7 *b* przedstawiają akcję otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 20$ przeprowadzoną za pomocą strategii II - model trójkątny. Na rysunku 6.7 *a* do otoczenia plamy użyto pięciu zapór w cykl akcji, a na rysunku 6.7 *b* dziesięciu zapór w cyklu akcji.

Rysunki 6.8 *a* i 6.8 *b* przedstawiają akcję otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 20$ przeprowadzoną za pomocą strategii II - model mocny. Na rysunku 6.8 *a* do otoczenia plamy użyto sześciu zapór w cykl akcji, a na rysunku 6.8 *b* dziesięciu zapór w cyklu akcji. W przykładzie zastosowano sześć zapór, zamiast pięciu zapór jak w przykładach dla pozostałych modeli, ze względu na wielkość obrazu otrzymanego w wyniku przeprowadzonej symulacji.



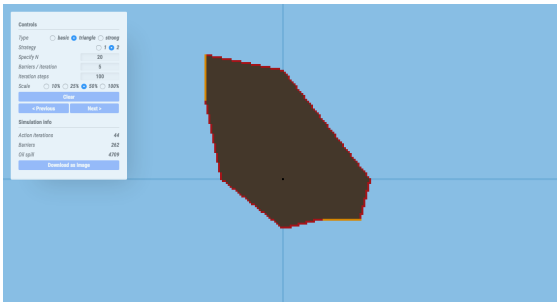
a



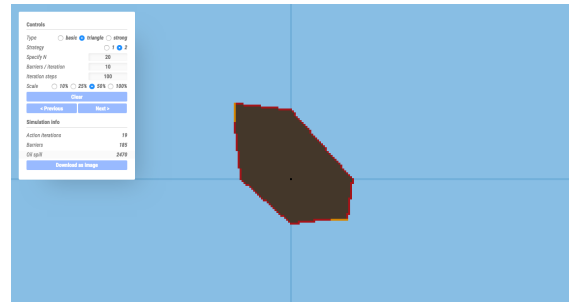
b

Rysunek 6.6: Model kartezjański - akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu a) pięciu zapór w cyklu akcji b) dziesięciu zapór w cykl akcji

Źródło: opracowanie własne



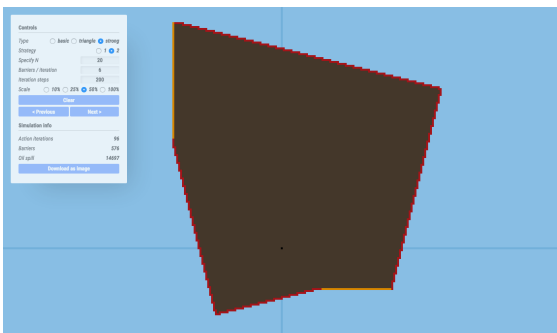
a



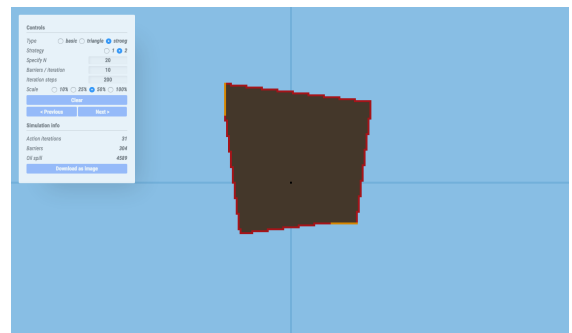
b

Rysunek 6.7: Model trójkątny - akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu a) pięciu zapór w cyklu akcji b) dziesięciu zapór w cykl akcji

Źródło: opracowanie własne



a



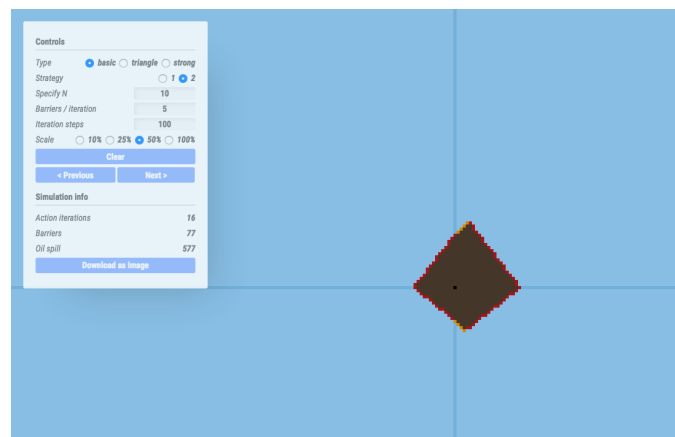
b

Rysunek 6.8: Model mocny - akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu a) sześciu zapór w cyklu akcji b) dziesięciu zapór w cykl akcji

Źródło: opracowanie własne

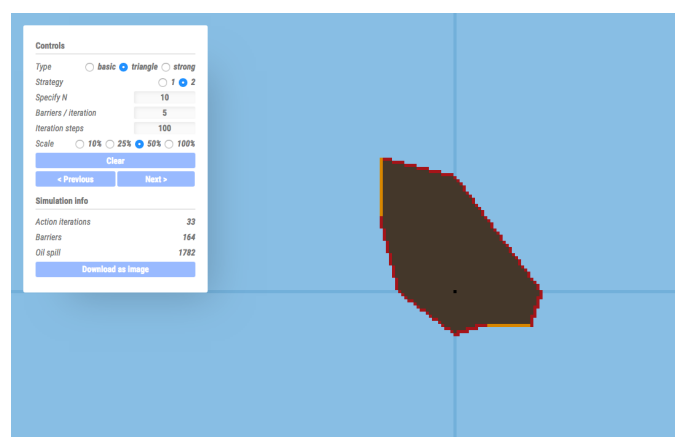
Podstawowym parametrem różniącym model kartezjański, model trójkątny i model mocny jest minimalna liczba zapór w cyklu akcji umożliwiająca otoczenie rozlewu, czyli gwarantująca skuteczność akcji ratowniczej. Do przeprowadzenia skutecznej akcji ratowniczej niezbędne są dwie zapory w cyklu akcji w modelu kartezjańskim, trzy zapory w cyklu akcji w modelu trójkątnym oraz cztery zapory w modelu mocnym. Charakterystyka modeli jest związana z parametrami krat zastosowanych w modelach.

W rezultacie użycie takiej samej liczby zapór w cyklu akcji daje inne wyniki dla każdego z modeli. Rysunki 6.9 - 6.11 prezentują rozwiązania uzyskane za pomocą modelu kartezjańskiego, modelu trójkątnego i modelu mocnego. Na rysunkach zaprezentowano scenariusze otoczenia plamy olejowej o parametrze $N = 10$ przy użyciu pięciu barier w cyklu akcji. Użycie takiej liczby środków do ograniczenia rozlewu daje zupełnie różne wyniki dla każdego z modeli. Działania ratownicze zostały przeprowadzone przy użyciu strategii II ograniczenia ekspansji rozlewu olejowego.



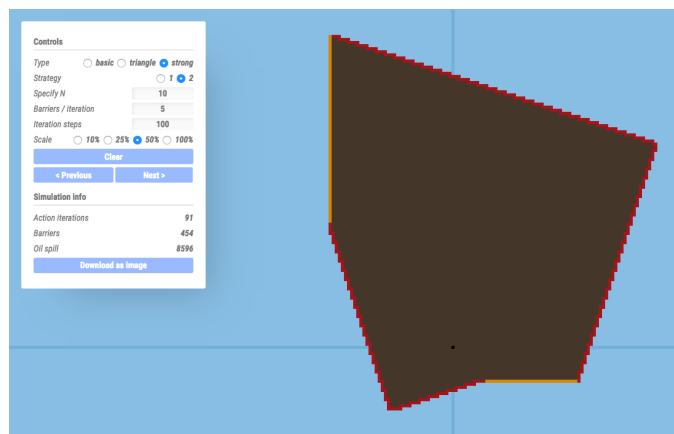
Rysunek 6.9: Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu pięciu zapór w cyklu akcji - model kartezjański

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 6.10: Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu pięciu zapór w cyklu akcji - model trójkątny

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 6.11: Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu pięciu zapór w cyklu akcji - model mocny

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 6.9 przedstawia wynik w przypadku modelu kartezjańskiego, gdzie przy użyciu takiej liczby barier stosunkowo szybko otoczono plamę. Czas otoczenia trwał 16 cykli, do otoczenia użyto 77 barier, a rozlew zajął 577 wierzchołków.

Rysunek 6.10 prezentuje wynik symulacji w przypadku modelu trójkątnego. Akcja otoczenia rozlewu trwała 33 cykle, łącznie użyto 164 bariery. Rozlew olejowy rozprzestrzenił się na 1782 wierzchołki.

Na rysunku 6.11 zaprezentowano otoczenie rozlewu olejowego w przypadku modelu mocnego. W czasie akcji ratowniczej, która trwała 91 cykli, użyto 454 bariery, a rozlew zajął 8596 wierzchołków.

Parametry wejściowe, czyli początkowa wielkość rozlewu olejowego oraz liczba środków dostępnych do przeprowadzenia działań ratowniczych, są identyczne dla każdej z przedstawionych symulacji (rysunki 6.9 - 6.11). Działania ratownicze przeprowadzone na każdej z krat znacznie różnią się pod względem uzyskanych parametrów wyjściowych. Różnorodność uzyskanych wyników pozwoli wykorzystać stworzony model do analizy działania systemu w różnych warunkach wpływających na efektywność prowadzonych działań ratowniczych.

6.4 Ocena wpływu zwiększenia liczby środków dla modelu kartezjańskiego

Podczas analizy założono, że do wypadku dochodzi na otwartym akwenu przy stabilnych warunkach meteorologicznych nie wpływających na przeprowadzenie akcji ratowniczej. Nie występuje ryzyko skażenia linii brzegowej ani innych obszarów szczególnie wrażliwych. Czas dotarcia do miejsca wypadku jest różny dla jednostek biorących udział w działaniach ratowniczych. Jednostki, które dotarły na miejsce jako pierwsze, mają wystarczającą liczbę sił i środków, by rozpocząć akcję ratowniczą. Pozostałe jednostki nie dotarły jeszcze na miejsce zdarzenia. Decydent spodziewa się dodatkowych sił i środków, ale nie ma pewności, kiedy jednostki dotrą na miejsce

zdarzenia. W analizowanej sytuacji pojawia się pytanie czy rozpocząć akcję otoczenia rozlewu z minimalną ilości zasobów, czy poczekać na dodatkowe jednostki.

W badaniach założono, że działania ratownicze rozpoczną się z minimalną liczbą zapór na cykl akcji. Wiadomo, że siły i środki zostaną powiększone w momencie dotarcia dodatkowych jednostek ratowniczych. Celem badania jest analiza zależności momentu zwiększenia liczby zapór w cyklu akcji na pozostałe parametry modelu.

Liczbę zapór użytą w cyklu akcji ratowniczej definiuje funkcja:

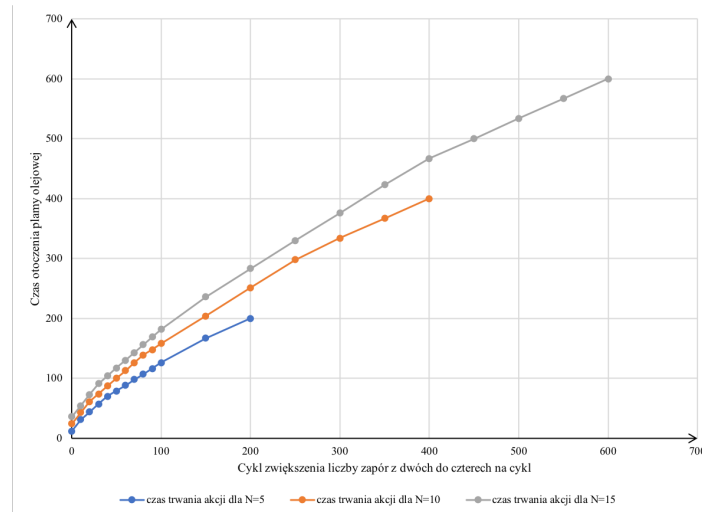
$$d(j) = \begin{cases} 2 & j \leq k \\ 4 & j > k \end{cases} \quad (6.1)$$

gdzie $j = 1, 2, 3, \dots$ to kolejne cykle akcji, a k to cykl, od którego liczba zapór użytych w cyklu akcji wzrasta z dwóch do czterech.

Przykład: Dla $k = 100$ funkcja liczby zapór użytych w cyklu akcji opisana wzorem 6.1 jest następująca:

$$d(j) = \begin{cases} 2 & j \leq 100 \\ 4 & j > 100 \end{cases}$$

gdzie $j = 1, 2, 3, \dots$ to kolejne cykle akcji. Zgodnie z funkcją określającą liczbę zapór, akcja ratownicza zostanie przeprowadzona przy użyciu dwóch zapór w cyklu przez 100 cykli akcji, następnie przy użyciu czterech zapór w cyklu, do zakończenia działań ratowniczych.

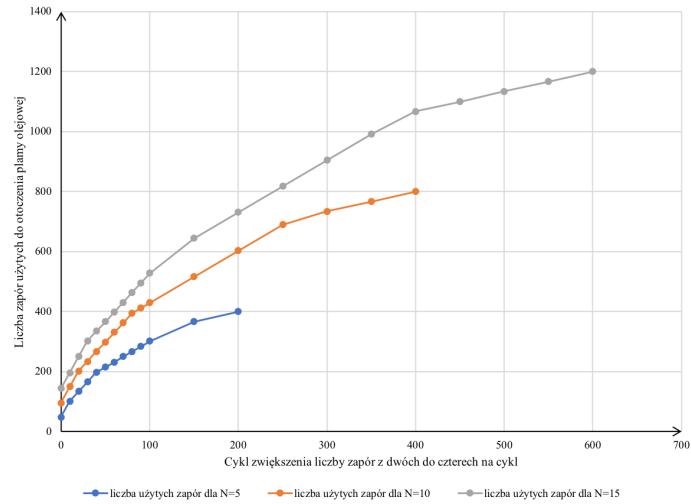


Rysunek 6.12: Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od momentu zwiększenia liczby zapór użytych w cyklu akcji z dwóch do czterech

Źródło: opracowanie własne

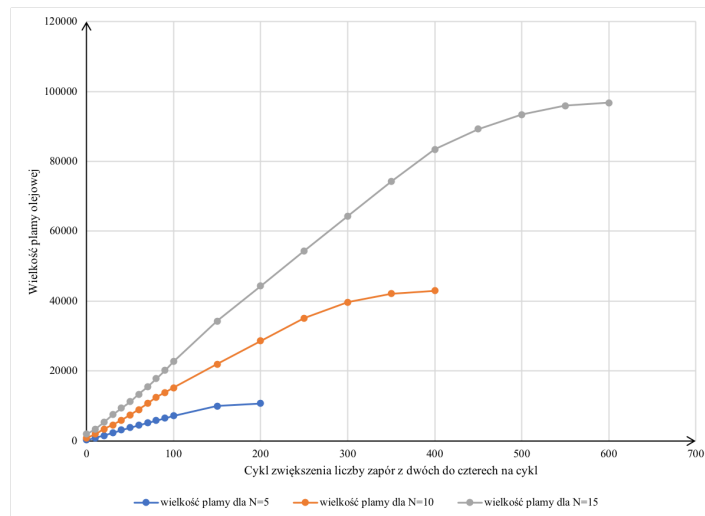
W przypadku akcji ratowniczej przeprowadzonej przy użyciu czterech zapór w cyklu liczba $k = 0$. Zwiększenie zapór z dwóch do czterech następuje w cyklu $k = 0$, co oznacza, że liczba zapór w każdym cyklu akcji $j = 1, 2, 3, \dots$ wynosi cztery zapory.

Zgodnie ze wzorem 6.1, jeżeli liczba k jest równa ostatniemu cyklowi akcji ratowniczej przeprowadzonej przy użyciu dwóch zapór to zwiększenie liczby barier z dwóch do czterech zapór w cyklu nie zostanie zrealizowane, ponieważ akcja ratownicza zostanie zakończona.



Rysunek 6.13: Zależność liczby zapór użytych do otoczenia płamy olejowej od momentu zwiększenia liczby zapór użytych w cyklu akcji z dwóch do czterech

Źródło: opracowanie własne

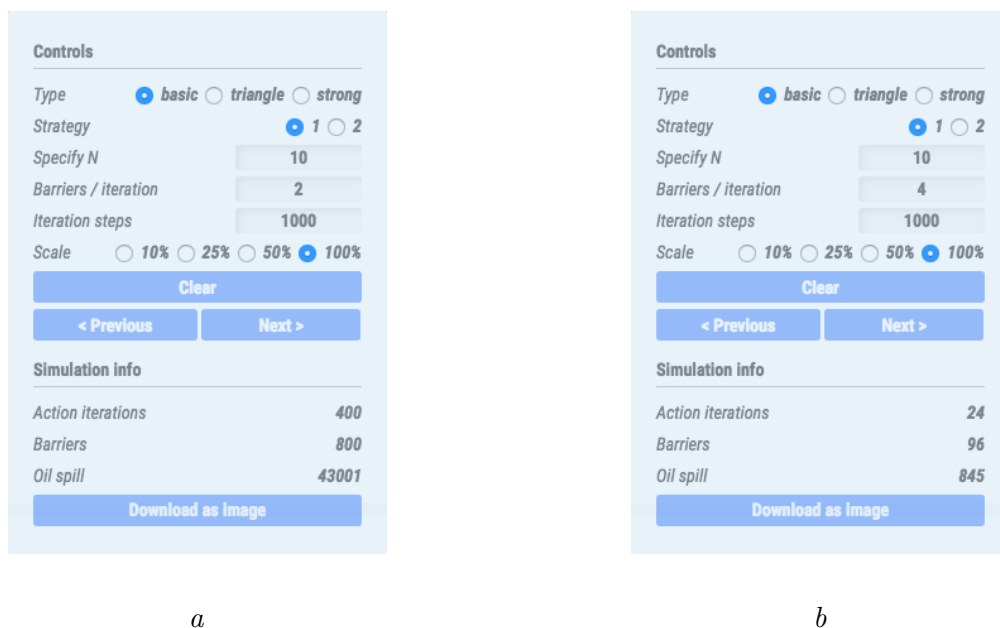


Rysunek 6.14: Zależność wielkości płamy olejowej od momentu zwiększenia liczby zapór użytych w cyklu akcji z dwóch do czterech

Źródło: opracowanie własne

Do badań przyjęto trzy scenariusze przeprowadzenia akcji ratowniczej przy użyciu strategii I. Scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 5$, gdzie liczba zapór użytych w cyklu akcji została zwiększona z dwóch do czterech zapór w cyklach $k = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 200$. Scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$, gdzie liczba zapór użytych w cyklu akcji została zwiększona z dwóch do czterech zapór w cyklach $k = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400$. Scenariusz dla plamy olejowej o parametrze $N = 15$ liczba zapór użytych w cyklu akcji została zwiększona z dwóch do czterech zapór w cyklach $k = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600$.

Wykresy na rysunkach 6.12 - 6.14 przedstawiają zależności parametrów czasu otoczenia plamy olejowej, liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej oraz wielkości plamy olejowej od momentu zwiększenia liczby zapór w cyklu akcji z dwóch do czterech.



Rysunek 6.15: Panel z wynikami symulacji a) dwie zapory w cyklu akcji b) cztery zapory w cyklu akcji

Źródło: opracowanie własne

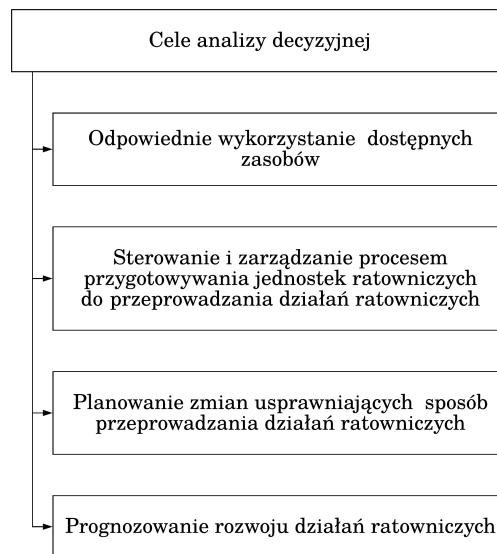
Na rysunkach 6.15 a i 6.15 b przedstawiono wyniki uzyskane na drodze symulacji dla dwóch skrajnych scenariuszy dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$. Rysunek 6.15 a przedstawia panel z wynikami otrzymanymi dla akcji ratowniczej przeprowadzonej przy użyciu dwóch zapór w cyklu. Rysunek 6.15 b przedstawia panel z wynikami dla akcji ratowniczej przeprowadzonej przy użyciu czterech zapór w cyklu. Biorąc pod uwagę, że dwie zapory stanowią minimalną liczbę zapór niezbędną do otoczenia plamy w modelu kartezjańskim różnica pomiędzy otrzymanymi wynikami jest znacząca. Przeprowadzenie akcji ratowniczej przy użyciu czterech zapór w cyklu akcji, czyli po dwukrotnym zwiększeniu liczby barier w cyklu akcji, ogromnie wpływa na wartości parametrów wyjściowych. Czas otoczenia plamy olejowej jest ponad szesnaście razy mniejszy, liczba użytych barier ponad 8 razy mniejsza, a wiel-

kość plamy olejowej ponad 50 razy mniejsza. Zwiększenie liczby barier z dwóch do czterech w cyklu akcji znacząco wpłynęło na wartość zmiennych decyzyjnych, a tym samym na ocenę działań ratowniczych przeprowadzonych ze zwiększoną liczbą sił i środków.

Analizując wykresy wpływu momentu zwiększania liczby zapór na zmienne decyzyjne modelu można stwierdzić, że zwiększenie liczby barier korzystnie wpływa na analizowane parametry. Im szybciej liczba zapór zostanie zwiększona, z dwóch do czterech w cyklu akcji, tym mniejsze są analizowane parametry: czas otoczenia plamy olejowej, liczba zapór użytych do otoczenia plamy, wielkość plamy olejowej.

Badania wykazały, że różnica między otrzymanymi wartościami dla poszczególnych zmiennych zmniejsza się wraz ze wzrostem momentu zwiększenia liczby barier. Zależność tę można zaobserwować na wszystkich wykresach. Porównując wartości wykresów dla plamy olejowej o parametrze $N = 15$ i momencie zwiększania liczby barier $k = 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600$ różnica pomiędzy wartościami wielkości rozlewu wynosi około dziesięć tysięcy i zmniejsza się wraz ze wzrostem momentu zwiększania liczby barier. Porównując dwie ostatnie wartości dla $k = 550$ i dla $k = 600$ różnica wynosi znacznie mniej, około jednego tysiąca. Podobna zależność zachodzi dla pozostałych parametrów.

Analiza porównawcza modeli pod kątem decyzyjnym została przeprowadzona w celu przedstawienia zastosowania zbudowanych modeli. Podczas badań wskazano różnorodność modeli oraz elementy wspólne, które wskazują na możliwość zastosowania do analizy decyzyjnej. Analiza przedstawionych scenariuszy modelu decyzyjnego



Rysunek 6.16: Cele analizy decyzyjnej

Źródło: opracowanie własne

rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze statków morskich może zostać wykorzystana do realizacji zadań dotyczących planowania oraz zarządzania w aspekcie działań ratowniczych, wyszczególnionych na rysunku 6.16.

Rozdział 7

Zakończenie

Celem naukowym rozprawy było opracowanie modelu decyzyjnego rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych. W ramach realizacji celu pracy wykonano analizę literatury dotyczącą zagadnienia rozlewów olejowych oraz metod zastosowanych w pracy, zidentyfikowano parametry charakteryzujące analizowane zdarzenie oraz działania ratownicze, skonstruowano modele matematyczne systemu dla podjętego zagadnienia.

Opracowany model decyzyjny zbudowano na bazie modeli składowych. Podstawę stanowi model rozlewu olejowego i strategii rozmieszczenia środków, który zawiera autorskie algorytmy walki z rozlewem. Modelowanie rozlewu i akcji ratowniczej na grafach kratowych pozwoliło uzyskać wyniki mające zastosowanie dla różnych warunków wpływających na zachowanie systemu. W pracy przeprowadzono analizę czasu działań ratowniczych. Zdefiniowano czas przygotowania działań ratowniczych oraz czas przeprowadzenia działań ratowniczych, wykorzystując metody probabilistyczne, by uwzględnić niepewności charakteryzujące omawiany system i losowych charakter parametru czasu. Praca zawiera model przemieszczania plamy olejowej zbudowany, by szacować prawdopodobieństwo przemieszczania plamy pod wpływem prądów.

Model decyzyjny rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze statków morskich, będący modelem autorskim, opracowano na podstawie parametrów decyzyjnych, wyodrębnionych przy budowie modeli składowych. Do budowy modelu decyzyjnego wykorzystano również aplikację komputerową, zbudowaną w oparciu o algorytmy przedstawione w niniejszej rozprawie. Na podstawie wyników otrzymanych na drodze symulacji stworzono scenariusze rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych. Zbudowany model decyzyjny umożliwił przeprowadzenie eksperymentów badawczych i weryfikację rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych ze względu na bezpieczeństwo ekologiczne i jest odpowiedzią na hipotezę badawczą rozprawy.

Zaprezentowany model decyzyjny może zostać wykorzystany jako narzędzie wspomagające planowanie i organizowanie działań ratowniczych w aspekcie rozmieszczenia środków, ich liczby i miejsca.

Kierunek dalszych badań obejmuje następujące prace: parametryzację wielkości obszaru akwenu odpowiadającego wierzchołkowi kraty w zależności od właściwości fizyko-chemicznych rozlanego oleju oraz lokalizacji rozlewu, opracowanie algoryt-

mów otoczenia rozlewu olejowego umożliwiające przeprowadzenie akcji ratowniczej przez kilka jednostek ratowniczych rozpoczynających działania z różnych stron rozlewu, kontynuację badań nad modelem przemieszczania rozlewu oraz wykorzystanie modelu decyzyjnego w zakresie zarządzania w sytuacjach zagrożenia.

Dodatek A

Problem strażaka

Problem strażaka był inspiracją do stworzenia modelu walki z rozlewem na grafach kratowych i na jego podstawie zbudowano strategię rozmieszczania zapór. Rozprzestrzeniający pożar, istotny w problemie strażaka, został wykorzystany do opisu rozprzestrzeniającego rozlewu olejowego. Oba zjawiska, stanowiące ogromne zagrożenie, łączy sposób podjętych działań, czyli próba otoczenia. W problemie strażaka główną uwagę skupia się na minimalnej liczbie środków pozwalającej otoczyć zagrożenie. Badając rozmieszczenie środków do zwalczania rozlewów olejowych stworzono narzędzie pozwalające przeprowadzić akcję ratowniczą przy użyciu dowolnej liczby środków z możliwością zmiany liczby środków w każdej jednostce czasu. Szczegóły metod modelowania akcji ratowniczej zostały przedstawione w rozdziale 3. Załącznik A przedstawia jedynie podstawowe założenia i treści problemu strażaka.

Problem strażaka rozważano dla różnych rodzin grafów: dla grafów nieskończonych [12, 19, 63, 64, 65, 66, 78], dla grafów skończonych [51, 78] oraz dla drzew [32, 17]. W załączniku przedstawiono problem strażaka dla 2-wymiarowych grafów nieskończonych. Zaprezentowano problem strażaka ze stałą liczbą strażaków dla trzech grafów nieskończonych (krata Kartezjańska, krata trójkątna, krata mocna) oraz podstawy problemu strażaka z ułamkową średnią liczbą strażaków na kracie kartezyjskiej. Przedstawiono twierdzenia opisujące parametry otaczania powiększającego się zagrożenia na każdej z analizowanych krat.

W ramach wprowadzenia przedstawiono definicje teorii grafów niezbędne do opisu zagadnienia: graf G składa się z niepustego zbioru wierzchołków $V(G) = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ i zbioru krawędzi $E(G) = \{e_0, e_1, \dots, e_m\}$, czyli rodziny par nieuporządkowanych elementów zbioru $V(G)$. Krawędź $\{v, u\}$ łączy wierzchołki v i u grafu G , oznaczamy ją symbolem vu . Mówimy wtedy, że wierzchołki v i u są incydentne z krawędzią vu , bądź też, że krawędź jest incydentna z wierzchołkami. Wierzchołki v i u grafu G są sąsiednie (przyległe), jeśli są incydentne z krawędzią vu . Jeśli wierzchołki v i u są przyległe zapisujemy $v \sim u$, w przeciwnym przypadku $v \not\sim u$. Zbiór wierzchołków przyległych do wierzchołka $v \in V(G)$ zapisujemy jako $N(v)$, zaś zbiór wierzchołków przyległych do wierzchołków zbioru $A \subset V(G)$ jako $N(A)$, czyli $N(A) = \bigcup_{v \in A} N(v)$. Graf liniowy, zwany również ścieżką, oznaczany P_n , to graf, którego wierzchołki $V(P_n) = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ spełniają założenie $v_i \sim v_{i+1}$ dla $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. Produktem kartezyjskim (iloczynem kartezyjskim) grafów G i H nazywamy graf $G \square H$, w którym $V(G \square H) = V(G) \times V(H) = \{(x, y) : x \in$

$V(G), y \in V(H)\}$. Wierzchołki $(x, y), (x', y') \in V(G \square H)$ są przyległe wtedy i tylko wtedy gdy $x = x'$ i $yy' \in E(H)$ lub $y = y'$ i $xx' \in E(G)$. Produkt kartezjański dwóch ścieżek o nieskończonej długości, $P_\infty \times P_\infty$, to nieskończony prostokątny graf, nazywany kratą Kartezjańską.

Problem strażaka powszechnie znany jest jako „the firefighter problem”. Problem ten został zdefiniowany przez Bert L. Hartnell w 1995 roku [32]. Jego podstawowa treść brzmiała następująco:

Pożar wybucha w jednym z wierzchołków grafu G w czasie $t = 0$. Na początku następnego kroku czasu pojawiają się strażacy, którzy zajmują wolne wierzchołki, aby je chronić. Po ruchu strażaków, pożar rozprzestrzenia się na wszystkie przyległe, niechronione wierzchołki. Kończy się pierwszy krok czasu. W każdym kolejnym kroku, strażacy i pożar zajmują wolne wierzchołki.

Zgodnie z powyższym w czasie $t = 0$ na jednym z wierzchołków kraty, zwanym dalej źródłem pożaru, pojawia się pożar. W tym czasie wszystkie inne wierzchołki kraty są wierzchołkami wolnymi to znaczy, że nie ma na nich strażaka i nie rozprzestrzenił się na nie pożar. Wierzchołek jest chroniony, jeśli umieścimy na nim strażaka. Taki wierzchołek pozostaje chroniony przez kolejne jednostki czasu. Podobnie dzieje się w przypadku wierzchołków spalonych; tych, które pochłonął pożar nie można już uratować. Na początku pierwszego kroku czasu $t = 1$ pojawiają się strażacy i zajmują wolne wierzchołki. Po ruchu strażaków, pożar rozprzestrzenia się na wszystkie wierzchołki, które są wolne i przyległe do wierzchołków spalonych. Kończy się pierwszy krok czasu. W każdym kolejnym kroku, strażacy i pożar zajmują kolejne wierzchołki. Liczbę strażaków opisuje funkcja f . Jest to liczba strażaków dostępnych w każdej jednostce czasu. Koniec procesu w nieskończonej kratce kartezjańskiej następuje, jeśli spełniony zostanie jeden z warunków:

- pożar zostaje otoczony, co oznacza, że nie może się dalej rozprzestrzeniać oraz istnieją wolne wierzchołki kraty,
- pożar nie może być powstrzymany, co oznacza, że będzie się rozprzestrzeniał w nieskończoność.

Problemu strażaka dla 2-wymiarowych grafów nieskończonych obejmuje zagadnienia odpowiadające na pytania czy dana liczba strażaków może otoczyć pożar, jak szybko można wykonać to zadanie, jaka jest minimalna liczba spalonych wierzchołków. Wiele prac poświęcono zagadnieniu minimalnej liczby strażaków niezbędnych do otoczenia pożaru dla grafów nieskończonych. Pierwsze metody wyznaczenia minimalnej liczby strażaków zostały wprowadzone przez Fogarty [19], następnie uogólnili je Delvin i Hartke [12].

Wang and Moeller [78] udowodnili, że na kracie Kartezjańskiej pojedynczy pożar nie może zostać otoczony przez jednego strażaka ($f = 1$) oraz pokazali otoczenia pojedynczego pożaru przy użyciu dwóch strażaków ($f = 2$); jest to najlepsze rozwiązanie dające minimalną liczbę spalonych wierzchołków równą 18 w 8 krokach czasu [78]. Fogarty udowodniła, że na kracie trójkątnej pojedynczy pożar nie może zostać otoczony przez dwóch strażaków ($f = 2$) [19], a Messinger, że na kracie mocnej pojedynczy pożar nie może zostać otoczony przez trzech strażaków ($f = 3$) [64].

Problem strażaka dostarcza odpowiedzi na minimalną stałą liczbę strażaków na jednostkę czasu niezbędną do otoczenia zagrożenia. Twierdzenia przedstawiają wyniki uzyskane dla kraty Kartezjańskiej, kraty trójkątnej i karty mocnej.

Twierdzenie 7 [19] *W 2-wymiarowym nieskończonym grafie kwadratowym, do otoczenia pożaru obejmującego skończoną liczbę wierzchołków, potrzeba i wystarczy dwóch strażaków.*

Twierdzenie 8 [64] *W 2-wymiarowym nieskończonym grafie trójkątnym, do otoczenia pożaru obejmującego skończoną liczbę wierzchołków, potrzeba i wystarczy trzech strażaków.*

Twierdzenie 9 [64] *W 2-wymiarowym nieskończonym grafie mocnym, do otoczenia pożaru obejmującego skończoną liczbę wierzchołków, potrzeba i wystarczy czterech strażaków.*

Celem strażaków nie jest zgaszenie płonących wierzchołków, lecz otoczenie pożaru przy użyciu minimalnej niezbędnej liczby strażaków. Istnieją algorytmy otoczenia pożarów przy wykorzystaniu minimalnej, niezbędnej liczby strażaków dla każdej z kart. Ich użycie gwarantuje uzyskanie parametrów, opisanych w poniższych twierdzeniach. Analizowany pożar pojawia się na kracie w czasie $t = 0$ i rozprzestrzenia się przez kolejne k jednostek czasu z wierzchołków zajętych przez ogień na wszystkie sąsiednie puste wierzchołki. W $k + 1$ jednostce czasu przybywają strażacy i od tego momentu w każdej jednostce czasu stała liczba strażaków pojawia się na pustych wierzchołkach, by je chronić. Pożar rozprzestrzenia się dopóki nie zostanie otoczony.

Twierdzenie 10 [19] *Niech w nieskończonej kracie Kartezjańskiej pożar rozwija się przez k jednostek czasu a strażacy przybywają w czasie $k + 1$. Wtedy dwóch strażaków na jednostkę czasu ($f = 2$) może otoczyć pożar w $32k + 1$ jednostkach czasu, a liczba wierzchołków zajętych przez pożar wyniesie $318k^2 + 14k + 1$.*

Twierdzenie 11 [65] *Niech w nieskończonej kracie trójkątnej pożar rozwija się przez k jednostek czasu a strażacy przybywają w czasie $k + 1$. Wtedy trzech strażaków na jednostkę czasu ($f = 3$) może otoczyć pożar w $18k + 3$ jednostkach czasu, a liczba wierzchołków zajętych przez pożar wyniesie $172N^2 + 58N + 5$.*

Twierdzenie 12 [66] *Niech w nieskończonej kracie mocnej pożar rozwija się przez k jednostek czasu a strażacy przybywają w czasie $k + 1$. Wtedy czterech strażaków na jednostkę czasu ($f = 4$) może otoczyć pożar w $24k + 7$ jednostkach czasu, a liczba wierzchołków zajętych przez pożar wyniesie $340N^2 + 218N + 35$.*

Dążąc do zminimalizowania liczby strażaków na jednostkę czasu mogących otoczyć pożar rozważono ułamkową średnią liczbą strażaków. Problem strażaka z ułamkową średnią liczbą strażaków opisany w pracy [72] to zagadnienie, w którym ilość umieszczanych strażaków w każdej jednostce czasu zależy od wartości funkcji f_n zdefiniowanej w następujący sposób. Dla każdego $n \in N$ niech

$$f_n(i) = \begin{cases} 1 & 1 \leq i \pmod{(2n + 1)} \leq n \\ 2 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

Przykład: Funkcja f_n dla $n = 1$, $n = 4$ i $n = 7$ ma postać odpowiednio:

$$f_1 = [1, 2, 2],$$

$$f_4 = [1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2],$$

$$f_7 = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2].$$

Jak łatwo zauważyć funkcja f_n ma okres $2n + 1$. Jej n pierwszych wyrazów to liczba 1, zaś kolejne $n + 1$ wyrazów to liczba 2. Zatem korzystając z funkcji f_n przez n pierwszych jednostek czasu będziemy umieszczać jednego strażaka, a następnie przez $n + 1$ jednostek czasu dwóch strażaków. Łatwo zauważyć, że średnia liczba strażaków jest zawsze większa niż 1,5 ponieważ:

$$\frac{1 \cdot n + 2(n + 1)}{2n + 1} = \frac{3n + 2}{2n + 1} = 1 + \frac{n + 1}{2n + 1} > 1,5$$

W pracy [72] przedstawiono strategię, określającą położenie strażaków oraz udowodniono, że dla każdej postaci funkcji f_n liczba strażaków jest wystarczająca, by ugasić pożar.

Treści przedstawione w załączniku stanowią najistotniejsze wyniki uzyskane przy badaniu minimalnej liczby strażaków, które przyczyniły się do budowy strategii rozmieszczenia środków do zwalczania rozlewów olejowych.

Dodatek B

Rozkład sumy zmiennych losowych

Funkcję gęstości prawdopodobieństwa f_{T_p} sumy dwóch niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych otrzymano wykorzystując równania transformaty Laplace'a 2.5 i 2.6 oraz równanie zawierające transformatę odwrotną 2.4. Tabela 2.1 umieszczona na stronie 18 przedstawia cztery warianty wyrażenia oraz ich podwarianty.

Wyrażenie $f_{T_p}^{(2)}$ określa funkcję f_{T_p} w wariancie II. Dla $a_1 \leq x_1 \leq m_1$ i $m_2 \leq x_2 \leq b_2$ i $k_2 = \frac{4}{(b_1-a_1)(b_2-a_2)(m_1-a_1)(b_2-m_2)}$ funkcję gęstości zmiennej losowej T_p przedstawiają poniższe wyrażenia uwzględniające podwarianty wariantu II. Jeżeli $a_1 + b_2 < m_1 + m_2$:

$$f_{T_p}^{(2)}(x) = \begin{cases} k_2 \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (a_1 + b_2) + x \left(-\frac{a_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - b_2 m_2 - a_1 b_2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{m_2^2}{2} (b_2 - a_1) + \frac{a_1^2 b_2}{2} + a_1 b_2 m_2 + \frac{a_1^3}{6} - \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (a_1 + m_2, a_1 + b_2) \\ k_2 \times \left[\frac{x}{2} (b_2 - m_2)^2 + \frac{m_2^2}{2} (b_2 - a_1) - \frac{a_1 b_2^2}{2} + a_1 b_2 m_2 - \frac{b_2^3}{6} - \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (a_1 + b_2, m_1 + m_2) \\ k_2 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (a_1 + b_2) + x \left(-\frac{m_1^2}{2} + \frac{b_2^2}{2} + a_1 m_1 + a_1 b_2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{m_1^2}{2} (b_2 - a_1) - \frac{a_1 b_2^2}{2} - a_1 b_2 m_1 - \frac{b_2^3}{6} + \frac{m_1^3}{3} \right] & x \in (m_1 + m_2, m_1 + b_2) \end{cases}$$

Jeżeli $a_1 + b_2 = m_1 + m_2$:

$$f_{T_p}^{(2)}(x) = \begin{cases} k_2 \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (a_1 + b_2) + x \left(-\frac{a_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - b_2 m_2 - a_1 b_2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{m_2^2}{2} (b_2 - a_1) + \frac{a_1^2 b_2}{2} + a_1 b_2 m_2 + \frac{a_1^3}{6} - \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (a_1 + m_2, a_1 + b_2) \\ k_2 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (a_1 + b_2) + x \left(-\frac{m_1^2}{2} + \frac{b_2^2}{2} + a_1 m_1 + a_1 b_2 \right) + \right. \\ \left. + \frac{m_1^2}{2} (b_2 - a_1) - \frac{a_1 b_2^2}{2} - a_1 b_2 m_1 - \frac{b_2^3}{6} + \frac{m_1^3}{3} \right] & x \in (a_1 + b_2, m_1 + b_2) \end{cases}$$

Jeżeli $a_1 + b_2 > m_1 + m_2$:

$$f_{T_p}^{(2)}(x) = \begin{cases} k_2 \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (a_1 + b_2) + x \left(-\frac{a_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} - b_2 m_2 - a_1 b_2 \right) + \right. & x \in (a_1 + m_2, m_1 + m_2) \\ \left. + \frac{m_2^2}{2} (b_2 - a_1) + \frac{a_1^2 b_2}{2} + a_1 b_2 m_2 + \frac{a_1^3}{6} - \frac{m_2^3}{3} \right] \\ k_2 \times \left[-\frac{x}{2} (m_1 - a_1)^2 + \frac{m_1^2}{2} (b_2 - a_1) + \frac{a_1^2 b_2}{2} - a_1 b_2 m_1 + \frac{a_1^3}{6} + \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (m_1 + m_2, a_1 + b_2) \\ k_2 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (a_1 + b_2) + x \left(-\frac{m_1^2}{2} + \frac{b_2^2}{2} + a_1 m_1 + a_1 b_2 \right) + \right. & x \in (a_1 + b_2, m_1 + b_2) \\ \left. + \frac{m_1^2}{2} (b_2 - a_1) - \frac{a_1 b_2^2}{2} - a_1 b_2 m_1 - \frac{b_2^3}{6} + \frac{m_1^3}{3} \right] \end{cases}$$

Wyrażenie $f_{T_p}^{(3)}$ określa funkcję f_{T_p} w wariancie III. Dla $m_1 \leq x_1 \leq b_1$ i $a_2 \leq x_2 \leq m_2$ i $k_3 = \frac{4}{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(b_1 - m_1)(m_2 - a_2)}$ funkcję gęstości zmiennej losowej T_p przedstawiają poniższe wyrażenia uwzględniające podwarianty wariantu III. Jeżeli $m_1 + m_2 < b_1 + a_2$:

$$f_{T_p}^{(3)}(x) = \begin{cases} k_3 \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (b_1 + a_2) + x \left(\frac{m_1^2}{2} - \frac{a_2^2}{2} - b_1 m_1 - b_1 a_2 \right) + \right. & x \in (m_1 + a_2, m_1 + m_2) \\ \left. + \frac{m_1^2}{2} (b_1 - a_2) + \frac{b_1 a_2^2}{2} + b_1 a_2 m_1 + \frac{a_2^3}{6} - \frac{m_1^3}{3} \right] \\ k_3 \times \left[-\frac{x}{2} (m_2 - a_2)^2 + \frac{m_2^2}{2} (b_1 - a_2) - \frac{b_1 a_2^2}{2} - b_1 a_2 m_2 + \frac{a_2^3}{6} + \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (m_1 + m_2, b_1 + a_2) \\ k_3 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (b_1 + a_2) + x \left(-\frac{m_2^2}{2} + \frac{b_1^2}{2} + a_2 m_2 + b_1 a_2 \right) + \right. & x \in (b_1 + a_2, b_1 + m_2) \\ \left. + \frac{m_2^2}{2} (b_1 - a_2) - \frac{b_1^2 a_2}{2} - b_1 a_2 m_2 - \frac{b_1^3}{6} + \frac{m_2^3}{3} \right] \end{cases}$$

Jeżeli $m_1 + m_2 = b_1 + a_2$:

$$f_{T_p}^{(3)}(x) = \begin{cases} k_3 \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (b_1 + a_2) + x \left(\frac{m_1^2}{2} - \frac{a_2^2}{2} - b_1 m_1 - b_1 a_2 \right) + \right. & x \in (m_1 + a_2, m_1 + m_2) \\ \left. + \frac{m_1^2}{2} (b_1 - a_2) + \frac{b_1 a_2^2}{2} + b_1 a_2 m_1 + \frac{a_2^3}{6} - \frac{m_1^3}{3} \right] \\ k_3 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (b_1 + a_2) + x \left(-\frac{m_2^2}{2} + \frac{b_1^2}{2} + a_2 m_2 + b_1 a_2 \right) + \right. & x \in (m_1 + m_2, b_1 + m_2) \\ \left. + \frac{m_2^2}{2} (b_1 - a_2) - \frac{b_1^2 a_2}{2} - b_1 a_2 m_2 - \frac{b_1^3}{6} + \frac{m_2^3}{3} \right] \end{cases}$$

Jeżeli $m_1 + m_2 > b_1 + a_2$:

$$f_{T_p}^{(2)}(x) = \begin{cases} k_3 \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (b_1 + a_2) + x \left(\frac{m_1^2}{2} - \frac{a_2^2}{2} - b_1 m_1 - b_1 a_2 \right) + \right. & x \in (m_1 + a_2, b_1 + a_2) \\ \left. + \frac{m_1^2}{2} (b_1 - a_2) + \frac{b_1 a_2^2}{2} + b_1 a_2 m_1 + \frac{a_2^3}{6} - \frac{m_1^3}{3} \right] \\ k_3 \times \left[-\frac{x}{2} (b_1 - m_1)^2 + \frac{m_1^2}{2} (b_1 - a_2) - \frac{b_1^2 a_2}{2} - b_1 a_2 m_1 - \frac{b_1^3}{6} - \frac{m_1^3}{3} \right] & x \in (b_1 + a_2, m_1 + m_2) \\ k_3 \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (b_1 + a_2) + x \left(-\frac{m_2^2}{2} + \frac{b_1^2}{2} + a_2 m_2 + b_1 a_2 \right) + \right. & x \in (m_1 + m_2, b_1 + m_2) \\ \left. + \frac{m_2^2}{2} (b_1 - a_2) - \frac{b_1^2 a_2}{2} - b_1 a_2 m_2 - \frac{b_1^3}{6} + \frac{m_2^3}{3} \right] \end{cases}$$

Wyrażenie $f_{T_p}^{(4)}$ określa funkcję f_{T_p} w wariancie IV. Dla $m_1 \leq x_1 \leq b_1$ i $m_2 \leq x_2 \leq b_2$ i $k_4 = \frac{4}{(b_1 - a_1)(b_2 - a_2)(b_1 - m_1)(m_2 - a_2)}$ funkcję gęstości zmiennej losowej T_p przedstawiają

poniższe wyrażenia uwzględniające podwarianty wariantu IV. Jeżeli $m_1 + b_2 < b_1 + m_2$:

$$f_{T_p}^{(4)}(x) = \begin{cases} k_4 \times \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (b_1 + b_2) + x \left(-\frac{m_1^2}{2} - \frac{m_2^2}{2} - b_1 m_1 + b_2 m_2 + b_1 b_2 \right) + \right. & x \in (m_1 + m_2, m_1 + b_2) \\ \left. -\frac{m_1^2}{2} (b_1 - b_2) + \frac{m_2^2}{2} (b_1 - b_2) - a_1 a_2 (m_1 + m_2) + \frac{m_1^3}{3} + \frac{m_2^3}{3} \right] & \\ k_4 \times \left[-\frac{x}{2} (b_2 - m_2)^2 + \frac{m_2^2}{2} (b_1 - b_2) + \frac{b_1 b_2^2}{2} - b_1 b_2 m_2 + \frac{b_2^3}{6} + \frac{m_2^3}{3} \right] & x \in (m_1 + b_2, b_1 + m_2) \\ k_4 \times \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (b_1 + b_2) - \frac{x}{2} (b_1 + b_2)^2 + \frac{1}{6} (b_1 + b_2)^3 \right] & x \in (b_1 + m_2, b_1 + b_2) \end{cases}$$

Jeżeli $m_1 + b_2 = b_1 + m_2$:

$$f_{T_p}^{(4)}(x) = \begin{cases} k_4 \times \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (b_1 + b_2) + x \left(-\frac{m_1^2}{2} - \frac{m_2^2}{2} - b_1 m_1 + b_2 m_2 + b_1 b_2 \right) + \right. & x \in (m_1 + m_2, m_1 + b_2) \\ \left. -\frac{m_1^2}{2} (b_1 - b_2) + \frac{m_2^2}{2} (b_1 - b_2) - a_1 a_2 (m_1 + m_2) + \frac{m_1^3}{3} + \frac{m_2^3}{3} \right] & \\ k_4 \times \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (b_1 + b_2) - \frac{x}{2} (b_1 + b_2)^2 + \frac{1}{6} (b_1 + b_2)^3 \right] & x \in (m_1 + b_2, b_1 + b_2) \end{cases}$$

Jeżeli $m_1 + b_2 > b_1 + m_2$:

$$f_{T_p}^{(4)}(x) = \begin{cases} k_4 \times \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} (b_1 + b_2) + x \left(-\frac{m_1^2}{2} - \frac{m_2^2}{2} - b_1 m_1 + b_2 m_2 + b_1 b_2 \right) + \right. & x \in (m_1 + m_2, b_1 + m_2) \\ \left. -\frac{m_1^2}{2} (b_1 - b_2) + \frac{m_2^2}{2} (b_1 - b_2) - a_1 a_2 (m_1 + m_2) + \frac{m_1^3}{3} + \frac{m_2^3}{3} \right] & \\ k_4 \times \left[-\frac{x}{2} (b_1 - m_1)^2 - \frac{m_1^2}{2} (m_1 - m_2) + \frac{b_1^2 b_2}{2} - b_1 b_2 m_1 + \frac{b_1^3}{6} + \frac{m_1^3}{3} \right] & x \in (b_1 + m_2, m_1 + b_2) \\ k_4 \times \left[-\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} (b_1 + b_2) - \frac{x}{2} (b_1 + b_2)^2 + \frac{1}{6} (b_1 + b_2)^3 \right] & x \in (m_1 + b_2, b_1 + b_2) \end{cases}$$

Spis pojęć zdefiniowanych w pracy

akcja ratownicza - działania ratownicze przeprowadzone na miejscu zdarzenia

atak - część akcji ratowniczej - działania ofensywne, mające na celu otoczenie rozlewu barierami

cykl - umowna jednostka czasu

działania ratownicze - działania podjęte przez jednostki ratownicze, w przypadku pojawienia się zagrożenia - powstania rozlewu olejowego; od momentu otrzymania informacji o rozlewie olejowym do momenty zakończenia akcji na miejscu zdarzenia; podjęte działania ratownicze można podzielić na przygotowanie działań ratowniczych oraz przeprowadzenie działań na miejscu zdarzenia

końcowa wielkość rozlewu - wielkość rozlewu w momencie zakończenia działań ratowniczych; rozlew jest otoczony barierami i nie może się dalej rozprzestrzeniać (mierzona za pomocą ilości wierzchołków zajętych przez olej)

krata - sieć regularna składająca się z wierzchołków oraz krawędzi

krata Kartezjańska - nieskończona krata, w której każdy wierzchołek posiada cztery wierzchołki sąsiednie

krata mocna - nieskończona krata, w której każdy wierzchołek posiada osiem wierzchołków sąsiednich

krata trójkątna - nieskończona krata, w której każdy wierzchołek posiada sześć wierzchołków sąsiednich

krawędź - najkrótsza droga łącząca dwa wierzchołki kraty

model kartezjański - model rozlewu olejowego oraz strategii rozmieszczenia zbudowany na kracie Kartezjańskiej

model mocny - model rozlewu olejowego oraz strategii rozmieszczenia zbudowany na kracie mocnej

model trójkątny - model rozlewu olejowego oraz strategii rozmieszczenia zbudowany

wany na kracie trójkątnej

model rozlewu olejowego oraz strategii rozmieszczenia - model zbudowany na grafie kratowym, gdzie za pomocą wierzchołków i krawędzi kraty odwzorowano rozwój rozlewu olejowego oraz akcji ratowniczej polegającej na rozmieszczeniu barier, w celu otoczenia rozlewu

obrona - część akcji ratowniczej - działania defensywne, mające na celu użycie minimalnej liczby barier pozwalającej kontrolować, rozlew nie wyprzedził linii zapór

początkowa wielkość rozlewu - wielkość rozlewu w momencie przedostania się oleju do akwenu (mierzona za pomocą ilości wierzchołków zajętych przez olej)

przeprowadzenie działań ratowniczych - działania ratownicze podjęte na miejscu zdarzenia; czyli akcja ratownicza polegająca na walce z rozlewem olejowym

przygotowanie działań ratowniczych - działania ratownicze podjęte od momentu otrzymania informacji o zagrożeniu w postaci rozlewu olejowego do momentu dotarcia na miejsce zdarzenia

sąsiedztwo wierzchołka - liczba krawędzi odpowiadająca wierzchołkowi

strategia rozmieszczenia środków - algorytm definiujący współrzędne wierzchołków, na których należy umieścić bariery w celu otoczenia rozlewu

środki do zwalczania rozlewów olejowych - są to zasoby użyte do otoczenia rozlewu zwane w pracy zaporami lub barierami

walka z rozlewem olejowym - akcja ratownicza polegająca na otoczeniu rozlewu olejowego zaporami, by zapobiec jego dalszemu rozprzestrzenianiu

wierzchołek - punkt kraty

wierzchołki sąsiednie - dwa wierzchołki połączone krawędzią

zasoby - siły i środki wykorzystane do przeprowadzenia akcji ratowniczej

Spis rysunków

1.1	Ogólny schemat modelowanego systemu	10
1.2	Składowe modelu decyzyjnego	12
2.1	Działania ratownicze	14
2.2	Czas w modelu	15
2.3	Parametry wpływające na czas przygotowania działań ratowniczych .	16
2.4	Średni czas podjętych działań ratowniczych dla $\frac{1}{\lambda} = 1h, a = 15min, b = 30min$	24
2.5	Średni czas podjętych działań ratowniczych dla $\frac{1}{\lambda} = 1h, a = 30min, b = 45min$	24
2.6	Średni czasu podjętych działań ratowniczych dla $\frac{1}{\lambda} = 1h, a = 45min, b = 1h$	24
3.1	Fragmenty krat <i>a)</i> Kartezjańskiej <i>b)</i> trójkątnej <i>c)</i> mocnej	27
3.2	Rozlew olejowy o parametrze $N = 3$ <i>a)</i> na kracie Kartezjańskiej <i>b)</i> na kracie trójkątnej <i>c)</i> na kracie mocnej	28
3.3	Rozlew w trzecim cyklu <i>a)</i> bez barier <i>b)</i> z użyciem barier	29
3.4	Rozlew na kracie Kartezjańskiej <i>a)</i> o parametrze $N = 10$ <i>b)</i> o parametrze $N = 20$	30
3.5	<i>a)</i> Cykl 20 akcji ratowniczej polegającej na umieszczeniu jednej zapory w cyklu dla rozlewu o parametrze $N = 10$ <i>b)</i> Cykl 10 akcji ratowniczej polegającej na umieszczeniu jednej zapory w cyklu dla rozlewu o parametrze $N = 20$	31
3.6	Kierunek działań w strategii I na kracie Kartezjańskiej	32
3.7	Kierunek działań w strategii II na kracie Kartezjańskiej	32
3.8	Reguły wyboru wierzchołka na kracie Kartezjańskiej w strategii I <i>a)</i> etap I <i>b)</i> etap II <i>c)</i> etap III <i>d)</i> etap IV	34
3.9	Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie Kartezjańskiej <i>a)</i> etap I <i>b)</i> etap II	35
3.10	Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie Kartezjańskiej <i>a)</i> etap III <i>b)</i> etap IV - zakończenie akcji ratowniczej	37
3.11	Reguły wyboru wierzchołka na kracie Kartezjańskiej w strategii II <i>a)</i> etap III <i>b)</i> etap IV	38
3.12	Strategia II rozmieszczenia zapór na kracie Kartezjańskiej <i>a)</i> etap III <i>b)</i> etap IV - zakończenie akcji ratowniczej	39
3.13	Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu strategii I - skala 50%	40
3.14	Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu strategii II - skala 50%	40

3.15	Rozlew na kracie trójkątnej <i>a)</i> o parametrze $N = 10$ <i>b)</i> o parametrze $N = 20$	41
3.16	Rozlew na kracie trójkątnej <i>a)</i> użycie jednej zapory w cyklu akcji <i>b)</i> użycie dwóch zapór w cyklu akcji	42
3.17	Kierunek działań w strategii I na kracie trójkątnej	43
3.18	Kierunek działań w strategii II na kracie trójkątnej	44
3.19	Reguły wyboru wierzchołka na kracie trójkątnej w strategii I <i>a)</i> etap I <i>b)</i> etap II <i>c)</i> etap III	45
3.20	Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej <i>a)</i> etap I <i>b)</i> etap II	46
3.21	Reguły wyboru wierzchołka na kracie trójkątnej w strategii I <i>a)</i> etap IV <i>b)</i> etap V <i>c)</i> etap VI	47
3.22	Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej <i>a)</i> etap III <i>b)</i> etap IV	47
3.23	Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej <i>a)</i> etap V <i>b)</i> etap VI - zakończenie akcji ratowniczej	48
3.24	Reguły wyboru wierzchołka na kracie trójkątnej w strategii II <i>a)</i> etap IV <i>b)</i> etap V <i>c)</i> etap VI	50
3.25	Strategia II rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej etap IV	50
3.26	Strategia II rozmieszczenia zapór na kracie trójkątnej <i>a)</i> etap V <i>b)</i> etap VI - zakończenie akcji ratowniczej	51
3.27	Rozlew na kracie mocnej <i>a)</i> o parametrze $N = 10$ <i>b)</i> o parametrze $N = 20$	52
3.28	Rozlew na kracie mocnej <i>a)</i> użycie jednej zapory w cyklu akcji <i>b)</i> użycie dwóch zapór w cyklu akcji	53
3.29	Rozlew na kracie mocnej - użycie trzech zapór w cyklu akcji	53
3.30	Kierunek działań w strategii I na kracie mocnej	54
3.31	Kierunek działań w strategii II na kracie mocnej	55
3.32	Reguły wyboru wierzchołka na kracie mocnej w strategii I <i>a)</i> etap I <i>b)</i> etap II <i>c)</i> etap III <i>d)</i> etap IV	56
3.33	Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie mocnej <i>a)</i> etap I <i>b)</i> etap II	58
3.34	Strategia I rozmieszczenia zapór na kracie mocnej <i>a)</i> etap III <i>b)</i> etap IV	58
3.35	Reguły wyboru wierzchołka na kracie mocnej w strategii II <i>a)</i> etap III <i>b)</i> etap IV	59
3.36	Strategia II rozmieszczenia zapór na kracie mocnej <i>a)</i> etap III <i>b)</i> etap IV - zakończenie akcji ratowniczej	60
4.1	Krata w modelu przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego	64
4.2	Przykłady prawdopodobieństwa ruchu na kracie kwadratowej dla wybranych scenariuszy	64
4.3	Siatka w modelu przemieszczania pod wpływem prądu powierzchniowego i prądu wiatrowego	65
4.4	Wektory kierunków	66
4.5	Przykłady prawdopodobieństwa ruchu dla wybranych scenariuszy	66
5.1	Schemat implementacji algorytmów strategii z wykorzystaniem środowiska programistycznego	69
5.2	Funkcjonalność elementów programu	70

5.3	Panel konfiguracji programu	71
5.4	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$	73
5.5	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$	73
5.6	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$	74
5.7	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$	74
5.8	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$	75
5.9	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu kartezjańskim dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$	75
5.10	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$	78
5.11	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$	78
5.12	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$	79
5.13	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$	79
5.14	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$	80
5.15	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu trójkątnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$	80
5.16	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$	83
5.17	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$	83
5.18	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$	84
5.19	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$	84

5.20	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 10$. . .	85
5.21	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w modelu mocnym dla plamy olejowej o parametrze $N = 20$. . .	85
6.1	Wербализacja problemu decyzyjnego - etapy procesu podejmowania decyzji	88
6.2	Parametry wpływające na podjęte działania ratownicze	89
6.3	Zmienne modelu decyzyjnego	91
6.4	Akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu czterech zapór w cykl akcji	93
6.5	Akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu pięciu zapór w cyklu akcji	94
6.6	Model kartezjański - akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu <i>a</i>) pięciu zapór w cyklu akcji <i>b</i>) dziesięciu zapór w cykl akcji	95
6.7	Model trójkątny - akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu <i>a</i>) pięciu zapór w cyklu akcji <i>b</i>) dziesięciu zapór w cykl akcji	95
6.8	Model mocny - akcja otoczenia plamy olejowej przy użyciu <i>a</i>) sześciu zapór w cyklu akcji <i>b</i>) dziesięciu zapór w cykl akcji	95
6.9	Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu pięciu zapór w cyklu akcji - model kartezjański	96
6.10	Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu pięciu zapór w cyklu akcji - model trójkątny	96
6.11	Akcja otoczenia rozlewu przy użyciu pięciu zapór w cyklu akcji - model mocny	97
6.12	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od momentu zwiększenia liczby zapór użytych w cyklu akcji z dwóch do czterech	98
6.13	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od momentu zwiększenia liczby zapór użytych w cyklu akcji z dwóch do czterech	99
6.14	Zależność wielkości plamy olejowej od momentu zwiększenia liczby zapór użytych w cyklu akcji z dwóch do czterech	99
6.15	Panel z wynikami symulacji <i>a</i>) dwie zapory w cyklu akcji <i>b</i>) cztery zapory w cyklu akcji	100
6.16	Cele analizy decyzyjnej	101

Spis tabel

2.1	Warianty i podwarianty funkcji gęstości prawdopodobieństwa sumy dwóch niezależnych zmiennych losowych o rozkładach trójkątnych [70]	18
5.1	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu kartezjańskim - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	72
5.2	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu kartezjańskim - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	74
5.3	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu kartezjańskim - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	75
5.4	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu trójkątnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	77
5.5	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu trójkątnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	79
5.6	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu trójkątnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	80
5.7	Zależność czasu otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu mocnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	82
5.8	Zależność liczby zapór użytych do otoczenia plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu mocnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	84

5.9	Zależność wielkości plamy olejowej od liczby zapór użytych w cyklu akcji w strategii I i strategii II w modelu mocnym - wyniki uzyskane przy użyciu programu symulacyjnego dla plam olejowych $N = 10$ i $N = 20$	85
-----	---	----

Bibliografia

- [1] Aghajanloo K., Pirooz M. D.: *The simulation of the weathering processes in marine environment*. International Conference on Environmental and Computer Science, 29-34, 19, 2011.
- [2] Aghajanloo K., Pirooz M.D.: *Three dimensional numerical modeling of oil spill behavior in marine environment*. International Journal of Environmental Research, 8(3), 779-788, 2014.
- [3] Alishanow G. N.: *Analysis of mathematical models of the oil spot dynamic metric parameters after tanker accidents in the sea*. 2014.
- [4] Bądkowski A.: *Rozlewy olejowe na morzu*. Wydawnictwo Morskie Gdańsk, 1985.
- [5] Blokker P. C.: *Spreading and evaporation of petroleum products on water*. Proceedings of the 4th International Harbour Conference, Belgium, 911-920, 1964.
- [6] Bolałek J.: *Ochrona środowiska morskiego od teorii do praktyki*. Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, 2016.
- [7] Burciu Z.: *The influence of wind speed on surface water currents and its reference to search and rescue actions at sea*. Archives of Transport, 14/ 2, Warsaw 2002.
- [8] Choi Y.J., Abe A., Takahashi K.: *Development of oil-spill simulation system based on the global ocean-atmosphere model*. Proceedings of The 6th International Symposium on Gas Transfer at Water Surfaces, Kyoto, JAPAN, 559-570, 2010.
- [9] Chudzikiewicz A.: *Simulation of rail vehicle dynamics in MATLAB environment*. Vehicle System Dynamics, 33(2),107-119, 2000.
- [10] Delgado L., Kumzerova E., Martynov M.: *Simulation of oil spill behaviour and response operations in PISCES*. WIT Transaction on Ecology and the Environment, 88, 2006.
- [11] Delvigne G. A. L., Sweeney C. E.: *Natural Dispersion of Oil*. Oil & Chemical Pollution, 4(1), 281-310, 1988.
- [12] Devlin M., Hartke S.: *Fire containment in grids of dimension three and higher*. Manuscript, 2004.

- [13] Durgut I., Reed M., *Modeling spreading of oil slicks based on random walk methods and Voronoi diagrams*. Marine Pollution Bulletin, 118(1-2), 2017.
- [14] Fabisiak J.: *Zagrożenia ekologiczne Bałtyku związane z zanieczyszczeniami chemicznymi - węglowodory*. Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej, Rok XLIX, 3(174), 7-26, 2008.
- [15] Fay J.A.: *Physical processes in the spread of oil on a water surface*. Proceedings on the Prevention and Control of Oil Spills, American Petroleum Institute (API), Washington, DC, USA, 15-17, 463-467, 1971.
- [16] Fay J.A.: *The spread of oil slicks on a calm sea*. In: Hoult, D.P. (ed.). Oil on the sea, Plenum Press, New York, NY, USA, 53-64, 1969.
- [17] Finbow S., King A., MacGillivray G., Rizzi R.: *The Firefighter problem for graphs of maximum degree three*. Discrete Mathematics, 307, 2094-2105, 2007.
- [18] Finbow S., MacGillivray G.: *The Firefighter Problem: A survey of results, directions and questions*. Australasian Journal of Combinatorics, 43, 57-77, 2009.
- [19] Fogarty P.: *Catching the Fire on Grids*. Master of Science Thesis, Department of Mathematics, University of Vermont, 2003.
- [20] French W. L.: *Human Resources Management*. New York: Houghton Mifflin, 1998.
- [21] Ghannam M. T.: *Spreading behavior of crude oil over limestone substrate*. Journal of Colloid and Interface Science, 262(2), 435-41, 2003.
- [22] Giwa A., Jimoh A.: *Development of models for the spreading of crude oil*. AU J.T., 14(1): 66-71, Jul. 2010.
- [23] Goerlandt F.: *A model for oil spill scenarios from tanker collision accidents in the Northern Baltic Sea*. Scientific Journals of the Maritime University of Szczecin, 50(122), 9-20, 2017.
- [24] Gorzeń-Mitka I.: *Modelowanie złożonych procesów decyzyjnych w warunkach niepewności*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Organizacja i zarządzanie, 74 (1921), 135-145, 2014.
- [25] Graczyk T., Piskorski Ł., Siemianowski R.: *Ochrona środowiska morskiego przed zanieczyszczeniami z obiektów oceanotechnicznych*. Wydawnictwo Politechniki Szczecińskiej, 2001.
- [26] Gucma S (red.): *Symulacyjne metody badań w inżynierii ruchu morskiego*. Wydawnictwo Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie, 2008.
- [27] Gucma S., Ślącza W.: *Methods for Optimization of Sea Waterway Systems and their Application*. Polish Maritime Research, 3(87), 22, 14-19, 2015.
- [28] Gutenbaum J.: *Podstawy modelowania matematycznego*. Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania, Warszawa, 2001.

- [29] Gutenbaum J.: *Modelowanie matematyczne systemów*. Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit Andrzej Lang, 2003.
- [30] Guze S., Kołowrocki K., Mazurek J.: *Modelling Spread Limitations of Oil Spills at Sea*, Books of abstracts of 17th Applied Stochastic Models and Data Analysis International Conference with Demographics Workshop, 2017.
- [31] Guze S., Mazurek J., Smolarek L.: *Use of random walk in two-dimensional lattice graphs to describe influence of wind and sea currents on oil slick movement*. Journal of KONES, 2, 147-154, 2016.
- [32] Hartnell B. L.: *Firefighter! An application of domination*. Presentation, 25th Manitoba Conference on Combinatorial Mathematics and Computing, University of Manitoba in Winnipeg, Canada, 1995.
- [33] Jacyna M.: *Modelowanie i ocena systemów transportowych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2009.
- [34] Jacyna M., Lewczuk K.: *Projektowanie systemów logistycznych*. Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa, 2016.
- [35] Jimoh A., Alhassan M.: *Modelling and simulation of crude oil dispersion*. Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies, 8, 17-28, 2006.
- [36] Kalinowski M.: *Dylematy projektowania i stosowania symulacyjnych gier decyzyjnych*. Zarządzanie i Finanse, Journal of Management and Finance, 14/1, 173-182, 2016.
- [37] Kaup M.: *Wieloaspektowa ocena funkcjonowania jednostek śródlądowych i rzeczno-morskich z zastosowaniem modeli decyzyjnych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2017.
- [38] Kozłowski M., Skorupski J., Stelmach A.: *Simulation analysis of aerodrome CNS system reliability*. 28th European Safety and Reliability Conference, 2505-2511, 2018.
- [39] Koźmiński A. K., Zawisłak M.: *Zarządzanie teoria i praktyka*. Warszawa, 1999.
- [40] Krystek R. (redaktor pracy zbiorowej): *Zintegrowany system bezpieczeństwa transportu*, Diagnoza bezpieczeństwa transportu w Polsce, Tom I, Politechnika Gdańska, 2009.
- [41] Krześniak M.: *Model symulacyjny planowania przemieszczania wagonów ładownych i próżnych w sieci kolejowej*. Politechnika Warszawska, Wydział Transportu, 2017.
- [42] Kulińska E., Rut J.: *Procesy decyzyjne w logistyce i pokrewnych obszarach badawczych*. Politechnika Opolska, 2016.
- [43] Aditya Kumar Mishra, G. Suresh Kumar: *Weathering of Oil Spill: Modeling and Analysis*. Aquatic Procedia, 4, 435-442, 2015.

- [44] Lavler G., Limic V.: *Random Walk: A Modern Introduction*. Cambridge University Press, 2010.
- [45] Lehr W.J., Cekirge H.M., Fraga R.J., Belen M.S.: *Empirical studies of the spreading of oil spills*. Oil and Petrochemical Pollution 2, 7-12, 1984a.
- [46] Lehr W.J., Fraga R.J., Belen M.S., Cekirge H.M.: *A new technique to estimate initial spill size using a modified fay-type spreading formula*. Marine Pollution Bulletin 15, 9, 326-329, 1984b.
- [47] Lovász, L.: *Random Walks on Graphs: A Survey*. Bolyai Society Mathematical Studies, 2, Combinatorics, Volume 2, Hungary, 1-46, 1993.
- [48] Łazuga K., Gucma L.: *Genetic algorithm method for solving the optimal allocation of response resources problem on the example of polish zone of the Baltic Sea*. Journal of KONBiN, 2(38), 291-300, 2016.
- [49] Łazuga K., Gucma L., Perkovic M.: *The Model of Optimal Allocation of Maritime Oil Spill Combat Ships*. Sustainability 10(7), 2321, 2018.
- [50] Kłodawski M., Lewczuk K., Jacyna-Gołda I., Żak, J.: *Decision making strategies for warehouse operations*. Archives of Transport, 41/1, 43-53, 2017.
- [51] MacGillivray G., Wang P.: *On the firefighter problem*. J. Combinatoria Mathematics and Combinatorial Computing 47, pp. 83-96, 2003.
- [52] Mackay D., Paterson S., Trudel K.: *A mathematical model of oil spill behavior*. Environment Canada Report EE-7, 1980a.
- [53] Mackay D., Buist I., Mascarenhas R., Paterson S.: *Oil spill processes and models*. Environment Canada Report EE-8, 1980b
- [54] Mazurek J.: *The firefighter problem in the grid graphs*. Master of Science Thesis, Gdansk University of Technology, 2009.
- [55] Mazurek J.: *Algorytm strażaka w walce z rozlewami olejowymi*. Prace Wydziału Nawigacyjnego Akademii Morskiej w Gdyni, 26, 33-42, 2011.
- [56] Mazurek J., Smolarek L.: *Algorytm strażaka a ograniczenie skutków rozlewów olejowych*. Problemy Eksploatacji/Maintenance Problems, 1(80), 129-136, 2011.
- [57] Mazurek J., Smolarek L.: *Estimation of surrounding the spillage time*. Journal of Polish Safety and Reliability Association, 3/1-2, 245-250, 2012.
- [58] Mazurek J., Smolarek L.: *Influence of the action starting time on the total time*. Proceedings of the XIV International Scientific and Technical Conference on Marine Traffic Engineering, Szczecin, 311-318, 2011.
- [59] Mazurek J., Smolarek L., *Oil Spill Models: A State of the Art of the Grid Map as a Function of Wind, Current and Oil Parameters*. TransNav, The International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, 7/1, 19-23, 2013.

- [60] Mazurek, J., Smolarek L., *The stochastic model of the oil spill drift*. Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Gdyni, Problemy bezpieczeństwa w transporcie morskim, 82, pp. 98-106, Gdynia, 2015.
- [61] Mazurek J., Smolarek L., Wysocki K.: *Ograniczanie ekspansji rozlewu olejowego - model symulacyjny*. Autobusy - Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe, 12, 143-147, 2018
- [62] McClintock J., Donnet S., Batstone B.: *Spill Trajectory Modeling for the Hebron Project*. AMEC Earth& Environmental, 1-104, 2010.
- [63] Messinger M. E.: *Average firefighting on infinite grids*. Australasian J. Combinatorics 41, 15-28, 2008.
- [64] Messinger M. E.: *Firefighting on Infinite Grids*. Master of Science Thesis, Department of Mathematics and Statistics, Dalhousie University, Halifax, Canada, 2004.
- [65] Messinger M. E.: *Firefighting on the Triangular Grid*. Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing 63, 37-45, 2007.
- [66] Messinger M. E.: *Firefighting on the Strong Grid*. Submitted to Atlantic Electronic Journal of Mathematics.
- [67] Montewka J., Goerlandt F., Zheng X.: *Probabilistic meta-models evaluating accidental oil spill size from tankers*. Marine Navigation and Safety of Sea Transportation: Information, Communication and Environment, 231-241, 2015.
- [68] Montewka J., Krata P., Goerlandt F., Kujala P.: *A model for risk analysis of oil tankers*. Archives of Transport, 22/4, 423-445, 2010.
- [69] Morita I., Sugioka S., Kojima T.: *Real-time forecasting model of oil spill spreading*. International Oil Spill Conference Proceedings, 1, 559-566, 1997.
- [70] Mridula G., S. Choudhary, S. L. Kalla: *On the sum of two triangular random variables*, International Journal of Optimization: Theory, Methods and Applications, 279-290, 2009
- [71] Popov S. O.: *Elementy teorii systemów - systemy dynamiczne*. Politechnika Szczecińska, Wydział Informatyki, Szczecin, 2005
- [72] Ng K. L., Raff P.: *Fractional firefighting in the two dimensional grid*. DIMACS Technical Report 2005-23, Rutgers University, 2005.
- [73] Reed M., Johansen Ø., Brandvik R. J., Daling P., Lewis A., Fiocco R., Mackay D., Prentki R.: *Oil spill modeling toward the close of the 20th century: overview of the state of the art*. Spill Science and Technology Bulletin 5, 3-16, 1999.
- [74] Renyi A.: *Probability Theory*. North-Holland, Amsterdam, 1970.

- [75] Riazi M.R., Edalat M.: *Prediction of the rate of oil removal from seawater by evaporation and dissolution*, Journal of Petroleum Science and Engineering, 16/4, 291-300, 1996.
- [76] Salt D.: *Use of Models in Oil Spill Response*. ITAC, 1-6, 2011.
- [77] Spaulding M. L.: *State of the art review and future directions in oil spill modeling*. Marine Pollution Bulletin 115(1), 7-19, 2017.
- [78] Wang P., Moeller S. A.: *Fire control on graphs*, J. Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing 41, 19–34, 2002.
- [79] Wiewióra A., Wesolek Z., Puchalski J.: *Ropa naftowa w transporcie morskim*. Wydawnictwo TRADEMAR, Gdynia, 2007.
- [80] *Annual report on Baltic Marine Environment Protection Commission Discharges observed during aerial surveillance in the Baltic Sea 2013*, Baltic Marine Environment Protection Commission, HELCOM, 2014.
- [81] *Fate of marine oil spills*, Technical Information Paper, ITOPF Ltd. Produced by Impact PR & Design Limited, Canterbury, UK, 2011.
- [82] *Maritime Activities in the Baltic Sea*, Helsinki Commission, <http://www.helcom.fi/stc/files/Publications/Proceedings/bsep123.pdf>
- [83] *MARPOL Consolidated edition 2006*. Londyn: IMO, 2006.
- [84] Oil Tanker Spill Statistics 2018, <https://www.itopf.org/knowledge-resources/data-statistics/statistics/>
- [85] *Report on shipping accidents in the Baltic Sea area during 2010*, Helsinki Commission, http://www.helcom.fi/stc/files/shipping/shipping_accidents_2010.pdf